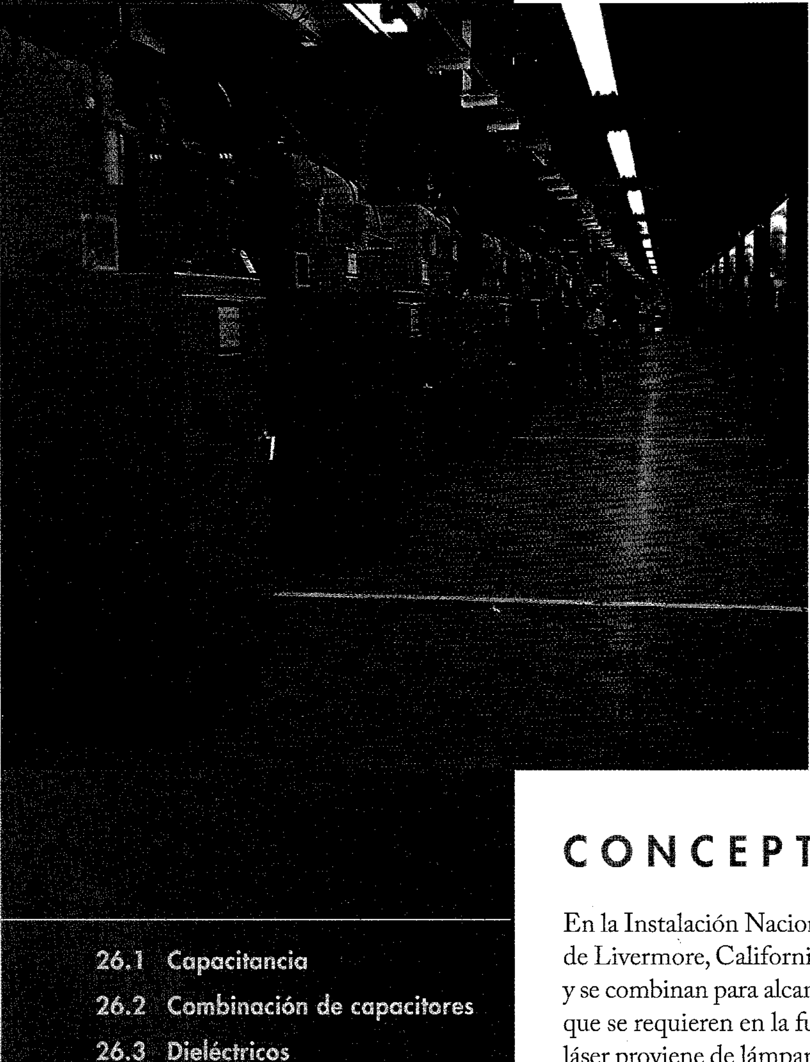
CAPÍTULO

26 Capacitores y dieléctricos



CONCEPTOS EN CONTEXTO

En la Instalación Nacional de Ignición (NIF, de National Ignition Facility) de Livermore, California, se enfocan pulsos intensos de luz, de 192 láseres, y se combinan para alcanzar las densidades de energía extremadamente altas que se requieren en la fusión nuclear. La principal amplificación para cada láser proviene de lámparas de destello energizadas por la descarga repentina de capacitores, que son arreglos de conductores capaces de almacenar carga y energía. Los 192 bancos de capacitores en la NIF (foto de la izquierda), cada uno con 20 capacitores avanzados (los cilindros horizontales en la foto de la derecha) son la instalación de energía más alta que se ha construido.

En este capítulo, se estudiará la capacitancia y será posible responder preguntas como las siguientes:

? ¿Cuál es la capacitancia combinada de cada banco de 20 capacitores? ¿De todos los 192 bancos? (Ejemplo 4, página 835)

? ¿Cuánta carga puede almacenarse en cada capacitor de la NIF? Los conductores en cada capacitor están separados por un aislante llamado dieléctrico. ¿Cómo modifica la presencia de un dieléctrico las propiedades de un capacitor? (Ejemplo 7, página 841)

? ¿Cuánta energía puede almacenar cada capacitor de la NIF? ¿Y en todo el conjunto? (Ejemplo 10, página 845)

Todo arreglo de conductores que se usa para almacenar carga eléctrica se llama **capacitor.** Como debe hacerse trabajo para depositar cargas en el conductor, el capacitor también almacena energía potencial eléctrica, al almacenar carga eléctrica. En la tecnología electrónica los capacitores tienen muchas aplicaciones: son parte de los circuitos de radios, reproductores de CD, computadoras, sistemas de ignición automotriz, etcétera.

La primera parte de este capítulo describe las propiedades de los capacitores; se verá cómo la propiedad de un capacitor de almacenar cargas depende del arreglo y los tamaños de los conductores. La segunda parte explica las propiedades de los campos eléctricos en regiones del espacio llenas con un material eléctricamente aislante o **dieléctrico**. Ya que los capacitores suelen estar llenos con esos materiales dieléctricos, el estudio de los efectos mutuos entre campo eléctrico y material dieléctrico se relaciona estrechamente con el estudio de los capacitores. Pero los efectos recíprocos entre los campos eléctricos y los materiales dieléctricos también son interesantes por sí mismos. Por ejemplo, el aire es un material dieléctrico, y como muchos de los campos eléctricos que se encuentran al estudiar la electricidad están en el aire, será interesante investigar la forma en que los campos eléctricos en el aire difieren de los que hay en el vacío.

26.1 CAPACITANCIA

Como primer ejemplo de un capacitor se examinará una esfera metálica aislada de radio R (véase la figura 26.1). Es obvio que en esta esfera se puede almacenar carga. Si la cantidad de carga que se deposita en la esfera es Q, el potencial de la esfera será, de acuerdo con la ecuación (25.28),

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R} \qquad (26.1)$$

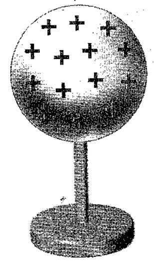


FIGURA 26.1 Una esfera metálica aislada.

De acuerdo con esta ecuación, la cantidad de carga Q almacenada en la esfera es directamente proporcional al potencial V.

Esta proporcionalidad entre Q y V es válida en general para cualquier conductor de forma arbitraria. La carga en el conductor produce un campo eléctrico, cuya intensidad es directamente proporcional a la cantidad de carga: el doble de carga produce el doble de campo eléctrico. El campo eléctrico produce un potencial que es directamente proporcional a la intensidad de campo (el doble de intensidad de campo produce el doble de potencial); por consiguiente, carga y potencial son proporcionales. Esta relación se escribe como sigue:

capacitancia de un conductor aislado

$$Q = CV \qquad \text{o} \qquad C = \frac{Q}{V} \qquad (26.2)$$

donde C es la constante de proporcionalidad. Esa constante se llama **capacitancia** del conductor.* *La capacitancia es grande si el conductor es capaz de almacenar una gran cantidad de carga a bajo potencial.* Por ejemplo, la capacitancia de un conductor esférico es

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{(1/4\pi\epsilon_0)Q/R} = 4\pi\epsilon_0 R \qquad (26.3)$$

* No se debe confundir la capacitancia C con la abreviatura C del coulomb, la unidad de carga.

Así, la capacitancia de la esfera aumenta con su radio: una esfera de radio grande puede almacenar una gran cantidad de carga a un potencial bajo. Note que el valor de la capacitancia sólo depende de las propiedades geométricas del conductor, y no de algún valor particular de Q o V.

La unidad SI de capacitancia es el **farad** (F):

farad (F)

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ F} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}} \tag{26.4}$$

Esta unidad de capacitancia es bastante grande; en la práctica se prefiere usar el **microfarad** y el **picofarad**. Un microfarad es igual a 10^{-6} farad, y un picofarad es igual a 10^{-12} farad:

$$1\ \mu\text{F} = 10^{-6}\text{ F} \qquad \text{y} \qquad 1 \text{ pF} = 10^{-12}\text{ F}$$

Obsérvese que como $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V} = 1 \text{ C}^2/\text{J} = 1 \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m})$, la constante ϵ_0 se puede escribir en la forma

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2} = 8.85 \times 10^{-12}\text{ F/m} \tag{26.5}$$

Esta última expresión es la que suele mencionarse en las tablas de constantes físicas.

EJEMPLO 1 ¿Cuál es la capacitancia de una esfera metálica aislada de 20 cm de radio?

SOLUCIÓN: De acuerdo con la ecuación (26.3),

$$\begin{aligned} C &= 4\pi\epsilon_0 R = 4\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\text{ F/m} \times 0.20\text{ m} \\ &= 2.2 \times 10^{-11}\text{ F} = 22\text{ pF} \end{aligned}$$

EJEMPLO 2 La tierra y los océanos son conductores, y en consecuencia se puede considerar que la Tierra es una esfera conductora. ¿Cuál es su capacitancia?

SOLUCIÓN: El radio terrestre es 6.4×10^6 m, y entonces

$$\begin{aligned} C &= 4\pi\epsilon_0 R = 4\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\text{ F/m} \times 6.4 \times 10^6\text{ m} \\ &= 7.1 \times 10^{-4}\text{ F} \end{aligned}$$

COMENTARIOS: Entre las capacitancias, ésta es una bastante grande. Sin embargo, note que para alterar el potencial de la Tierra sólo 1 volt, sólo se requiere una carga $Q = CV = 7.1 \times 10^{-4}\text{ F} \times 1 \text{ volt} = 7.1 \times 10^{-4}$ coulomb.

La variedad más común de capacitor consta de *dos* conductores metálicos aislados entre sí, que tienen cantidades opuestas de carga, de magnitud igual; es decir, una carga $+Q$ en un conductor y $-Q$ en el otro. La capacitancia de ese par de conductores se define en función de la *diferencia* de potencial, ΔV, entre los dos conductores:

capacitancia de un par de conductores

$$Q = C\,\Delta V \qquad \text{o sea} \qquad C = \frac{Q}{\Delta V} \tag{26.6}$$

En esta ecuación se considera que Q y ΔV son cantidades positivas. Obsérvese que la cantidad Q *no es* la carga total del capacitor, sino la magnitud de la carga en cada placa. La carga total que establece la diferencia de potencial en cualquier capacitor de dos conductores es cero.

La figura 26.2 muestra un capacitor de dos conductores; consta de dos grandes placas metálicas paralelas, cada una con área A, separadas por una distancia d. Las placas tienen cargas $+Q$ y $-Q$, respectivamente, en sus superficies interiores. El campo eléctrico en la región entre las placas es [véase la ecuación (25.53)]

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \tag{26.7}$$

y la diferencia de potencial entre las placas es [de acuerdo con la ecuación (25.54)]

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A} \tag{26.8}$$

Por tanto, la capacitancia de esta configuración es

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Ésta es la capacitancia de un capacitor de placas paralelas,

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \tag{26.9}$$

capacitancia de un capacitor de placas paralelas

Se verá otra vez que la capacitancia sólo depende de la geometría de los conductores.

