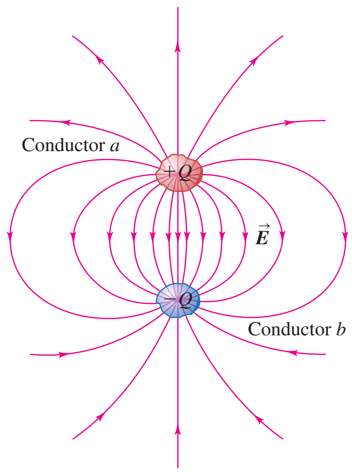
Cap. 5: CAPACITANCIA Y DIELÉCTRICOS

Capacitor = *dispositivo que almacena energía potencial eléctrica*

Principio:



Dos conductores separados por un aislante (o vacio)

- Transfiero de carga de un conductor a otro = trabajo W > 0 contra $\vec{E}$
- W = almacenaje de energía potencial eléctrico

Representación en diagrama de circuitos:

Aplicaciones numerosas:
- Flashes electrónico
- Láseres de pulsos
- Regulador = protección contra variación de voltaje
- Receptores de radio y televisión

Este fenómeno, también limita la eficiencia de chips de computadores

Definición de **Capacitancia (C):**
Cuando se carga el capacitor conectando lo a una batería, $V_{ab} = V_{bateria}$

(4.1) $$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

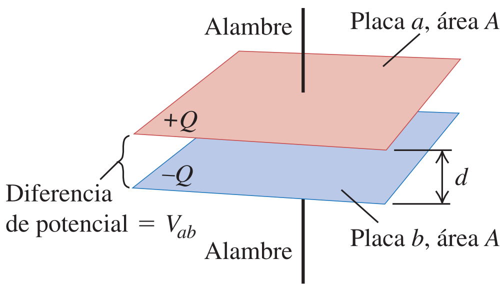
Unidad de capacitancia = **Farad** $[C] = \mathrm{F} \quad \Rightarrow 1\mathrm{F} = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}$

La capacitancia = medida de la habilidad de un capacitor a almacenar energía eléctrica

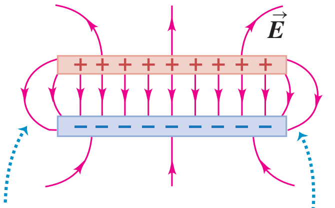
- *Depende de la forma y tamaño del capacitor, de los conductores y de la naturaleza de la materia aislante*

Capacitor separado por el vacío

a) Arreglo de las placas del capacitor



b) Vista lateral del campo eléctrico $\vec{E}$



Cuando la separación de las placas es pequeña en comparación con su tamaño, el campo eléctrico de los bordes es despreciable.

Capacitor = dos placas paralelas de área *A* separada por distancia *d,* con $d \ll A$

Cargados, el campo eléctrico $\vec{E}$ es casi uniforme:

(4.2) $$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- **Densidad de carga** $\sigma = \dfrac{Q}{A}$

Por definición del trabajo, $Ed = V_{ab}$ tenemos:

(4.3) $$\frac{V_{ab}}{d} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

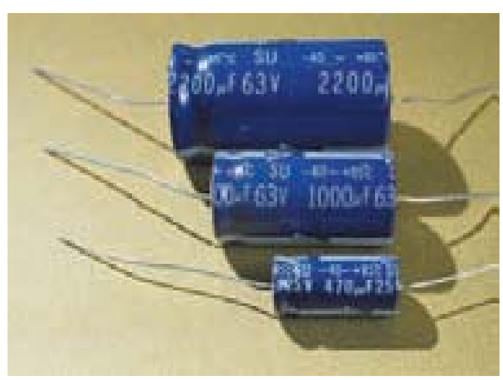
- Para un capacitor dado $C = \text{constante}$
- Cuando tiene aire en lugar del vacío, $C_{aire} < C$ por 0.06%

Unidad alterna: $[A] = \mathrm{m}^2$, $[d] = \mathrm{m}$, $[\varepsilon_0] = \dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2} \Rightarrow 1\mathrm{F} = 1\dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}} = 1\dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{J}}$

Del otro lado, $1\mathrm{V} = 1\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} \Rightarrow 1\mathrm{F} = 1\dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}$ y $\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$

NOTA: ***1F = capacitancia enorme***

- $C \sim$ micro F (10 o más μF = *fuente de alimentación radio AM*) o pico F (10-100 pF = *circuitos de sintonización radio FM*)



Ej. Capacitores comerciales:
$C = 2200\mu\mathrm{F}$, $1000\mu\mathrm{F}$ y $470\mu\mathrm{F}$

Ej. Tamaño de un capacitor

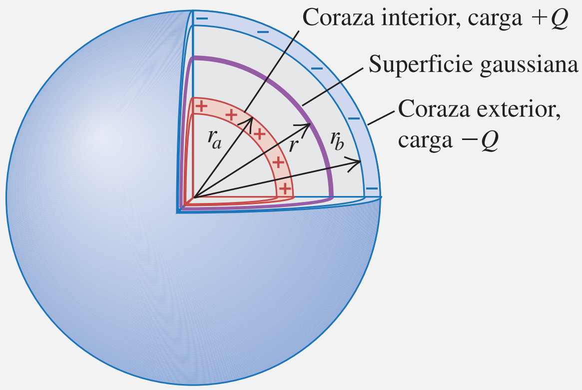
Para C = 1F y d = 1.00mm

Usando la relación (4.3) $A = \frac{Cd}{\varepsilon_0}\left[\frac{\text{F}}{\text{F/m}}\cdot\text{m}\right] = \frac{1\cdot 10^{-3}}{8.85\times 10^{-12}}\text{m}^2 \approx 1.1\times 10^8\,\text{m}^2$

Esto corresponde a un cuadrado de alrededor de 10 km de lado ~ la tercera parte de la isla de Manhattan - ***no es un diseño muy práctico para un capacitor***

Ahora es posible fabricar capacitores de 1 F que miden unos cuantos centímetros de lado, usando **carbono activo** en vez del vacío