En la ecuación (26.9) se ve que para almacenar una cantidad grande de carga, a bajo potencial, se necesita un área A grande, pero una pequeña separación d entre las placas. Con frecuencia, los capacitores de placas paralelas se fabrican con dos láminas paralelas de papel de aluminio, de unos pocos centímetros de ancho pero de varios metros de longitud. Las hojas se colocan a muy corta distancia, y se evita su contacto mediante una hoja delgada de plástico entre ellas (véase la figura 26.3*a*). Por facilidad, todo el emparedado se cubre con otra lámina de plástico y se enreda como un rollo de papel sanitario de dos capas (véase la figura 26.3*b*). Las dos hojas de aluminio se conectan a las terminales

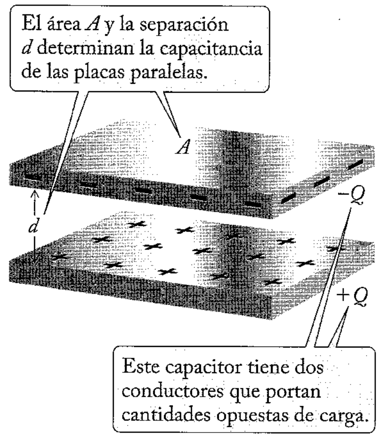


FIGURA 26.2 Dos placas paralelas muy grandes, con cargas eléctricas opuestas.

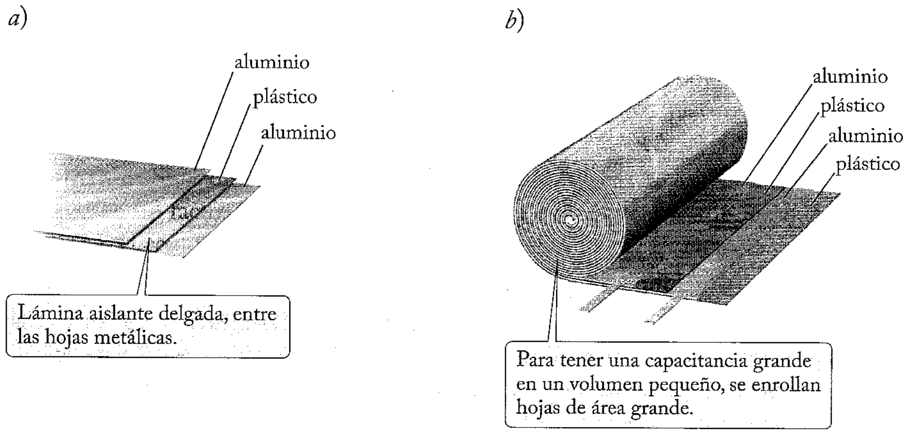


FIGURA 26.3 *a)* Hojas de aluminio separadas por una hoja de plástico. *b)* Capacitor enrollado.

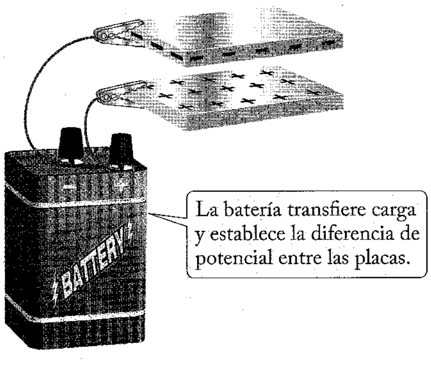


FIGURA 26.4 Un capacitor de dos conductores conectado a las terminales de una batería.

externas del capacitor. Para cargar ese capacitor se conectan sus terminales a las terminales de una batería, que transfiere carga de una a otra placa y establece cantidades iguales de carga, de signo contrario, en las placas del capacitor, produciendo una diferencia de potencial entre las placas, que es igual a la diferencia de potencial (el voltaje) de la batería (véase la figura 26.4).

Una vez cargado un capacitor, se puede desconectar la batería, y el capacitor conservará la carga (y la energía potencial eléctrica) almacenándola durante largo tiempo. El tiempo que dure la carga dependerá de qué tan bueno sea el aislamiento. En algunos capacitores, el aislamiento entre las placas permite cierta fuga de carga de una placa a otra. Cuando se encuentran las cargas opuestas de las dos placas, se neutralizan entre sí y esto puede descargar un capacitor en pocos minutos. Pero algunos capacitores mantienen su carga durante horas o días. Los aparatos electrónicos con capacitores grandes, como los televisores o las computadoras, suelen tener letreros en sus cajas, para advertir a los usuarios que no abran la caja aunque el equipo esté desconectado de la fuente eléctrica, porque los capacitores conservan la carga eléctrica durante largo tiempo, y pueden producir choques eléctricos dolorosos y peligrosos, si por accidente sus terminales se ponen en contacto con la piel del usuario.

EJEMPLO 3 Un capacitor de placas paralelas está formado por dos bandas de hoja de aluminio, con 0.20 m^2 de área, separadas por una distancia de 0.10 mm. El espacio entre las hojas está vacío. Las dos bandas están conectadas a las terminales de una batería que produce una diferencia de potencial de 200 volts entre ellas. ¿Cuál es la capacitancia de este capacitor? ¿Cuál es la carga eléctrica en cada placa? ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico entre las placas?

SOLUCIÓN: De acuerdo con la ecuación (26.9), la capacitancia de un capacitor de placas paralelas es

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m} \times 0.20\ \text{m}^2}{1.0 \times 10^{-4}\ \text{m}} = 1.8 \times 10^{-8}\ \text{F}$$

$$= 0.018\ \mu\text{F}$$

La carga en cada placa es

$$Q = C\,\Delta V = 1.8 \times 10^{-8}\ \text{F} \times 200\ \text{volts} = 3.6 \times 10^{-6}\ \text{coulomb}$$

y el campo eléctrico entre las placas es, según la ecuación (26.8),

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{200\ \text{volts}}{1.0 \times 10^{-4}\ \text{m}} = 2.0 \times 10^{6}\ \text{volts/m}$$

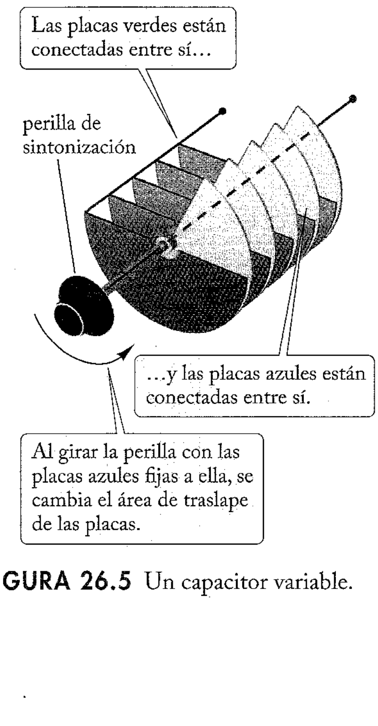


FIGURA 26.5 Un capacitor variable.

Los capacitores variables se usan en los circuitos de sintonización, en los radios. Esos capacitores constan de placas fijas y móviles. Al girar la perilla se desplaza la placa móvil paralela a la placa fija, y se hace disminuir o aumentar el área de traslape de las placas, cambiando así la capacitancia (véase la figura 26.5).

LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA | MICRÓFONO DE CAPACITOR

Hay una clase especial de capacitor, que se usa en el **micrófono de capacitor**, como se observa en la figura. Al capacitor se le denomina también **condensador**; así, a este micrófono también se le llama con frecuencia micrófono de condensador. El diafragma flexible de ese micrófono forma una placa del capacitor, y un disco rígido forma la otra placa. Cuando una onda sonora choca con el diafragma, las fluctuaciones periódicas de presión de aire empujan y tiran, alternativamente, del diafragma, acercándolo y alejándolo de la placa rígida. El cambio de distancia entre las placas produce un cambio en la capacitancia, de acuerdo con la ecuación (26.9). Como las placas están conectadas a una batería, que mantiene una diferencia fija de potencial entre ellas, el cambio de capacitancia produce un cambio en la cantidad de carga eléctrica en las placas. La carga que sale de las placas del capacitor pasa por los conductores y forma una corriente eléctrica. Entonces, el micrófono de capacitor transforma una señal sonora en una señal eléctrica, que se puede enviar a un amplificador, y de allí a un altoparlante, a una grabadora de cinta o a un digitalizador. Esta clase de micrófonos tiene buena sensibilidad para un amplio espectro de frecuencias, y suele usarse en estudios de grabación y en teléfonos.

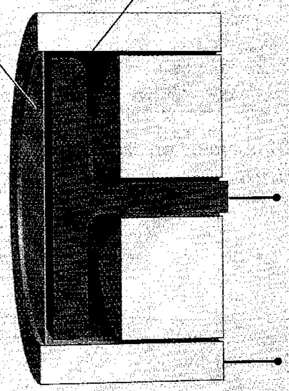


FIGURA 1 Un micrófono de capacitor. Cuando una onda sonora choca con el diafragma flexible, se modifica la distancia entre el diafragma y el disco rígido.

Revisión 26.1

PREGUNTA 1: ¿Es válida la ecuación (26.9) para un capacitor con placas cuadradas paralelas? ¿Y para placas rectangulares? ¿Y para placas circulares?

PREGUNTA 2: La capacitancia de un capacitor es 1 pF, y la de otro es 3 pF. Si ambos se cargan con 6×10^{-12} C, ¿cuál tiene la mayor diferencia de potencial?

PREGUNTA 3: La capacitancia de un capacitor de placas paralelas, ¿aumenta o disminuye si se incrementa la distancia entre las placas? ¿Y si se incrementa el área de las placas?

PREGUNTA 4: Suponga que, en lugar de guardar cantidades iguales de carga de signo contrario en las placas de un capacitor de placas paralelas, se tratara de almacenar cargas iguales del mismo signo, por ejemplo positivo, en ambas placas. En ese caso ¿la capacitancia seguiría definiéndose con la ecuación (26.9)?

PREGUNTA 5: Si se disminuye la separación entre las placas de un capacitor de placas paralelas en un factor de 2, manteniendo la carga eléctrica constante ¿en qué factores cambiarán el campo eléctrico, la diferencia de potencial y la capacitancia?

PREGUNTA 6: Las placas de un capacitor de placas paralelas miden 10 cm × 10 cm, y su separación es 2.0 mm. Si se quisiera construir un capacitor de placas paralelas con la misma capacitancia, pero con placas que midieran 5.0 cm × 5.0 cm, ¿qué separación de placas se necesitaría?

(A) 8.0 mm (B) 4.0 mm (C) 2.0 mm (D) 1.0 mm (E) 0.50 mm

26.2 COMBINACIÓN DE CAPACITORES

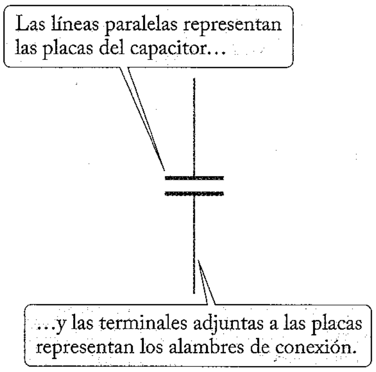


FIGURA 26.6 Símbolo de un capacitor en diagramas eléctricos.

Los capacitores que se usan en aplicaciones prácticas de circuitos eléctricos, en radios, televisores, computadoras, etc., suelen ser de los que tienen dos conductores. En forma esquemática se representan esos capacitores en un diagrama eléctrico como dos líneas paralelas con terminales conectadas a sus puntos medios (véase la figura 26.6). Las terminales representan alambres, y se supone que cada uno de ellos es un conductor. En un circuito, con frecuencia se conectan varios de estos capacitores juntos, y entonces es necesario calcular la capacitancia total de la combinación. Las formas más simples de conectar capacitores entre sí son en **paralelo** y en **serie**.

La figura 26.7 muestra dos capacitores conectados en *paralelo*. Si se alimenta carga a esta combinación a través de las dos terminales, algo de la carga quedará almacenada en el primer capacitor y algo en la segunda. La capacitancia total de la combinación se puede calcular como sigue: como las placas correspondientes de los capacitores están unidas por conductores, los potenciales de las placas correspondientes deben ser iguales, y las diferencias de potencial a través de ambos capacitores también deben ser iguales. En general, se cumple lo siguiente: *los componentes de un circuito conectados en paralelo tienen el mismo voltaje a través de cada uno de ellos*. Así,

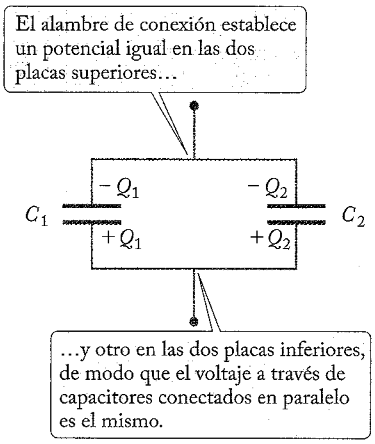


FIGURA 26.7 Dos capacitores conectados en paralelo.

$$\Delta V = \frac{Q_1}{C_1} \quad \text{y} \quad \Delta V = \frac{Q_2}{C_2} \tag{26.10}$$

Por consiguiente, la carga total de la combinación de capacitores se puede expresar como sigue:

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$

es decir,

$$Q = (C_1 + C_2)\Delta V \tag{26.11}$$

Si se compara esto con la definición de capacitancia que indica la ecuación (26.6), se reconocerá que la combinación equivale a un solo capacitor cuya capacitancia es

$$C = C_1 + C_2 \tag{26.12}$$

Por tanto, *la capacitancia total, o capacitancia equivalente, de la combinación en paralelo no es más que la suma de las capacitancias individuales.*

Es fácil llegar a un resultado similar para cualquier cantidad de capacitores conectados en paralelo (véase la figura 26.8). La capacitancia total de esa combinación en paralelo es

capacitores en paralelo

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \tag{26.13}$$

A continuación se ve otra forma para conectar capacitores. La figura 26.9 muestra dos capacitores conectados *en serie*. Como la carga no puede pasar a través del espacio entre las placas de los capacitores, toda carga alimentada a la combinación de capacitores por medio de las dos terminales externas deberá estar en las placas *exteriores* [la

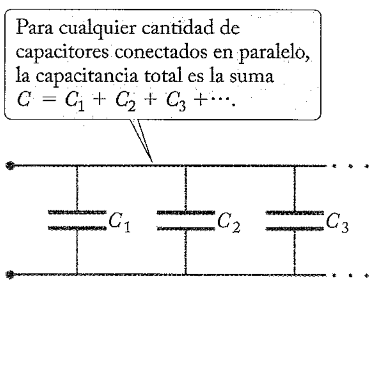


FIGURA 26.8 Varios capacitores conectados en paralelo.

placa inferior del capacitor (C_1) y la placa superior (C_2) de la figura 26.9]. Así, la placa inferior tendrá una carga $+Q$ y la placa superior una carga $-Q$. Pero las cargas en las placas externas inducirán cargas en las placas internas: la placa superior de C_1 y la placa inferior de C_2. La carga $+Q$ en la placa inferior de C_1 atraerá electrones hacia la placa de enfrente, y en ella se acumulará una carga $-Q$. Debido al exceso de electrones en la placa superior de C_1 habrá un déficit de electrones en la placa inferior de C_2, y se acumulará en ella una carga $+Q$. En general, *los capacitores en serie tienen cargas de la misma magnitud en cada placa.*

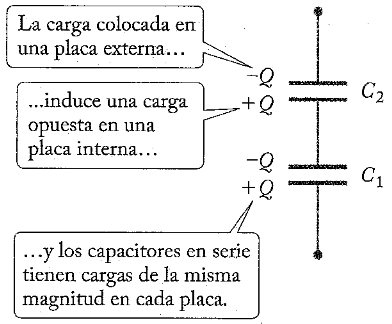


FIGURA 26.9 Dos capacitores conectados en serie.

Entonces, la capacitancia de la combinación se puede determinar como sigue: las diferencias de potencial individuales a través de los dos capacitores son

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \text{y} \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2} \tag{26.14}$$

Ya que el potencial es energía por unidad de carga, para pasar la carga de un potencial a otro, la diferencia total de potencial entre las terminales de dos capacitores en serie es la suma de las diferencias de potencial a través de los dos capacitores individuales:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \tag{26.15}$$

de donde

$$\Delta V = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \tag{26.16}$$

Al comparar de nuevo esto con la definición de la capacitancia indicada en la ecuación (26.6), se ve que la combinación equivale a un solo capacitor con

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{26.17}$$

o sea

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Según la ecuación (26.17), la inversa de la capacitancia total de la combinación en serie se obtiene con la suma de las inversas de las capacitancias individuales. Tenga en cuenta que, en serie, la capacitancia total siempre es *menor* que las capacitancias individuales; por ejemplo, si $C_1 = C_2$, entonces $C = \frac{1}{2}C_1 = \frac{1}{2}C_2$.

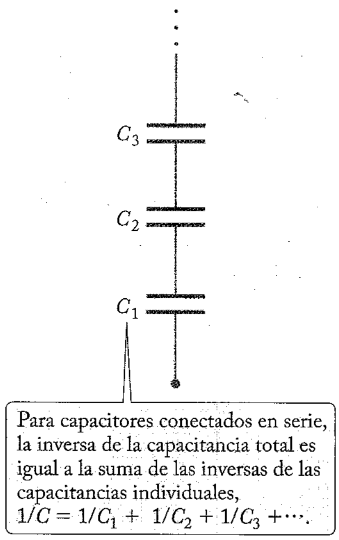


FIGURA 26.10 Varios capacitores conectados en serie.

Un resultado similar es el que se aplica a cualquier cantidad de capacitores conectados en serie (véase la figura 26.10). La capacitancia total C de esa combinación en serie se obtiene con

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \tag{26.18}$$

capacitores en serie

EJEMPLO 4 Cada uno de los capacitores avanzados de la Instalación Nacional de Ignición (Estados Unidos) tiene 300 μF de capacitancia. Cada uno de los 192 amplificadores láser está activado por un banco de 20 de estos capacitores, conectados en paralelo. ¿Cuál es la capacitancia total de cada banco? ¿Cuál es la suma de las capacitancias de los 192 bancos de todo el sistema de potencia láser?

Conceptos en contexto

SOLUCIÓN: Ya que los capacitores de cada banco están conectados en una combinación simple en paralelo, la capacitancia total de un banco sólo es la suma de las 20 capacitancias individuales:

$$C_{\text{banco}} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots = 20C_1$$
$$= 20 \times 300 \times 10^{-6}\,\text{F} = 6.0 \times 10^{-3}\,\text{F}$$

La capacitancia de todo el sistema de potencia láser es

$$C_{\text{total}} = 192 \times C_{\text{banco}} = 192 \times 6.0 \times 10^{-3}\,\text{F}$$
$$= 1.2\,\text{F}$$

Ésta es una capacitancia inmensa, más de mil veces mayor que la capacitancia de la Tierra que se calculó en el ejemplo 2. Es difícil alcanzar un valor de capacitancia del orden de 1 farad.

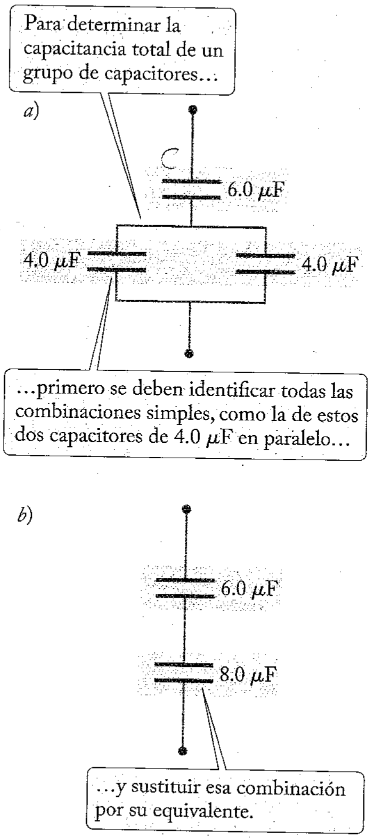


FIGURA 26.11 *a)* Los dos capacitores de 4.0 μF (en verde) están conectados en paralelo, y el capacitor de 6.0 μF (naranja) está conectado en serie con estos dos. *b)* Los dos capacitores de 4.0 μF son equivalentes a un solo capacitor de 8.0 μF, que está conectado en serie con el capacitor de 6.0 μF.

EJEMPLO 5 Dos capacitores, cada uno de 4.0 μF, están conectados en paralelo, y a continuación hay un tercer capacitor de 6.0 μF conectado en serie con los dos primeros (véase la figura 26.11*a*). ¿Cuál es la capacitancia total de esta combinación?

SOLUCIÓN: Primero se buscará un grupo de capacitores que sea una combinación simple en serie o simple en paralelo. En este caso, se calculará primero la capacitancia combinada de los dos capacitores de 4.0 μF. Como están conectados en paralelo, de acuerdo con la ecuación (26.13) su capacitancia combinada es la suma 4.0 μF + 4.0 μF = 8.0 μF.

A continuación se verá la capacitancia de este capacitor efectivo de 8.0 μF, conectado en serie con el capacitor de 6.0 μF (véase la figura 26.11*b*). Para esta combinación en serie, la ecuación (26.18) indica que la capacitancia total es

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{8.0\,\mu\text{F}} + \frac{1}{6.0\,\mu\text{F}} = \frac{6.0\,\mu\text{F} + 8.0\,\mu\text{F}}{8.0\,\mu\text{F} \times 6.0\,\mu\text{F}} = \frac{14}{48\,\mu\text{F}}$$

y entonces

$$C = \frac{48}{14}\,\mu\text{F} = 3.4\,\mu\text{F}$$

Es la capacitancia total de toda la combinación.