Ej. Capacitor esférico



Aplicando la ley de Gauss $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ donde $\vec{E}$ es // a $d\vec{A}$ y E homogeneo

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} == E\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Misma forma que para carga puntual

Por definición del potencial eléctrico para cargas puntuales:

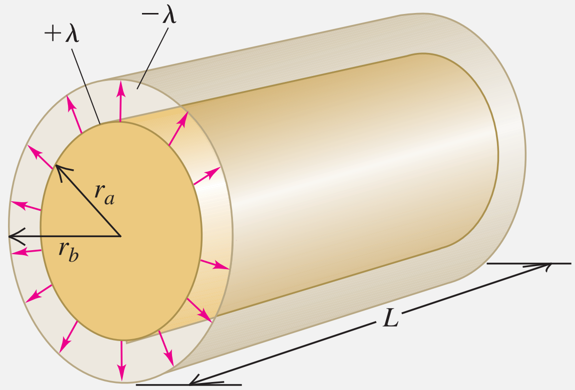
$$V_{ab} = V_a - V_b = \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_a} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_b}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_b - r_a}{r_a r_b}\right)$$

La capacitancia $C = \frac{Q}{V_{ab}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{A_{mg}}{d}$

Donde A_{mg} es el cuadrado de la **media geométrica** $\sqrt{r_a r_b}$

Similar a capacitancia de placas paralelas cuando $d \ll r$

Ej. Capacitor cilíndrico



El potencial para un cilindro infinito es:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$$

- Donde r_0 es el radio arbitrario donde $V = 0$

Para un capacitor cilíndrico, tomamos $r_0 = r_b$ el radio de la superficie interior del cilindro, de manera que el cilindro exterior tiene $V = 0$, por lo tanto en r_a

$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

La carga total $Q = \lambda L$ de manera que la capacitancia:

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(r_b/r_a\right)}$$

La capacitancia por unidad de longitud:

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(r_b/r_a\right)}$$

Para $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} = 8.85\,\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$

$$\frac{C}{L} = \frac{55.6\,\mathrm{pF/m}}{\ln\left(r_b/r_a\right)}$$

- ***La capacitancia de los cilindros coaxiales está determinada en su totalidad por las dimensiones, tal como ocurre en el caso de las placas paralelas***

- Los cables coaxiales comunes tienen un material aislante en vez de vacío

- El cable típico para las antenas de televisión y conexiones de videograbadoras tiene una capacitancia por unidad de longitud de 69 pF/m

Conexión de capacitores en serie y en paralelo

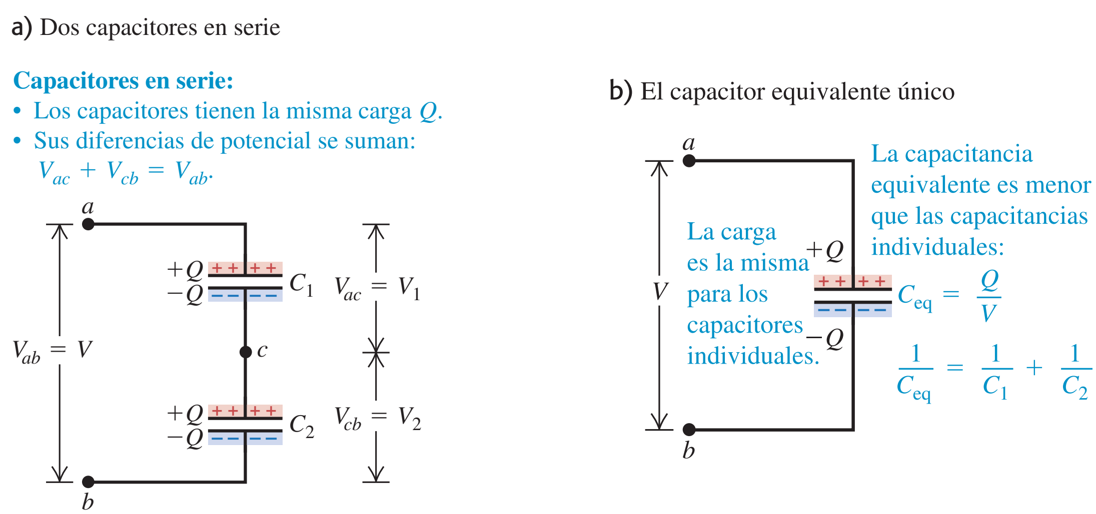
La construcción de un capacitor determina la capacitancia individual:

- La combinación de diferentes capacitores permite producir cualquier valores, tal que requeridas por aplicaciones especificas

Dos combinación posibles en un circuito eléctrico: en **serie** o en **paralelo**

1) Combinación en serie

Combinamos en serie dos capacitor con capacitancia C_1 y C_2



En una conexión en serie, la magnitud de la carga en todas las placas es la misma

Las diferencias de potenciales:

(4.4) $$V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1} \text{ y } V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

De manera que

(4.5) $$V_{ab} = V = V_1 + V_2 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

La **capacitancia resultante en serie** es por lo tanto:

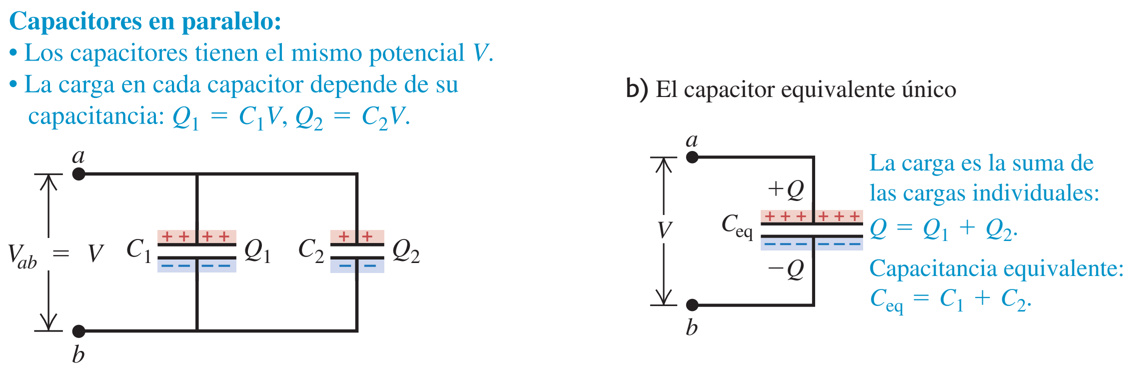
(4.6) $$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Para cualquier numero de capacitores en serie:

(4.7)
$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$

En una conexión en serie, la capacitancia equivalente siempre es menor que cualquiera de las capacitancias individuales

Combinación de capacitores en paralelo



En una conexión en paralelo, la diferencia de potencial para todos los capacitores individuales es la misma

Las cargas individuales:

(4.8)
$$Q_1 = C_1V \;\; \text{y} \;\; Q_2 = C_2V$$

La carga total es la suma de las cargas:

(4.9)
$$Q = Q_1 + Q_2 = V\left(C_1 + C_2\right)$$

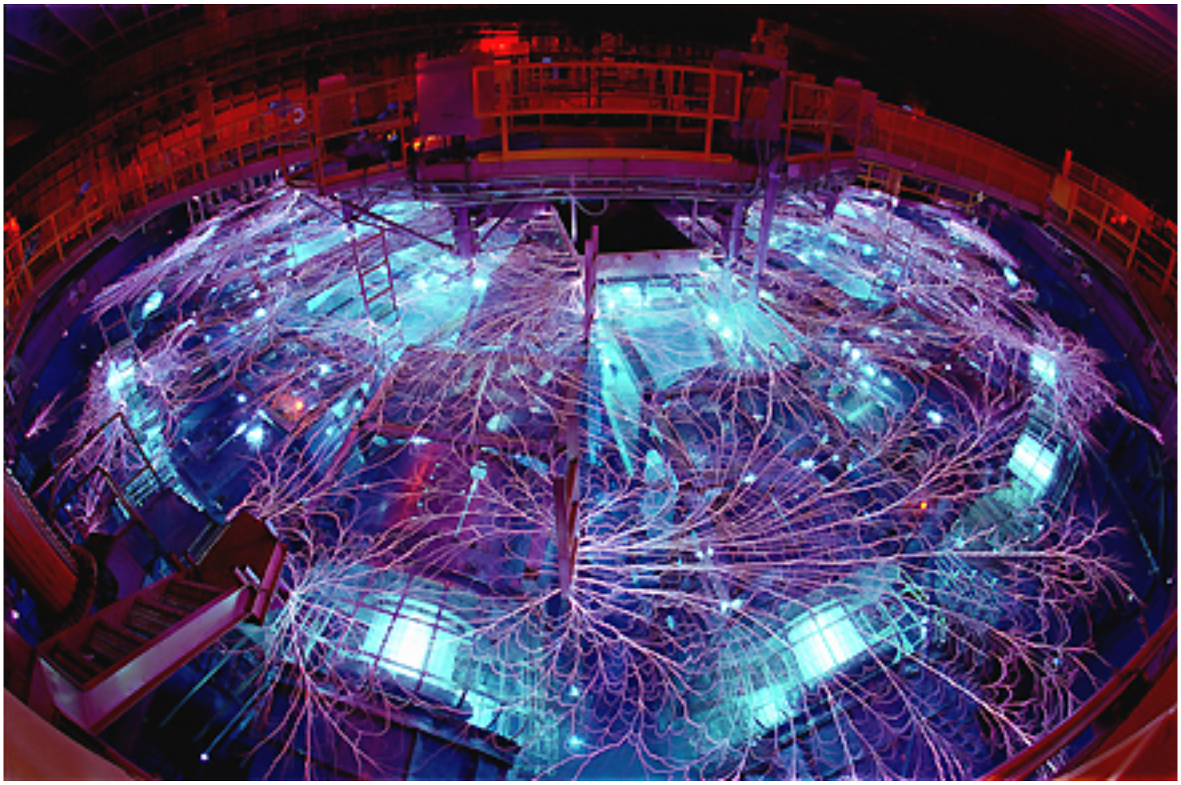
Y la **capacitancia equivalente en paralelo**:

(4.10)
$$C_{eq} = \frac{Q}{V} = C_1 + C_2$$

Para N capacitores en paralelo:

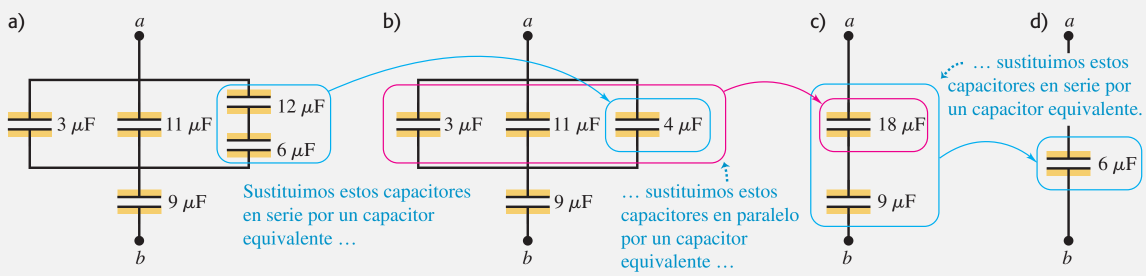
(4.11)
$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

En una conexión en paralelo la capacitancia equivalente siempre es mayor que cualquier capacitancia individual



La **máquina *Z*** (Sandia National Laboratory: http://www.sandia.gov) utiliza un número grande de capacitores en paralelo para dar una capacitancia equivalente C enorme y almacenar una grande cantidad de energía: los arcos eléctricos se producen cuando los capacitores descargan su energía en un blanco, no mayor que un carrete de hilo, que caliente el objetivo a $T > 2\times10^{9}\,\mathrm{K}$