EJEMPLO 6 Un método para generar alto voltaje es tomar una gran cantidad de capacitores, cargarlos estando conectados en paralelo, y entonces conectarlos en serie (véase la figura 26.12). Se toman 140 capacitores de 0.50 μF y se conectan en paralelo con una batería de 9.0 volt. Una vez que están completamente cargados, se desconectan y se vuelven a conectar en serie (sin la batería). ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de esta combinación en serie? ¿Cuánta carga absorbieron los capacitores de la batería cuando se cargaron? ¿Cuánta carga entregarán si se unen las terminales externas de los capacitores primero y último de la serie?

SOLUCIÓN: La diferencia de potencial a través de la combinación en serie es 140 por la diferencia de potencial a través de cada capacitor; esto es,

$$\Delta V' = 140 \times 9.0\ \text{volts} = 1\,260\ \text{volts}$$

La capacitancia de la combinación original en paralelo es la suma de las capacitancias de todos los capacitores:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots = 140 \times 0.50\ \mu\text{F} = 70\ \mu\text{F}$$

Por lo que la carga absorbida de la batería es

$$Q = C\,\Delta V = 70\ \mu\text{F} \times 9.0 \text{ volts} = 6.3 \times 10^{-4} \text{ coulomb}$$

La capacitancia de la combinación en serie es

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots = 140 \times \frac{1}{0.50\ \mu\text{F}}$$

y entonces

$$C = \frac{0.50\ \mu\text{F}}{140} = 3.57 \times 10^{-3}\ \mu\text{F}$$

Así, la carga de la combinación en serie es

$$Q = C\,\Delta V' = 3.57 \times 10^{-3}\ \mu\text{F} \times 1260 \text{ volts} = 4.5 \times 10^{-6}\text{ C}$$

Entonces, al descargar la combinación en serie, la carga que sale de la terminal externa positiva es $+4.5 \times 10^{-6}$ C, y la carga que sale de la terminal externa negativa es -4.5×10^{-6} C.

COMENTARIOS: En este ejemplo, la carga de la combinación en serie sólo es la carga de un solo capacitor. Las cargas en todas las placas, excepto en las dos conectadas con las terminales externas, sólo se neutralizan entre sí y no se cuentan como carga para la combinación en serie. La carga inicial de la combinación en paralelo es 6.3×10^{-4} C, pero la de la combinación en serie sólo es 4.5×10^{-6} C, 140 veces menor.

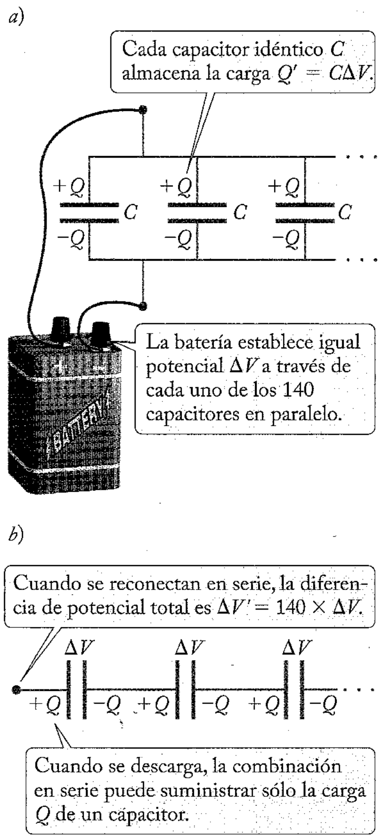


FIGURA 26.12 *a)* Primero se conectan los capacitores en paralelo y se cargan con una batería. *b)* Después los capacitores de conectan en serie.

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS — COMBINACIONES DE CAPACITORES

Tenga en cuenta que cuando se habla de la carga Q en un capacitor de placas paralelas, siempre se trata de la magnitud de la carga en cada placa.

Si se conectan *en serie* varios capacitores:

1. Todos tienen la misma Q (esto es, cada capacitor tiene una carga $+Q$ en la placa positiva, y $-Q$ en la placa negativa), y
2. La diferencia total de potencial ΔV es igual a la suma $\Delta V_1 + \Delta V_2 + \cdots$ de las diferencias de potencial en los capacitores individuales.

Si se conectan *en paralelo* varios capacitores:

3. Todos ellos tienen la misma ΔV, y
4. La carga total Q es la suma $Q_1 + Q_2 + \cdots$ de las cargas de los capacitores individuales.

Cuando se trata de un circuito que contiene varios capacitores conectados en alguna forma complicada, se siguen dos pasos:

1. En el primer paso, buscar grupos de capacitores que formen combinaciones simples en paralelo o en serie (como el grupo de los dos capacitores de 4.0 μF de la figura 26.11*a*). Evaluar la capacitancia de cada uno de esos grupos.
2. En el segundo paso, ver cómo se conectan entre sí estas capacitancias efectivas de grupo (como en la figura 26.11*b*), y evaluar la capacitancia total de la combinación del grupo o los grupos.

En algunos casos será necesario repetir estos pasos hasta llegar a una sola capacitancia total.

Revisión 26.2

PREGUNTA 1: Si se conectan en serie varios capacitores ¿tienen todos ellos el mismo campo eléctrico entre sus placas?

PREGUNTA 2: En forma cualitativa ¿por qué la capacitancia total de una combinación de capacitores iguales en paralelo es mayor que las capacitancias individuales? ¿Por qué la capacitancia total de una combinación en serie de capacitores iguales es menor que las capacitancias individuales?

PREGUNTA 3: Si se conectan 10 capacitores en paralelo, cada uno de 1.0 μF, ¿cuál es la capacitancia total? ¿Y si se conectan en serie?

(A) 10 μF, 10 μF (B) 10 μF, 0.10 μF
(C) 0.10 μF, 10 μF (D) 0.10 μF, 0.10 μF

26.3 DIELÉCTRICOS

Hasta ahora, al resolver problemas de electrostática, se ha supuesto que el medio que rodea las cargas eléctricas es vacío o aire. El vacío no tiene efecto alguno sobre el campo eléctrico, y el aire, como se verá, sólo tiene un efecto pequeño y, con frecuencia, insignificante sobre el campo eléctrico. Sin embargo, al manejar los capacitores que se usan en la práctica real no se pueden pasar por alto los efectos del medio que rodea a las cargas eléctricas. El espacio entre las placas de esos capacitores suele estar lleno con un aislante eléctrico, o **dieléctrico**. Ese dieléctrico cambia el campo eléctrico de una manera drástica, respecto a lo que sería en un vacío: *el dieléctrico reduce la intensidad del campo eléctrico.*

dieléctrico

Para comprender esto, se puede imaginar un capacitor de placas paralelas, donde esas placas tienen cierta cantidad de carga por unidad de área. Se supondrá que hay una capa de dieléctrico, como vidrio o nailon, que llena la mayor parte del espacio entre las placas (véase la figura 26.13). Este dieléctrico contiene una gran cantidad de núcleos atómicos y electrones, pero naturalmente, esas cargas positivas y negativas se balancean entre sí, por lo que el material es eléctricamente neutro. *En cierto sentido, todas las cargas están fijas*, los electrones están confinados al interior de sus átomos o moléculas, y no pueden vagar como en un conductor. Sin embargo, en respuesta a la fuerza que ejerce el campo eléctrico, las cargas se moverán imperceptiblemente sin salir de sus átomos. Los electrones se mueven en dirección contraria a la del campo eléctrico y los núcleos se mueven en la dirección del campo eléctrico. Esos desplazamientos opuestos separan las cargas positivas y negativas, con lo que crean dipolos eléctricos dentro del dieléctrico. En la mayor parte de los dieléctricos, las magnitudes de las separaciones de las cargas, y en consecuencia las magnitudes de los momentos dipolares inducidos son directamente proporcionales a la intensidad del campo eléctrico; se dice que esos dieléctricos son **lineales**.

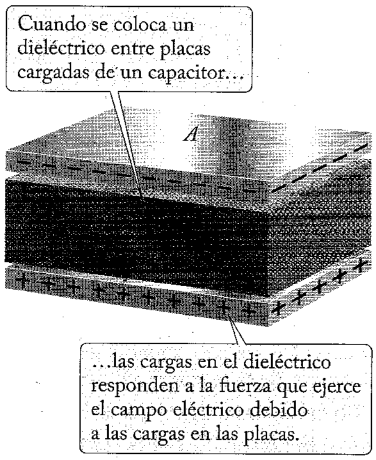


FIGURA 26.13 Una capa de dieléctrico entre las placas de un capacitor.

Los detalles del mecanismo de desplazamiento y de separación de cargas dependen del dieléctrico. En algunos dieléctricos, como vidrio, nailon y otros sólidos, la combinación de momentos dipolares produce una distorsión de las moléculas o los átomos. Al separar los electrones y núcleos en direcciones contrarias, el campo eléctrico estira la molécula al tiempo que produce una separación de cargas en su interior (véase la figura 26.14). En otros dieléctricos, como el agua destilada* o el monóxido de carbono, la creación de momentos dipolares es consecuencia principalmente de una alineación de los dipolos existentes. En esos dieléctricos, las moléculas tienen momentos dipolares permanentes, orientados al azar cuando el dieléctrico no está en un campo eléctrico. La

* El agua destilada es un aislante.

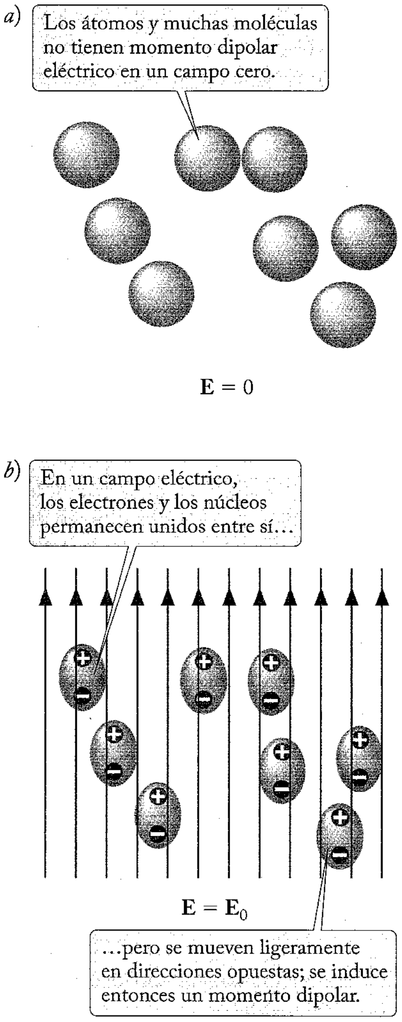


FIGURA 26.14 *a)* Moléculas no distorsionadas. *b)* El campo eléctrico produce una distorsión en las moléculas.