Ej. Red de capacitores



Etapas:

a) Se calcula la capacitancia equivalente de los dos capacitores en serie más internos
b) Se usa esta capacitancia para calcular la capacitancia equivalente de los tres capacitores en paralelo
c) Se calcula la capacitancia equivalente de este último capacitor colocando lo en serie son el capacitor restante

Almacenamiento de energía en un capacitor

La energía potencial eléctrica almacenada en un capacitor U es exactamente igual a la cantidad de trabajo W que se requiere para cargar lo

- Cuando el capacitor se descarga se recupera en forma de trabajo realizado por las fuerzas eléctrica

Para determinar U se necesita determinar el trabajo:

- Sean q y v la carga y el potencial eléctrico en una etapa intermediaria del proceso de carga
- Por definición $v = q/C$ y el trabajo a esta etapa es

(4.12) $$dW = v dq = \frac{q}{C} dq$$

- El trabajo total = el trabajo para cargar el capacitor a su máxima Q

(4.13) $$W = \int_0^Q dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Si se define la energía potencial de un capacitor sin carga como cero, entonces ***el trabajo W es igual a la energía potencial U del capacitor con carga***

Por definición de la capacitancia $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q^2 = C^2 V^2$:

(4.14) $$U = W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V$$

- Donde las unidades $[Q] = \mathrm{C},\ [C] = \mathrm{F} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}},\ [V] = \mathrm{V} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} \Rightarrow [U] = \mathrm{J}$

Analogía mecánica

Segundo **la ley de Hook** para un resorte, la energía potencial almacenada por el resorte es:

(4.15) $$U = \frac{1}{2}kx^2$$

- Similar a $U = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q^2 \Rightarrow Q \to x$ y $\frac{1}{C} \to k$
- ***Como la carga eléctrica es igual a su campo eléctrico (ley de Gauss), aquí la carga juga el papel equivalente al espacio en la ley de Hook***

Segundo el **teorema del Virial** en promedio la energía de un sistema mecánico estable es igual a:

(4.16) $$2K = U \Rightarrow K = W = \frac{U}{2}$$

- Aquí la analogía mecánica es directa, porque $U = Q\left(\frac{V}{2}\right)$ donde $\frac{V}{2}$ es el potencial promedio

Si el capacitor es cargado a partir de una batería (fuente de potencia constante):

(4.17) $$U = \frac{1}{2}CV^2$$

- ***Más grande la capacitancia, más grande la energía disponible***

Interpretación en la teoría de campo

En la teoría de campo, la energía reside en el campo mismo

- ***El trabajo para cargar un capacitor, es un trabajo contra el campo eléctrico dentro del capacitor***

Definimos la densidad de campo como la **densidad por unidad de volumen** μ

Como el volumen del capacitor $Vol = Ad$ y la energía almacenada $U = \frac{1}{2}CV^2$ por lo tanto:

(4.18)
$$\mu = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad}$$

Usando las otras definiciones de capacitancia $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ y potencial eléctrico $V = Ed$ encontramos que

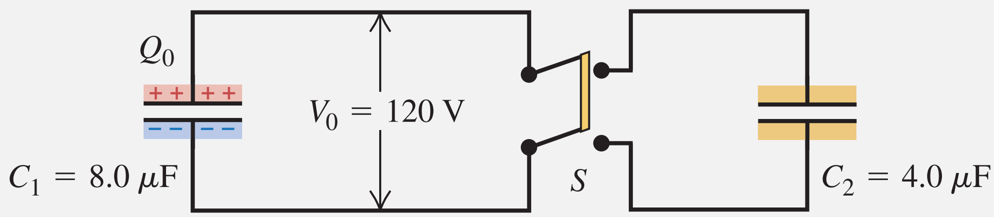
(4.19)
$$u = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \frac{A}{d}\right)\cdot\left(E^2 d^2\right)}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

En esta definición, vemos que la **noción de una carga en el espacio** (**Mecánica clásica de Newton**) es equivalente a **la noción de campo** (**Teoría de Campo**), que es, de hecho, equivalente a la **noción de trabajo**, que es el resultado de las interacciones entre partículas (**Mecánica analítica de Leibniz**)

Estos son tres maneras equivalentes como describir las interacciones entre partículas

$$\begin{array}{ccc} \text{carga} + \text{espacio} & \rightleftarrows & \text{campo} \\ \nwarrow\searrow & & \swarrow\nearrow \\ & \textit{Trabajo} & \\ & \text{(interacciones entre partículas)} & \end{array}$$

Ej. Transferencia de carga y transferencia de energía entre capacitores



Antes de conectar los dos capacitores: $Q_0 = C_1 V_0 = 960\mu\text{C}$ donde $C_1 = 8\mu\text{F}$ y $V_0 = 120\text{V}$ que nos da $U = \frac{1}{2}V_0 Q_0 = 0.058\text{J}$

Después de conectar los capacitores en paralelo, el potencial es el mismo $V_{eq} = V$ pero las cargas se redistribuyo de manera que $Q_0 = Q_1 + Q_2$ (la carga es conservada)

Para determinar las cargas individuales usamos la definición de la capacitancia

$$Q_1 = C_1 V \ \text{ y } \ Q_2 = C_2 V$$

Combinando las relaciones $Q_1 + Q_2 = Q_0 = (C_1 + C_2)V \Rightarrow V = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = 80\text{V}$

Esto nos da $Q_1 = 640\mu\text{C}$ y $Q_2 = 320\mu\text{C}$

La energía potencial eléctrica final es $U = \frac{1}{2}VQ_0 = 0.038\text{J}$

El proceso no es conservativa *– hay una perdida de energía en otra forma relacionada con el movimiento de los electrones, calor + radiación infrarroja*

Ej. Densidad de energía

Queremos almacenar 1.00J de energía potencial en un volumen de 1.00m³ en el vacío

Esto corresponde a una densidad $\mu = 1.00\frac{\text{J}}{\text{m}^3}$ y un campo eléctrico:

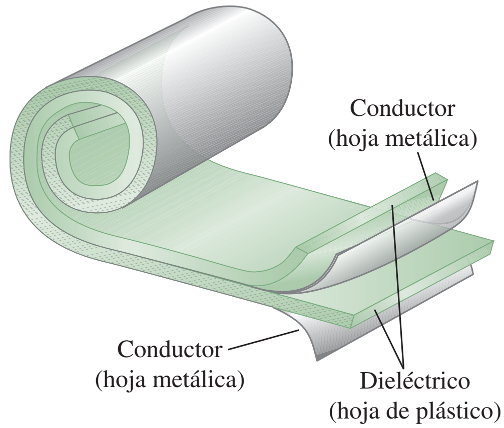
$$E = \sqrt{\frac{2\mu}{\varepsilon_0}} \approx 4.75\times 10^5\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Esto es un campo muy fuerte con una diferencia de potencial enorme $0.5\times 10^6\text{V}$

Nota, como $\mu \propto E^2$ una aumentación por factor 10 del campo produciría una aumentación de energía por un factor 100

Dieléctricos

En los capacitores, se colocan un material no conductor entre las placas = **dieléctrico**



Ej. Hoja de plástico = **Mylar**

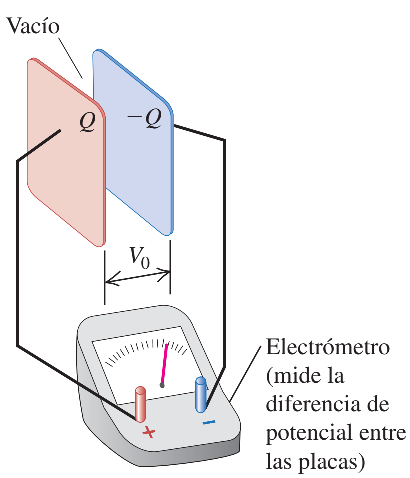
Un sándwich de este material se enrolla formando un capacitor compacto

Tres funciones de un dieléctrico:

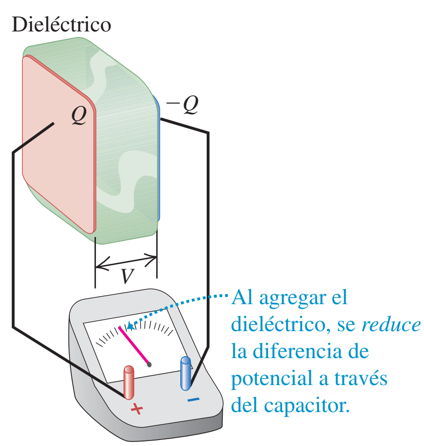
1) Soluciona el problema de mantener las placas separadas
2) Aumenta la diferencia de potencial máximo posible
    - Cualquier material aislante cuando sujeto a un campo eléctrico intenso experimenta **ruptura dieléctrica** – ionización del material que permite el pasaje de la electricidad (correspondiente a perdida de energía)
    - Los dieléctricos pueden tolerar más altos campos - ***potencial aumenta sin ruptura dieléctrica***
3) Dieléctrico permite ***aumentar la carga y la capacitancia***

Se coloca un electrómetro que permite medir el potencial entre dos placas paralela con carga Q

a)



b)



La introducción entre las placas de un dieléctrico no cambia las cargas, pero cambia la capacitancia de $C_0 = \dfrac{Q}{V_0}$ a $C = \dfrac{Q}{V}$ donde $V < V_0 \Rightarrow C > C_0$

La **constante dieléctrica**

(4.20) $$K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V}$$, que es siempre > 1

Cuando Q es constante, el nuevo potencial es igual a:

(4.21) $$V = \frac{1}{K} V_0$$

Material	K	Material	K
Vacío	1	Cloruro de polivinilo	3.18
Aire (a 1 atm)	1.00059	Plexiglás	3.40
Aire (a 100 atm)	1.0548	Vidrio	5–10
Teflón	2.1	Neopreno	6.70
Polietileno	2.25	Germanio	16
Benceno	2.28	Glicerina	42.5
Mica	3–6	Agua	80.4
Mylar	3.1	Titanato de estroncio	310

NOTA:

- ***Aunque el agua tiene un K elevado, no es práctico usar lo como dieléctrico en capacitores, porque es una molécula polar y por lo tanto un bueno solvente iónico – cualquier ión ocasiona flujo de carga***

- ***De hecho ninguno dieléctrico es un aislante perfecto – siempre tiene corriente de fuga***

Carga inducida y polarización

En presencia de un dieléctrico con Q constante:

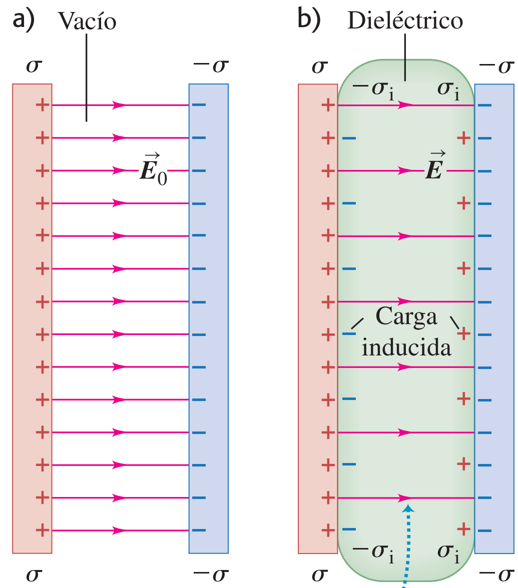
(4.22) $$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{K} < 1$$

Por lo tanto, la carga superficial sobre el conductor debe disminuir

La carga superficial sobre el dieléctrico neutraliza la carga sobre la superficie del conductor

Cargas superficiales = **inducidas**

- El resultado de la redistribución de carga positiva y negativa dentro del material
- El resultado de la **polarización** del material



Para una densidad de carga dada σ, las cargas inducidas en las superficies del dieléctrico reducen el campo eléctrico entre las placas.

En mucho dieléctrico $Q_{inducida} \propto E$ análoga a la ley de Hook ($F = -k\delta$, donde δ es el alargamiento unitario que experimenta un material elástico)

- Excepción cuando E es muy intenso (ruptura dieléctrica) o dieléctrico hecho de un material cristalino (material menos polarizable = o no elástico)

Para una densidad superficial dada, σ, el campo eléctrico es $E_0 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Con un dieléctrico el campo se cambia para

(4.23) $$E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma - \sigma_i)$$

Usando el hecho que $E = \dfrac{1}{K}E_0$ y $E_0 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

(4.24) $$\frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0} \Rightarrow 1 - \frac{\sigma_i}{\sigma} = \frac{1}{K} \Rightarrow \sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

Para $K \gg 1 \Rightarrow \sigma_i \to \sigma$

A partir de estas relaciones se define la **permitividad del dieléctrico** como:

(4.25) $$\varepsilon = K\varepsilon_0$$

Que simplifica la relación con el campo en dieléctrico para:

(4.26) $$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

La capacitancia en presencia de un dieléctrico cambia para:

(4.27) $$C = KC_0 = K\varepsilon_0 \frac{A}{d} = \varepsilon \frac{A}{d}$$

La densidad de energía en el campo eléctrico dentro del dieléctrico:

(4.28) $$\mu = \frac{1}{2}K\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

Ej. Capacitor con y sin dieléctrico

Dos placas paralelas con A = 2000cm^2 separadas de d =1.00cm; Se carga las placas obteniendo un potencial V_0 = 3000V

- La capacitancia es igual a $C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \simeq 177\text{pF}$
- La carga es $Q = C_0 V_0 \simeq 0.531\mu\text{C}$
- La magnitud del campo $E_0 = \frac{V_0}{d} \simeq 3.00\times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

El mismo capacitor con la misma carga y con un dieléctrico de plástico disminuye el potencial a V = 1000V

- La capacitancia pasa a ser más alta $C = \frac{Q}{V} \simeq 531\text{pF}$
- La constante dieléctrica es $K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V} \simeq 3.00$
- La permitividad del dieléctrico $\varepsilon = K\varepsilon_0 \simeq 2.66\times 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$ comparado con $\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\frac{\text{F}}{\text{m}}$
- La carga inducida dentro del dieléctrico $Q_i = Q\left(1-\frac{1}{K}\right) = \frac{2}{3}Q \simeq 3.54\times 10^{-7}\text{C} = 0.354\mu C$
- El nuevo campo $E = \frac{V}{d} = 1.00\times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

Almacenamiento de energía con y sin dieléctrico

En el ejemplo anterior, antes de la inserción del dieléctrico la energía potencial eléctrica estaba:

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 \simeq 7.97 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

La densidad de energía:

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 = \frac{U_0}{Ad} \simeq 0.398 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$$

Después de la introducción del dieléctrico la energía potencial eléctrica es

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \simeq 2.66 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \simeq \frac{1}{3} U_0$$

y la densidad de energía:

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \simeq 0.133 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$$

- ***El proceso de la inserción de un dieléctrico no es conservativo***

¿Donde se fue la energía? Este se va en el trabajo necesario para polarizar el dieléctrico **– *la polarización de un material no es un proceso conservativo***

Ruptura del dieléctrico

Un campo eléctrico muy intenso ocasionó la ruptura de la rigidez del dieléctrico en un bloque de plexiglás

El flujo de carga resultante grabó este patrón (fractal) en el bloque – firma de un ***fenómeno caótico***

El fenómeno de **ruptura dieléctrica** es *cuando un campo externa ioniza un material aislante cambiando lo en un conductor*

- Los electrones son arrancados de sus moléculas con grande energía
- Se chocan con otras moléculas, liberando más electrones = **fenómeno caótico**
- Avalancha de cargas produce chispas o arcos eléctricos (corte circuito) de forma repentina

Cuanto este fenómeno se pasa se forman un arco a través del material perforando lo

- **Camino de conducción = corte circuito**
- ***Si el camino permanece después que se extingue el arco, el capacitor se queda dañado – el fenómeno es irreversible***

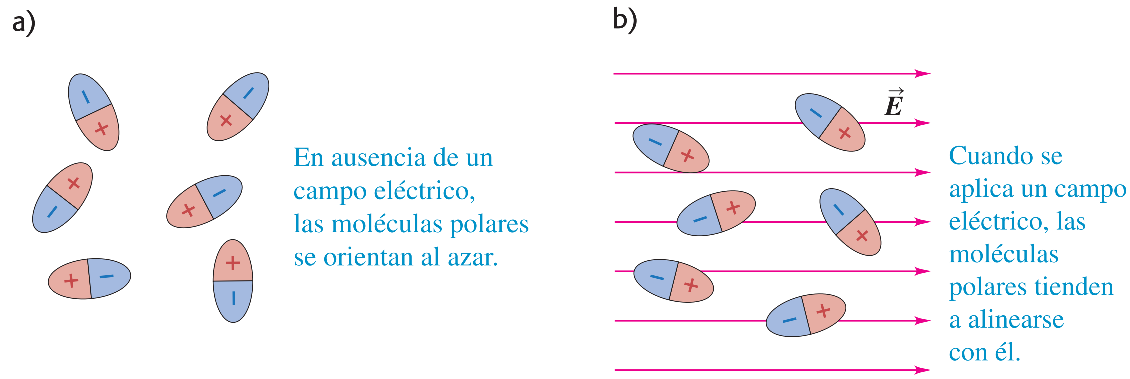
La magnitud del campo eléctrico máxima = **campo de ruptura = rigidez dieléctrica**

- Sensible a T, impurezas, irregularidades del material, etc.
- Campo de ruptura es muy aproximativo – firma de un proceso complejo o caótico

Para el aire seco a 1atm, la rigidez dieléctrica es $\sim 3\times 10^6 \dfrac{\text{V}}{\text{m}}$

Material	Constante dieléctrica, K	Rigidez dieléctrica, E_m (V/m)
Policarbonato	2.8	3×10^7
Poliéster	3.3	6×10^7
Polipropileno	2.2	7×10^7
Poliestireno	2.6	2×10^7
Vidrio pyrex	4.7	1×10^7