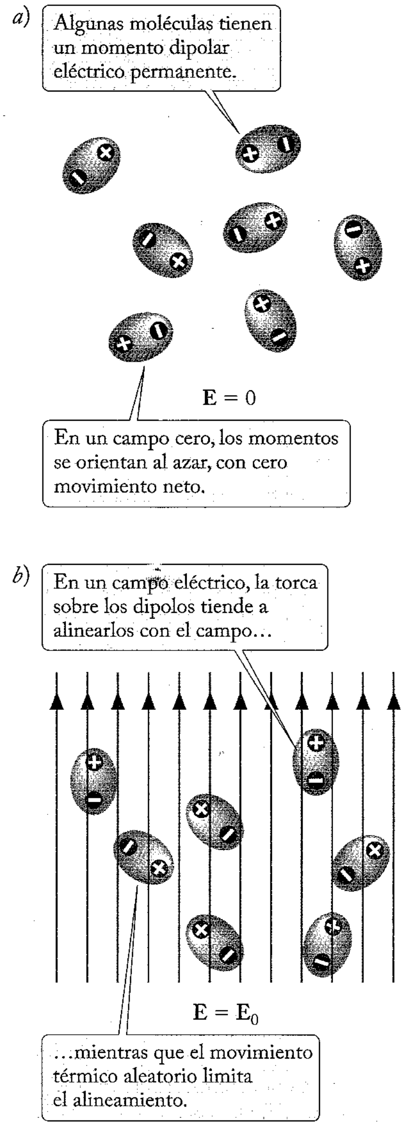


FIGURA 26.15 *a)* Moléculas no alineadas. *b)* El campo eléctrico produce un alineamiento parcial de las moléculas ya distorsionadas.

aleatoriedad de la orientación de los dipolos equivale a que, en promedio, no hay separación de cargas en el dieléctrico. Pero como se explicó en la sección 23.5, cuando se colocan en un campo eléctrico, los dipolos permanentes se someten a una torca que tiende a alinearlos con el campo eléctrico (véase la figura 26.15). Los movimientos térmicos aleatorios se oponen a este alineamiento y las moléculas alcanzan un estado promedio de equilibrio, en el que la cantidad promedio de alineamiento es casi proporcional a la intensidad del campo eléctrico. Este alineamiento promedio equivale a una separación promedio de cargas.

El desplazamiento de las cargas positivas y negativas en direcciones opuestas implica que las distribuciones de cargas positivas y negativas en el dieléctrico ya no se compensan de una manera precisa (véase la figura 26.16). En consecuencia, habrá un exceso de carga fija positiva en una superficie de la capa de dieléctrico, y un exceso de carga fija negativa en la superficie opuesta. Entonces, se dice que la capa de dieléctrico está **polarizada**. Estas cargas en la superficie funcionan exactamente igual que un par de láminas paralelas de carga positiva y negativa; entre ellas, las cargas generan un

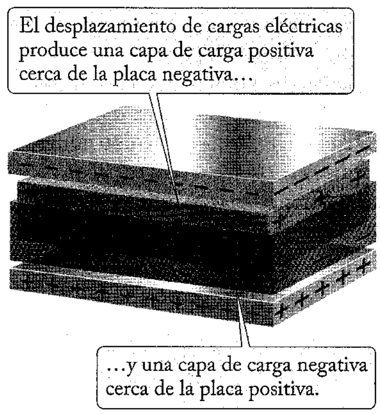


FIGURA 26.16 Las distribuciones de carga positiva (café) y negativa (verde) en la capa de dieléctrico no pueden traslaparse con exactitud. Entonces, el campo eléctrico ha producido una separación de las cargas.

dieléctrico polarizado

campo eléctrico que *se opone* al campo eléctrico original aplicado. El campo eléctrico total, originado por la suma del campo debido a las cargas libres en las placas conductoras, más el campo opuesto de las cargas fijas inducidas en las superficies del dieléctrico es, por consiguiente, *menor* que el campo de las cargas libres solas (véase la figura 26.17).

constante dieléctrica κ

En un dieléctrico lineal, la cantidad en que el dieléctrico reduce la intensidad del campo eléctrico se puede caracterizar por la **constante dieléctrica κ** (kappa), que es un número adimensional. Esta constante no es más que el factor por el cual se reduce el campo eléctrico en el dieléctrico que está entre las placas paralelas; esto es, si E_{libre} es el campo eléctrico que producen por sí mismas las cargas libres (en las placas) y E es el campo eléctrico que producen en conjunto esas cargas libres y las cargas fijas (en el dieléctrico), entonces

campo eléctrico en un dieléctrico

$$E = \frac{1}{\kappa} E_{\text{libre}} \tag{26.19}$$

donde κ es mayor que 1.

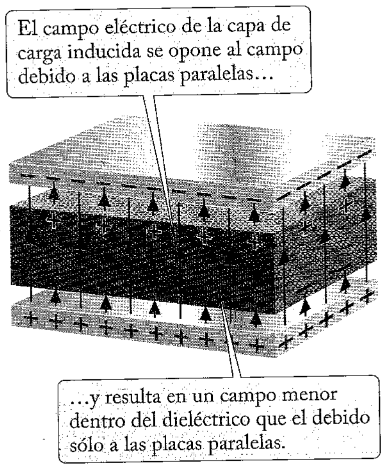


FIGURA 26.17 Algunas líneas del campo eléctrico terminan en las cargas negativas abajo de la capa de dieléctrico. La densidad de las líneas de campo es menor en el dieléctrico que en los espacios vacíos adyacentes a las placas; esto es, el campo eléctrico es menor.

La tabla 26.1 muestra una lista de los valores de constantes dieléctricas de algunos materiales. Obsérvese que el aire tiene un valor muy cercano a 1, es decir, que las propiedades dieléctricas del aire no son muy diferentes a las del vacío, y los campos eléctricos producidos por cargas libres, colocadas en el aire, son casi iguales a los que se producen en el vacío. Esto justifica que no se haya considerado la presencia del aire en muchos de los problemas de los capítulos anteriores.

Si la capa de dieléctrico llena por completo el espacio entre las placas, la fórmula (26.19) para la reducción de la intensidad del campo eléctrico se aplica en todo ese espacio. Ya que la diferencia de potencial entre las placas del capacitor es directamente proporcional a la intensidad del campo eléctrico, entonces, para determinada cantidad de carga libre en las placas, la presencia del dieléctrico también reduce la diferencia de potencial en un factor κ:

$$\Delta V = \frac{1}{\kappa} \Delta V_0 \tag{26.20}$$

donde ΔV_0 es la diferencia de potencial en ausencia del dieléctrico. En consecuencia, la presencia del dieléctrico *aumenta* la capacitancia en un factor de κ:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \kappa \frac{Q}{\Delta V_0}$$

o simplemente,

capacitancia de un capacitor lleno con dieléctrico

$$C = \kappa C_0 \tag{26.21}$$

donde $C_0 = Q/\Delta V_0$ es la capacitancia en ausencia del dieléctrico. Por ejemplo, la capacitancia de un capacitor de placas paralelas lleno de plexiglás (véase la tabla 26.1) es

$$\begin{aligned} C = \kappa C_0 &= \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} \\ &= 3.4 \times \frac{\epsilon_0 A}{d} \end{aligned} \tag{26.22}$$

Al llenar con dieléctrico el espacio entre las placas de un capacitor se puede obtener un apreciable aumento de capacitancia. Además, el dieléctrico puede evitar un rompimiento eléctrico en el espacio entre las placas. Si en este espacio hay aire, puede producirse una chispa entre las placas, cuando el campo eléctrico llega a un valor aproximado

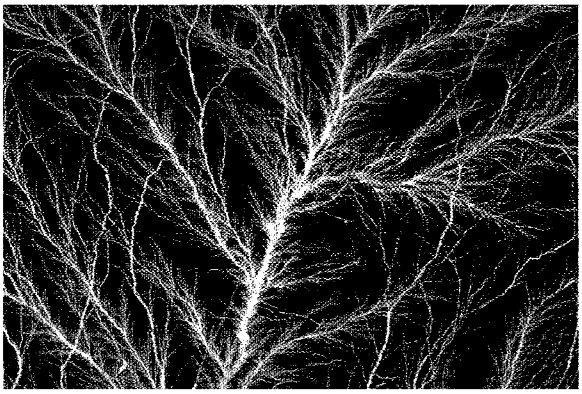


FIGURA 26.18 El rompimiento eléctrico en un bloque de plexiglás, en un campo eléctrico muy intenso, causó diminutas perforaciones en el bloque y formó esta bella figura arbórea.

de 3×10^6 V/m, y el capacitor se descarga espontáneamente. La mayor parte de los dieléctricos son mejores aislantes que el aire, y pueden tolerar campos eléctricos mayores. Por ejemplo, el plexiglás puede tolerar un campo eléctrico de hasta 40×10^6 V/m sin sufrir rompimiento eléctrico (véase la figura 26.18). El campo eléctrico máximo que puede tolerar un dieléctrico se llama **intensidad dieléctrica** (o **fuerza dieléctrica**); entonces, la intensidad dieléctrica del aire es 3×10^6 V/m y la del plexiglás es 40×10^6 V/m.

rigidez dieléctrica

EJEMPLO 7 Los capacitores de 300 μF de la Instalación Nacional de Ignición (Estados Unidos) están formados por dos bandas de lámina metálica, con un área efectiva de placa paralela de 123 m^2. Las placas están separadas por una capa de dieléctrico de polipropileno, de 8.0×10^{-6} m de espesor. ¿Cuál es la constante dieléctrica? Si se aplica una diferencia de potencial de 24 kV a cada capacitor ¿cuál es la magnitud de la carga libre en cada placa? ¿Cuál es el campo eléctrico en el dieléctrico?

Conceptos en contexto

SOLUCIÓN: De acuerdo con la ecuación (26.21), la constante dieléctrica se define con la relación de la capacitancia real entre la capacitancia en ausencia del dieléctrico.

$$\kappa = \frac{C}{C_0} = \frac{C}{\epsilon_0 A/d} = \frac{300 \times 10^{-6}\ \text{F}}{(8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m} \times 123\ \text{m}^2)/(8.0 \times 10^{-6}\ \text{m})}$$

$$= 2.2$$

La magnitud de la carga libre en cada placa es

$$Q_{\text{libre}} = C\,\Delta V = 300 \times 10^{-6}\ \text{F} \times 24 \times 10^3\ \text{V} = 7.2\ \text{coulombs}$$

El campo eléctrico producido por las cargas libres en las placas, en ausencia del dieléctrico, sería [véase la ecuación (26.18)]

$$E_{\text{libre}} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

y en consecuencia, el campo en el dieléctrico, según la ecuación (26.19) es

$$E = \frac{1}{\kappa} E_{\text{libre}} = \frac{1}{\kappa}\frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2.2} \times \frac{7.2\ \text{coulombs}}{8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m} \times 123\ \text{m}^2}$$

$$= 3.0 \times 10^9\ \text{volts/m}$$

Éste es un campo eléctrico mayor, en un factor aproximado de 100, que el que pueden resistir la mayor parte de los dieléctricos comunes sin que haya rompimiento eléctrico.

TABLA 26.1

CONSTANTES DIELÉCTRICAS DE ALGUNOS MATERIALES*

MATERIAL	κ
Vacío	1
Aire	1.000 54
Dióxido de carbono	1.000 98
Polietileno	2.3
Poliestireno	2.5
Ebonita	2.8
Aceite de transformador	≈ 3
Plexiglás	3.4
Nailon	3.5
Resina epóxica	3.6
Papel	≈ 4
Vidrio	≈ 6
Porcelana	≈ 7
Agua destilada	80
Titanato de estroncio	320

*A temperatura ambiente (20°C) y 1 atm.