Modelo molecular de la carga inducida



Propiedad eléctrica de un conductor:

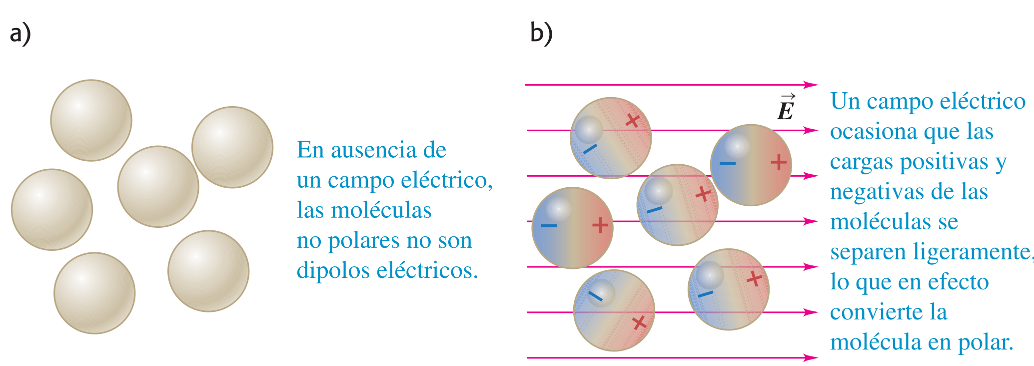
- Cargas eléctricas son libres de mover se a la superficie del conductor
- En presencia de un campo eléctrico los electrones libres se redistribuye para producir un campo nulo en el conductor (efecto de la caja de Faraday)

Moléculas polares, H_2O o N_2O, tiene cantidad de cargas iguales pero con distribución no simétrica (no equilibrada) produciendo un **dipolo eléctrico**

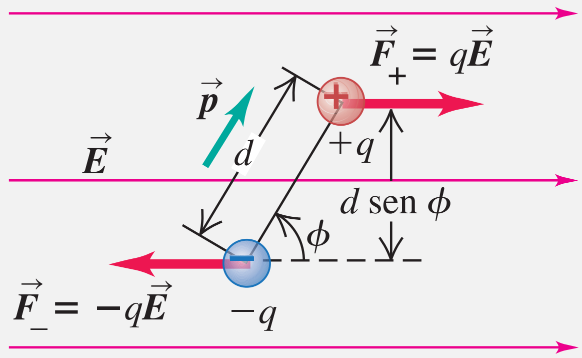
- En un material hecho de moléculas polares, en ausencia de campo externa, los dipolos se orientan de manera aleatoria
- Cuando se introduce un campo externo, los dipolos se alinean en el sentido del campo – el resultado de **momentos de torsión**
- Efecto de temperatura, hace que la alineación nunca es perfecta

Incluso una molécula que por lo general no es polar se convierte en un dipolo al colocarse en un campo eléctrico debido a que éste empuja las cargas positivas en las moléculas en la dirección del campo, y a las negativas en dirección opuesta

- Esto ocasiona una redistribución de la carga dentro de la molécula = **dipolos inducidos**



Par de torsión en un dipolo eléctrico – trabajo y energía potencial



Cuando se coloca un dipolo en un campo eléctrico uniforme aparecen fuerzas de magnitudes iguales $\left|\vec{F}_+\right| = \left|\vec{F}_-\right| = qE$, por lo tanto:

- ***La fuerza neta sobre un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo uniforme es cero***

Sin embargo, las dos fuerzas no actúan a lo largo de la misma línea, por lo que:

- **Sus pares de torsión no suman cero**

Sea ϕ el ángulo entre el campo el eléctrico y el eje del dipolo, el **momento de torsión** es igual a:

(4.29) $$\vec{\tau} = \vec{F} \times \frac{1}{2}\vec{d} = qE\frac{d}{2}\text{sen}\phi$$

Y la **suma del pare de torsión** (aplicando la regla de la mano derecha)

(4.30) $$\vec{\tau} = qEd\ \text{sen}\phi = Ep\ \text{sen}\phi = \vec{p} \times \vec{E}$$

- ***El pare de torsión siempre tiende a hacer que $\vec{p}$ gira para que se alinee con $\vec{E}$***

Cuando esto se pasa, un trabajo se realiza: el trabajo realizado por el pare de torsión durante un desplazamiento infinitesimal = $dW = \tau d\phi$ donde $\tau = -pE\ \text{sen}\phi$ (*negativo porque el para de torsión va en el sentido que ϕ disminuye*)

En un desplazamiento finito de ϕ_1 a ϕ_2 el trabajo es igual a:

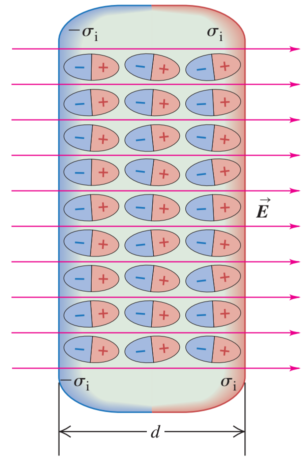
(4.31) $$W = \int_{\phi_1}^{\phi_2} -pE\ \text{sen}\phi\, d\phi = pE\cos\phi_2 - pE\cos\phi_1$$

Como el trabajo es el negativo del cambio de potencial, tenemos para la energía potencial

(4.32) $$U(\phi) = -pE\cos\phi \Rightarrow U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

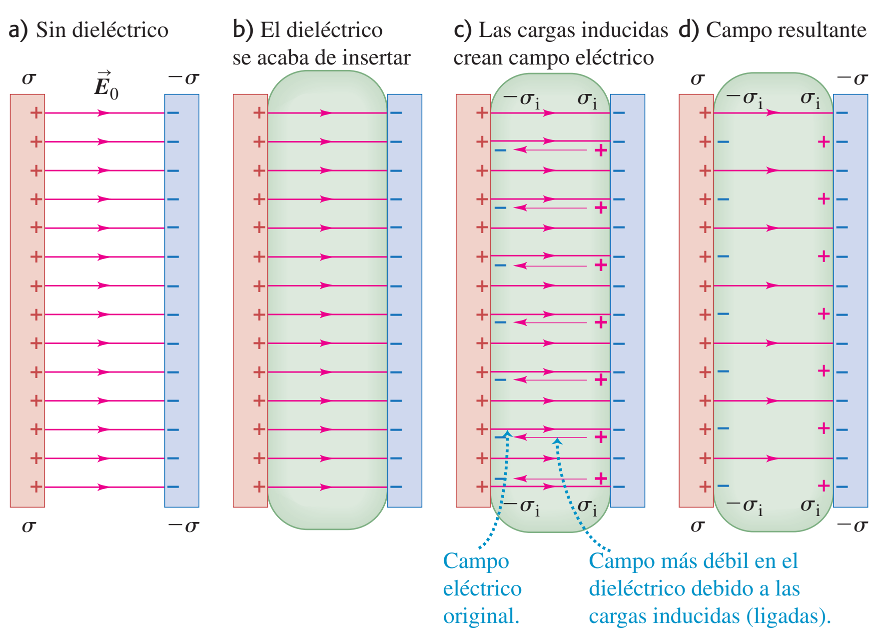
- ***La energía potencial tiene su valor mínimo en la posición estable, cuando $\vec{p}$ es paralelo a $\vec{E}$***

Ya sea con moléculas polares o no polares, de la redistribución de la carga causada por el campo externo (**polarización**) origina la formación de una capa de carga en cada superficie del material dieléctrico – con densidad superficial $\pm\sigma_i$



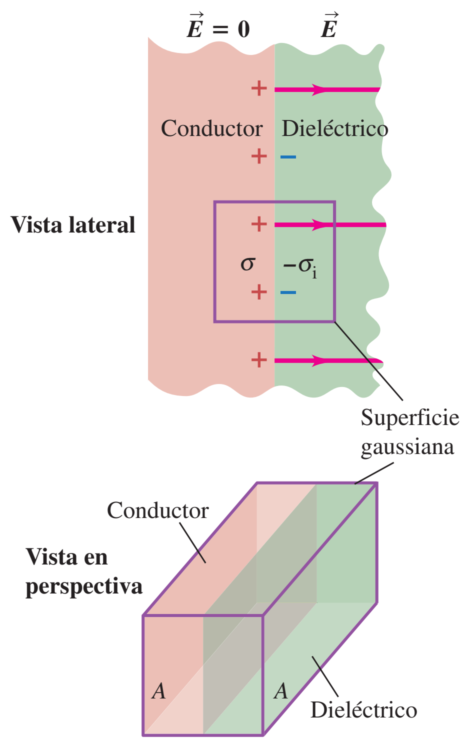
Las cargas *no* tienen libertad para moverse indefinidamente porque cada una está unida a una molécula = **cargas ligadas**

En el interior del material, la carga neta por unidad de volumen permanece igual a cero:
a) El campo original; **b)** Situación después de haber insertado el dieléctrico, pero antes de que ocurra el reacomodo de las cargas; **c)** flechas delgadas = el campo adicional que se establece en el dieléctrico por sus cargas superficiales inducidas (campo opuesto al original, no tan grande como para anularlo por completo, ya que las cargas en el dieléctrico no tienen libertad para moverse en forma indefinida); **d)** Por consiguiente, el campo resultante en el dieléctrico disminuyó su magnitud



La polarización también es la razón por la que un cuerpo con carga, como una varilla de plástico electrificada, puede ejercer una fuerza sobre un cuerpo sin carga, como un trozo de papel o una bolita de médula de saúco.

Ley de Gauss en los dieléctricos



La figura es un acercamiento de la placa izquierda del capacitor y la superficie izquierda del dieléctrico

La ley de Gauss se aplica a la caja rectangular que se muestra en corte transversal mediante la línea púrpura

- El área superficial de los lados izquierdo y derecho es A
- El lado izquierdo está incrustado en el conductor que forma la placa izquierda del capacitor, por lo que el campo eléctrico en cualquier sitio de esa superficie es igual a cero
- El lado derecho está incrustado en el dieléctrico, donde el campo eléctrico tiene magnitud E y $E_{\perp} = 0$ en cualquier lugar de las otras cuatro caras
- La carga total encerrada, inclui la carga de la placa del capacitor y la carga inducida en la superficie del dieléctrico: $Q_{enc} = \left(\sigma - \sigma_i\right) A$

Por lo que la ley de Gauss da

(4.33) $$\Phi = EA = \frac{\left(\sigma - \sigma_i\right) A}{\varepsilon_0}$$

Pero como $\sigma_i = \sigma\left(1-\frac{1}{K}\right) \Rightarrow \left(\sigma - \sigma_i\right) = \frac{\sigma}{K}$ y tenemos que

(4.34) $$\Phi = EA = \frac{\sigma A}{K\varepsilon_0} \Rightarrow \left(KE\right)A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

El flujo cambia de $\Phi_0 = \vec{E}\cdot\vec{A} \rightarrow \Phi = K\vec{E}\cdot\vec{A}$

En general, para cualquier superficie gaussiana, la ley de Gauss en presencia de un dieléctrico de constancia dieléctrica K es:

(4.35) $$\oint K\vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc-libre}}{\varepsilon_0}$$

Ej. Capacitor esférico con dieléctrico

La simetría del problema no cambia por la presencia del dieléctrico por lo que se tiene que:

$$\oint K\vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint KE\,dA = KE\oint dA = \left(KE\right)\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Por lo tanto el campo eléctrico disminuye por un factor $1/K$

$$E = \frac{1}{K}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\left(K\varepsilon_0\right)}\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$$

De la misma forma la diferencia de potencial V_{ab} disminuye del mismo factor $1/K$ con lo que la capacitancia $C = \frac{Q}{V_{ab}}$ se ve incrementada en un factor K

$$C = \frac{4\pi\left(K\varepsilon_0\right)r_a r_b}{r_b - r_a} = \frac{4\pi\varepsilon r_a r_b}{r_b - r_a}$$