COMENTARIOS: También se puede calcular el campo eléctrico en el dieléctrico con la relación acostumbrada entre un campo eléctrico uniforme y su potencial,

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{24 \times 10^3\,\text{V}}{8.0 \times 10^{-6}\,\text{m}} = 3.0 \times 10^9 \text{ volts/m}$$

Esta relación entre campo eléctrico y potencial no se afecta por la presencia del dieléctrico.

La fórmula sencilla (26.19) para determinar la reducción del campo eléctrico debida a un dieléctrico se aplica a cualquier configuración en la que el dieléctrico y la distribución de cargas libres tenga la misma simetría; por ejemplo, un par de placas planas cargadas con una capa de dieléctrico (como en el capacitor de placas paralelas), o una distribución esférica de cargas rodeada por un cascarón esférico concéntrico de dieléctrico. Sin embargo, si las simetrías de la distribución de cargas y del dieléctrico son diferentes, como cuando un capacitor de placas paralelas tiene una esfera de dieléctrico entre las placas, ya no es aplicable la sencilla fórmula (26.19), y la reducción del campo eléctrico en el dieléctrico se vuelve bastante más difícil de calcular.

EJEMPLO 8 ¿Cuál es el campo eléctrico generado por una carga puntual q rodeada por un volumen mayor de dieléctrico? Por ejemplo, una carga puntual en el seno de un gran volumen de gas.

SOLUCIÓN: Si el volumen del dieléctrico que rodea la carga puntual es grande, el campo eléctrico en la proximidad de esta carga no se ve influido en grado importante por la forma de las superficies (remotas) del dieléctrico. Entonces, se puede considerar que el dieléctrico proporciona un ambiente con simetría esférica a la carga esféricamente simétrica. En consecuencia, la ecuación (26.19) se puede aplicar a este problema, y

$$E = \frac{1}{\kappa} E_{\text{libre}} = \frac{1}{\kappa} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{26.23}$$

donde, como de costumbre, r es la distancia desde la carga puntual.

Nótese que, como este campo eléctrico inverso del cuadrado que produce la carga puntual en el gran volumen del dieléctrico difiere del campo eléctrico de una carga puntual en el vacío sólo por el factor $1/\kappa$, los argumentos que llevaron a la ley de Gauss (en el vacío), en la sección 24.2, ahora llevarán a una versión modificada de la ley de Gauss para una distribución de cargas puntuales colocadas en un gran volumen de dieléctrico:

ley de Gauss en dieléctricos

$$\oint \kappa E_\perp \, dA = \frac{Q_{\text{libre, interior}}}{\epsilon_0} \tag{26.24}$$

Este resultado, al que se ha llegado a través de un argumento muy especializado, que implica a un gran volumen de dieléctrico, en realidad es válido en general. Es válido para cualquier configuración de cargas libres y dieléctricos, independientemente de su simetría. La ecuación (26.24) es la **ley de Gauss en dieléctricos**. Se podría haber optado por usar esta ley, pero para los sencillos problemas que se presentarán, siempre se podrá determinar el campo eléctrico con la fórmula (26.19), calculando primero el campo eléctrico producido por las mismas cargas libres.

EJEMPLO 9 Un tipo frecuente de cable, el **cable coaxial** está formado por un conductor cilíndrico macizo en el eje de un cascarón cilíndrico de conductor, y los dos conductores están separados por un dieléctrico (véase la figura 26.19). Calcular la capacitancia, por centímetro, de un cable coaxial con dieléctrico de poliestireno. El conductor central del cable tiene 1.5 mm de diámetro, y el cascarón conductor delgado tiene 3.0 mm de radio.

cable coaxial

SOLUCIÓN: La capacitancia de un capacitor cilíndrico *sin* dieléctrico se define como siempre [ecuación (26.6)]:

$$C_0 = \frac{Q}{\Delta V_0}$$

Cuando se agrega más longitud, la capacitancia adicional está en paralelo, por lo que simplemente se suma en proporción con la longitud. Entonces, la capacitancia por unidad de longitud l es

$$\frac{C_0}{l} = \frac{\lambda}{\Delta V_0}$$

donde $\lambda = Q/l$ es la densidad de carga lineal. En el ejemplo 5 del capítulo 25 ya se calculó la diferencia de potencial sin dieléctrico, a partir del campo obtenido con la ley de Gauss; el resultado fue la ecuación (25.35):

$$\Delta V_0 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

donde b y a son los radios de los conductores exterior e interior. Así, se llega a

$$\frac{C_0}{l} = 2\pi\epsilon_0 \frac{1}{\ln(b/a)} \tag{26.25}$$

capacitancia por unidad de longitud de un capacitor cilíndrico

Para el capacitor *con* dieléctrico se llega entonces, con $\kappa = 2.5$ del poliestireno,

$$\begin{aligned}\frac{C}{l} &= \kappa \frac{C_0}{l} = \kappa 2\pi\epsilon_0 \frac{1}{\ln(b/a)} \\ &= 2.5 \times 2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m} \times \frac{1}{\ln(3.0\ \text{mm}/0.75\ \text{mm})} \\ &= 1.0 \times 10^{-10}\ \text{F/m} = 1.0\ \text{pF/cm}\end{aligned}$$

Una capacitancia cercana a un picofarad por centímetro de longitud es algo común en muchos cables coaxiales. Esta clase de capacitancia se usa en cables coaxiales para conectar aparatos electrónicos, y se llama **capacitancia de cable**.

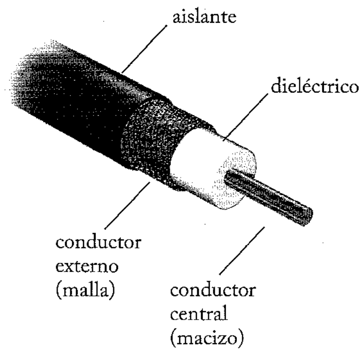


FIGURA 26.19 Cable coaxial.

Revisión 26.3

PREGUNTA 1: ¿Por qué el mecanismo de alineamiento de dipolos que se describió arriba conduce a una constante dieléctrica $\kappa > 1$?

PREGUNTA 2: Supóngase que la capacitancia de una esfera metálica es 3.0×10^{-12} F cuando esta esfera está rodeada por vacío. ¿Cuál será la capacitancia de esta esfera si se sumerge en un gran volumen de aceite, cuya constante dieléctrica es $\kappa = 3.0$?

(A) 1.0×10^{-12} F (B) 3.0×10^{-12} F (C) 9.0×10^{-12} F

26.4 ENERGÍA EN CAPACITORES

Los capacitores no sólo almacenan carga eléctrica, sino también energía eléctrica. Se vio, en la sección 25.5, que toda distribución de conductores con cargas eléctricas tiene energía potencial eléctrica, que representa la cantidad de trabajo que se debe efectuar para llevar las cargas hasta sus posiciones en los conductores.

Si un capacitor de dos conductores con cargas $\pm Q$ en sus placas no contiene dieléctrico, la energía potencial eléctrica se puede calcular en forma directa con la ecuación (25.52):

$$U = \tfrac{1}{2}Q(V_1 - V_2)$$

donde V_1 y V_2 son los potenciales de las placas. Así, la energía potencial se puede expresar en función de la carga y de la diferencia de potencial:

$$U = \tfrac{1}{2}Q\,\Delta V \qquad (26.26)$$

Por medio de la definición de capacitancia, $Q = C\Delta V$, esto se puede escribir en estas otras formas

energía potencial en un capacitor

$$U = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 \quad \text{o bien} \quad U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (26.27)$$

Si el capacitor contiene un dieléctrico, el cálculo de la energía es algo más complicado. El problema es que el dieléctrico, con sus cargas fijas, contribuye a la energía potencial eléctrica. Sin embargo, en la práctica en general no interesa la energía potencial total, sino sólo la parte de la energía potencial que cambia al cargar (o descargar) el capacitor; esto es, sólo interesa la cantidad de trabajo necesario para cargar (o descargar) el capacitor. Sucede que esa cantidad de trabajo se determina en forma correcta con las ecuaciones (26.26) y (26.27), independientemente de que el capacitor contenga un dieléctrico o no. La cantidad Q en esas ecuaciones es la carga en las placas, es decir, es la carga *libre*. Para comprenderlo se deducirá la ecuación (26.27) partiendo de un modo distinto para imitar el método que se usa en la sección 5 del capítulo 25 para una esfera conductora con carga [ecuación (25.49)].

Supóngase que se carga un capacitor en forma gradual, a partir de una carga inicial $q = 0$, y que se agregan pequeñas cantidades de carga, una tras otra, para terminar con una carga final $q = Q$. Cuando las placas contienen las cargas $\pm q$, la diferencia de potencial entre ellas es q/C y el trabajo que se debe efectuar para aumentar las cargas en las placas, en una pequeña cantidad $\pm dq$, es el producto de la carga transportada dq por el potencial q/C:

$$dU = \frac{q}{C}\,dq \qquad (26.28)$$

Para calcular la energía potencial final se suman estos pequeños cambios de energía, integrando desde el valor inicial de la carga ($q = 0$) hasta el valor final ($q = Q$):

$$U = \int dU = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{1}{C}\left(\frac{q^2}{2}\right)\Bigg|_0^Q = \frac{1}{C}\left(\frac{Q^2}{2} - 0\right)$$

esto es,

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (26.29)$$

Esta fórmula es igual que la segunda de las relaciones (26.27). Eso confirma que esas relaciones siguen siendo válidas para un capacitor que contiene un dieléctrico, siempre que se use un valor adecuado de la capacitancia (incluida la constante dieléctrica).

EJEMPLO 10 Uno de los capacitores de la Instalación Nacional de Ignición (Estados Unidos) está lleno con dieléctrico, como el que se describe en el ejemplo 7. ¿Cuál es la energía potencial almacenada en este capacitor? ¿Cuál es la energía total almacenada en todos los $192 \times 20 = 3\,840$ capacitores del conjunto? ¿Cuál es la densidad de energía en los capacitores?

Conceptos en contexto

SOLUCIÓN: En el ejemplo 7 el dato era $\Delta V = 24$ kV, y se vio que la carga libre en cada placa es $Q = 7.2$ C. Según la ecuación (26.26), la energía almacenada en un capacitor es

$$U = \tfrac{1}{2} Q\, \Delta V = \tfrac{1}{2} \times 7.2 \text{ coulombs} \times 24 \times 10^3 \text{ volts} = 8.6 \times 10^4 \text{ J}$$

La energía total almacenada en el conjunto es la almacenada en cada capacitor, por la cantidad de capacitores:

$$U_{\text{conjunto}} = 8.6 \times 10^4 \text{ J} \times 3\,840 = 3.3 \times 10^8 \text{ J}$$

Los capacitores pueden entregar esta energía almacenada, de un tercio de mil millones de joules, en un tiempo mucho menor que un nanosegundo, lo que corresponde a una potencia máxima mayor que miles de millones de gigawatts.

La densidad de energía u es la energía dividida en el volumen entre las placas [ecuación (25.58)]. Con los valores del ejemplo 7,

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{8.6 \times 10^4 \text{ J}}{123 \text{ m}^2 \times 8.0 \times 10^{-6} \text{ m}} = 8.7 \times 10^7 \text{ J/m}^3$$

Obsérvese que aquí se calcula la densidad de energía en forma directa a partir de la energía y el volumen, en lugar de usar la fórmula $u = \epsilon_0 E^2/2$ del capítulo 25. Si se hubiera usado esa fórmula se habría obtenido un resultado incorrecto, porque la ecuación del capítulo 25 no es aplicable en un dieléctrico. Es fácil comprobar que en un material dieléctrico la fórmula correcta para la densidad de energía es $u = \kappa\epsilon_0 E^2/2$. Por ejemplo, para un capacitor lleno con dieléctrico, la energía potencial es

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \kappa C_0 (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \kappa\epsilon_0 E^2 \cdot Ad$$

por lo que la densidad de energía es

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \kappa\epsilon_0 E^2 \qquad (26.30)$$

densidad de energía en dieléctrico

EJEMPLO 11 Un capacitor aislado y cargado, de placas paralelas, con separación $d = 0.10$ mm entre placas, y área $A = 1.0 \text{ m}^2$ está vacío al principio (véase la figura 26.20*a*). Se desliza entre las placas una lámina de dieléctrico de plexiglás, con espesor igual a la separación entre las placas, pero sólo de la mitad del área de ellas. ¿Cuál es la capacitancia final? ¿Aumenta o disminuye la energía almacenada? El capacitor ¿tira del dieléctrico, o se debe forzar el dieléctrico para que entre al capacitor?

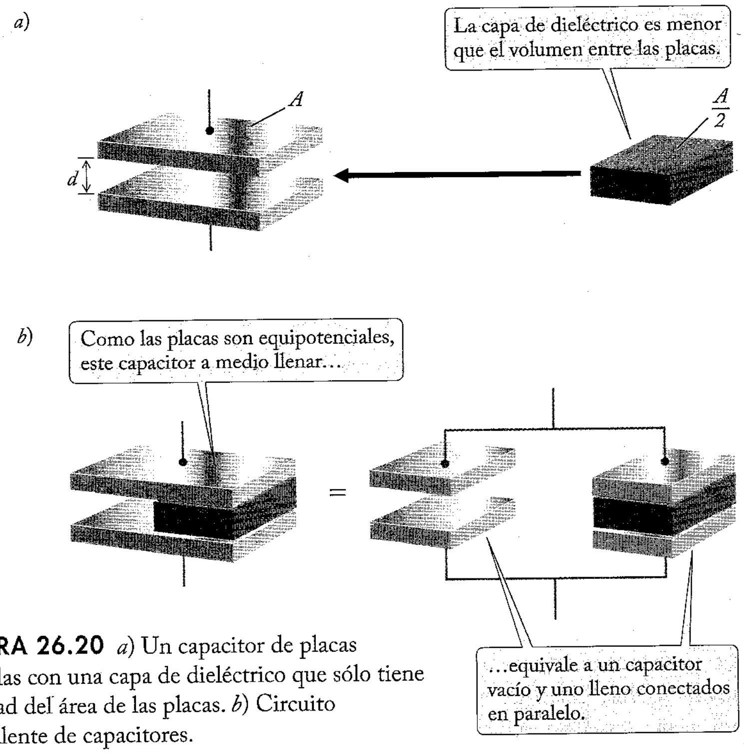


FIGURA 26.20 *a*) Un capacitor de placas paralelas con una capa de dieléctrico que sólo tiene la mitad del área de las placas. *b*) Circuito equivalente de capacitores.

SOLUCIÓN: Como el dieléctrico sólo llena parcialmente al capacitor, se deben considerar por separado sus mitades derecha e izquierda, para determinar la capacitancia equivalente. Cada placa es una equipotencial, así que se podrá separar el capacitor en dos piezas, conectadas en paralelo por conductores (que también son equipotenciales), como se ve en la figura 26.20*b*. Cada uno de estos dos capacitores tiene la mitad de área que el original, y las capacitancias en paralelo se suman, por lo que la capacitancia cuando está vacía es

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 A/2}{d} + \frac{\epsilon_0 A/2}{d} = \frac{1}{2}\,C_0 + \frac{1}{2}\,C_0$$

Cuando se llena una de las dos mitades, su capacitancia aumenta por el factor de la constante dieléctrica, y entonces la capacitancia final es

$$C = \frac{1}{2}\,C_0 + \kappa\,\frac{1}{2}\,C_0 = \frac{1+\kappa}{2}\,C_0 = \frac{1+\kappa}{2}\,\frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$= \frac{1+3.4}{2}\;\frac{8.85\times10^{-12}\ \mathrm{F/m}\times1.0\ \mathrm{m}^2}{10^{-4}\ \mathrm{m}} = 1.9\times10^{-7}\ \mathrm{F}$$

Como la carga se mantiene constante, la energía se escribe en forma más conveniente como sigue:

$$U = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C}$$

Ya que la capacitancia aumenta en un factor $(1+\kappa)/2$, la energía almacenada disminuye. Como el dieléctrico adquiere una posición de menor energía, el capacitor está haciendo trabajo sobre el dieléctrico; esto es, produce una fuerza que tira del dieléctrico.

COMENTARIOS: Tenga en cuenta que este ejemplo era sobre un capacitor aislado, es decir, la carga en las placas era constante. Si en lugar de ello las placas hubieran permanecido a un potencial constante, manteniéndolas conectadas a una batería, la carga hubiera aumentado al entrar el dieléctrico a su lugar. También, para una diferencia de potencial constante ΔV entre las placas, la energía almacenada, $U = C(\Delta V)^2/2$ hubiera aumentado $\Delta U = \Delta C(\Delta V^2)/2$ al aumentar C. El aumento ΔU de energía almacenada proviene de la batería. En realidad, la batería entrega una energía mayor, $\Delta Q \Delta V = (\Delta C \Delta V)\,\Delta V = 2\Delta U$; la energía adicional se entrega como trabajo sobre el dieléctrico. Este trabajo es positivo, lo que indica que la fuerza ejercida por las placas del capacitor sobre la capa tira de ella hacia adentro. Entonces, esta fuerza tiene la misma dirección, tanto en el caso de potencial constante como en el de carga constante.

✔ Revisión 26.4

PREGUNTA 1: Dos capacitores de placas paralelas son idénticos, excepto porque uno tiene dieléctrico entre sus placas y el otro no. Si se cargan hasta el mismo voltaje ¿cuál tendrá mayor carga en sus placas? ¿El mayor campo eléctrico? ¿La mayor densidad de energía? ¿La mayor energía?

PREGUNTA 2: Dos capacitores de placas paralelas son idénticos, excepto porque uno tiene dieléctrico entre sus placas y el otro no. Si se ponen cantidades iguales de carga en sus placas, ¿cuál tendrá el mayor voltaje? ¿El mayor campo eléctrico? ¿La mayor densidad de energía? ¿La mayor energía?

PREGUNTA 3: Dos capacitores idénticos vacíos, cada uno con capacitancia C_0, se conectan en serie. Ambos están llenos con un material de constante dieléctrica $\kappa = 2.0$. ¿Cuál es la capacitancia final total de la combinación en serie?

(A) $4.0C_0$ (B) $2.0C_0$ (C) C_0 (D) $0.50C_0$

RESUMEN

LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA Micrófono de capacitor **(página 833)**

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Combinaciones de capacitores **(página 837)**

UNIDADES SI DE CAPACITANCIA

$$1 \text{ F} = 1 \text{ farad} = 1 \text{ coulomb/volt} \quad (26.4)$$

CAPACITANCIA DE UN SOLO CONDUCTOR

$$C = \frac{Q}{V} \quad (26.2)$$

CAPACITANCIA DE UN PAR DE CONDUCTORES

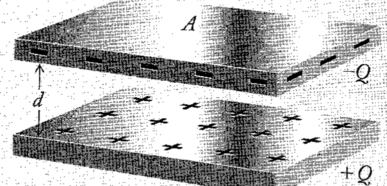
$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad (26.6)$$

CAPACITANCIA DE UNA ESFERA AISLADA

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (26.3)$$

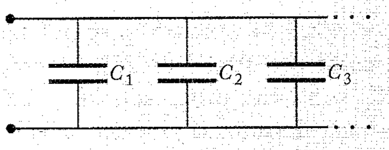
CAPACITANCIA DE PLACAS PARALELAS

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (26.9)$$



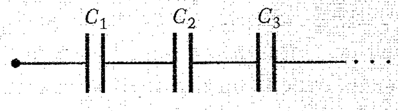
COMBINACIÓN DE CAPACITORES EN PARALELO
Los capacitores en paralelo tienen *la misma diferencia de potencial* a través de cada uno

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \qquad (26.13)$$



COMBINACIÓN DE CAPACITORES EN SERIE
Los capacitores en serie tienen *la misma carga* en cada uno.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \qquad (26.16)$$



CAPACITANCIA POR UNIDAD DE LONGITUD DE UN CAPACITOR CILÍNDRICO

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} \qquad (26.25)$$

CAMPO ELÉCTRICO EN UN DIELÉCTRICO ENTRE PLACAS PARALELAS
donde κ, la constante dieléctrica, es mayor que 1. La relación $E = E_{\text{libre}}/\kappa$ también se aplica a cualquier dieléctrico con la misma simetría que la de una distribución de cargas libres.

$$E = \frac{1}{\kappa} E_{\text{libre}} \qquad (26.19)$$

CAPACITANCIA CON DIELÉCTRICO

$$C = \kappa C_0 \qquad (26.21)$$

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

$$U = \frac{1}{2} Q\,\Delta V = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2 \qquad (26.26\text{-}27)$$

DENSIDAD DE ENERGÍA EN DIELÉCTRICO

$$u = \frac{1}{2}\kappa\epsilon_0 E^2 \qquad (26.30)$$

PREGUNTAS PARA DISCUSIÓN

1. Los grandes capacitores de la Instalación Nacional de Ignición (Estados Unidos) tienen una capacitancia total mayor que 1 farad. ¿Cómo es posible que la capacitancia de ese aparato sea mayor que la capacitancia de la Tierra?
2. Supóngase que se encierra a toda la Tierra en un cascarón conductor de radio un poco mayor que el radio terrestre. ¿Por qué eso haría que la capacitancia de la Tierra fuera mucho mayor que la que se calculó en el ejemplo 2?
3. La ecuación (26.9) indica que $C \to \infty$ cuando $d \to 0$. En la práctica ¿por qué no se puede construir un capacitor con C arbitrariamente grande haciendo que d sea suficientemente pequeña? ¿Qué pasa con E cuando $d \to 0$ manteniendo constante ΔV?
4. Si en un capacitor de placas paralelas se pone más carga en una placa que en la otra, ¿qué sucede con la carga adicional?
5. Si se tiene en cuenta el campo marginal ¿se esperaría que la capacitancia de un capacitor de placas paralelas sea mayor o menor que el valor indicado por la ecuación (26.9)? (Sugerencia: ¿Cómo afecta el campo marginal a la densidad de las líneas de campo entre las placas?)
6. La figura 26.21 muestra un capacitor con **anillos de defensa**. Esos anillos ajustan con precisión en torno a las orillas de las placas del capacitor. Cuando está en uso, el potencial de los anillos se ajusta al mismo valor que el potencial de las placas. ¿De qué manera esos anillos evitan la formación de campo marginal?

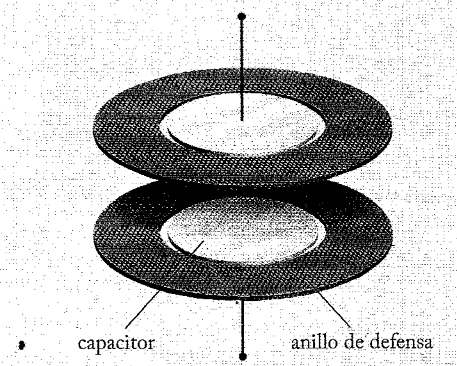


FIGURA 26.21 Capacitor con anillos de defensa.

7. En la figura 26.5 se ve el diseño de un capacitor ajustable, como los que se usan en el circuito de sintonización de un radio. Se puede considerar que este capacitor equivale a varios capacitores conectados. Esos varios capacitores ¿están conectados en serie o en paralelo? Si se gira la perilla (con las placas unidas a

ella) en sentido contrario al de las manecillas del reloj ¿aumenta o disminuye la capacitancia?

8. En un capacitor de placas paralelas, ¿cambia el capacitor si se inserta una lámina conductora delgada entre las placas, paralela a ellas?
9. Supóngase que se inserta una placa gruesa de metal entre las placas de un capacitor de placas paralelas, paralela a ellas, pero sin tocarlas. ¿Aumenta o disminuye la capacitancia?
10. Se tiene un dieléctrico fluido, formado por moléculas con momentos dipolares permanentes. La constante dieléctrica ¿aumentará o disminuirá si aumenta la temperatura?
11. La figura 26.22 muestra una capa de dieléctrico insertada parcialmente entre las placas de un capacitor cargado y aislado. Las fuerzas eléctricas entre la capa y las placas, tirarán de la capa hacia la región entre las placas, o la empujarán para sacarla de ellas? ¿Cómo se explica esto en términos del campo marginal?

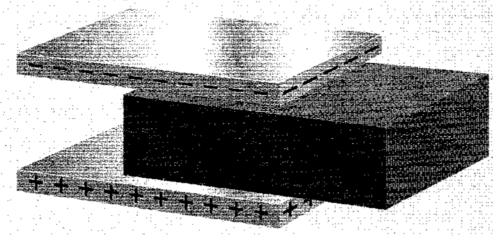


FIGURA 26.22 Capa dieléctrica parcialmente introducida entre las placas de un capacitor.

PROBLEMAS

26.1 Capacitancia

1. Hay dos esferas metálicas aisladas, una tiene radio R y la otra tiene radio $3R$. Si ambas esferas están al mismo potencial, ¿cuál es la relación de sus cargas? Si ambas esferas tienen la misma carga ¿cuál es la relación de sus potenciales?
2. El colector de una máquina electrostática es una esfera metálica de 18 cm de radio.
   a) ¿Cuál es la capacitancia de esta esfera?
   b) ¿Cuántos coulombs de carga se deben colocar en esta esfera para elevar su potencial a 2.0×10^5 V?
3. La cabeza humana es (aproximadamente) una esfera conductora de 10 cm de radio. ¿Cuál es su capacitancia? ¿Cuál será la carga si, mediante una máquina electrostática, eleva el potencial de ella (y de su cuerpo) a 100 000 V? (Véase la figura 26.23.)

FIGURA 26.23 Una cabeza cargada.

4. Un capacitor consta de una esfera de metal de 5.0 cm de radio, y está colocado en el centro de un cascarón delgado de metal de 12 cm de radio. El espacio entre ellos está vacío. ¿Cuál es la capacitancia?
5. Un capacitor consta de dos discos conductores paralelos de 20 cm de radio, separados por una distancia de 1.0 mm. ¿Cuál es la capacitancia? ¿Cuánta carga almacenará este capacitor, si se conecta a un acumulador de 12 V?
6. ¿Cuál es el campo eléctrico en un capacitor de 3.0 μF con placas paralelas, de 15 m^2 cargado a 4.4 volts?
7. Un capacitor de 4.00 μF se cargó con una batería de 9.00 volt. ¿Cuántos electrones deben moverse de la placa negativa a la placa positiva del capacitor para invertir el campo eléctrico dentro del capacitor?
8. Un capacitor consta de dos cascarones esféricos conductores concéntricos; el cascarón interior tiene radio a y el exterior tiene radio b. ¿Cuál es la capacitancia de este arreglo?
9. Un capacitor variable de placas paralelas tiene una separación entre placas fija, de 0.50 mm; pero puede cambiarse el área de las placas moviendo una de ellas. Si la capacitancia puede variar desde 10.0 pF hasta 120 pF, ¿cuáles son las áreas traslapadas correspondientes, mínima y máxima, de las placas?
10. En los circuitos digitales, con frecuencia se introducen capacitores eliminadores de máximos cerca de cada *chip* semiconductor, para proporcionar un almacén local de carga. Lo que se acostumbra es introducir un capacitor de 0.10 μF entre la conexión de suministro eléctrico de 5.0 volt del *chip* y la tierra. ¿Cuánta carga almacena ese capacitor?
11. Algunos aparatos electrónicos inalámbricos y móviles modernos son "supercapacitores" con valores de capacitancia extremadamente grandes. ¿Cuánta carga se almacena en un supercapacitor de 50.0 F a una diferencia de potencial de 2.50 V?
12. Las soldadoras punteadoras usan la descarga repentina de un capacitor grande para fundir y unir metales. Una punteadora usa un capacitor de 51 mF a 250 V de diferencia de potencial. ¿Cuánta carga almacena?
13. Las propiedades electrónicas de las superficies se estudian a veces usando un **microscopio de barrido de capacitancia**, en el

que se mueve un sensor sobre una superficie, que funciona como una placa de capacitor; la otra placa es la porción de superficie abajo del sensor. Si el área efectiva de placa es 200 nm $\times$ 200 nm, y el sensor está a 20 nm de la superficie, ¿cuál es la capacitancia? ¿Cuánta carga hay en el capacitor cuando se aplica un voltaje de 0.10 V entre sensor y superficie?

14. En muchos teclados de computadora, los interruptores bajo las teclas constan de pequeños capacitores de placas paralelas (véase la figura 26.24). La tecla está fija a la placa superior, que es móvil. Cuando se oprime la tecla, se oprime la placa superior acercándola a la placa inferior, alterando la separación d entre placas y la capacitancia. El capacitor está conectado a un circuito externo que mantiene una diferencia de potencial ΔV constante a través de las placas. Entonces, el cambio de capacitancia manda un impulso de carga, desde el capacitor hasta el circuito de la computadora. Supóngase que la separación inicial de las placas es 5.0 mm, y que la capacitancia inicial es 6.0×10^{-13} F. La separación final de la placa (con la tecla oprimida a fondo) es 0.20 mm. La diferencia de potencial es constante, 8.0 V. ¿Cuál es el cambio de capacitancia al oprimir la tecla? ¿Cuál es la cantidad de carga eléctrica que sale del capacitor hacia el circuito de la computadora?

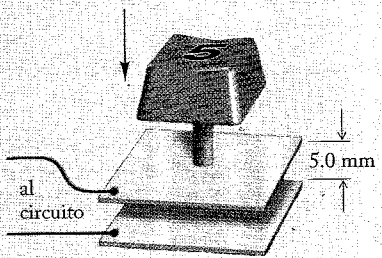


FIGURA 26.24 Interruptor capacitivo de un teclado.

*15. ¿Cuál es la capacitancia del contador Geiger descrito en el problema 35, capítulo 25? Supóngase que el espacio entre los conductores está vacío.

26.2 Capacitores en combinación

16. ¿Cuál es la capacitancia combinada cuando se conectan en paralelo tres capacitores, de 3.0, 5.0 y 7.5 μF? ¿Cuál es la capacitancia combinada si se conectan en serie?

17. Si se conectan tres capacitores cuyas capacitancias son $C_1 = 5.0$ μF, $C_2 = 3.0$ μF y $C_3 = 8.0$ μF, como muestra la figura 26.25, ¿cuál es la capacitancia combinada?

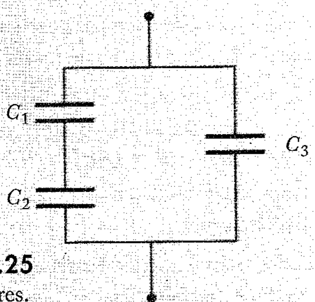


FIGURA 26.25
Tres capacitores.

18. Dos capacitores de 5.0 μF y 8.0 μF se conectan en serie a una batería de 24 V. ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de cada capacitor?

19. ¿Cuál es la carga total almacenada en los tres capacitores conectados a una batería de 30 V, como muestra la figura 26.26?

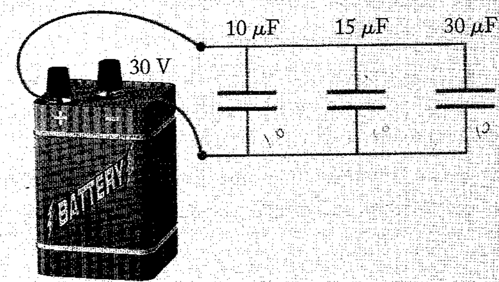


FIGURA 26.26 Tres capacitores conectados a una batería.

20. Seis capacitores idénticos, con capacitancia C cada uno, se conectan como muestra la figura 26.27. ¿Cuál es la capacitancia total de la combinación?

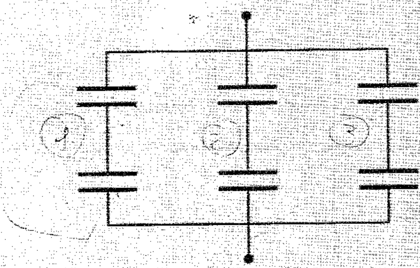


FIGURA 26.27 Seis capacitores idénticos.

21. Seis capacitores idénticos, con capacitancia C cada uno, se conectan como muestra la figura 26.28. ¿Cuál es la capacitancia total de la combinación?

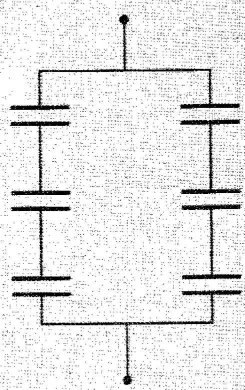


FIGURA 26.28 Seis capacitores idénticos.

22. Siete capacitores se conectan como indica la figura 26.29. ¿Cuál es la capacitancia total de esta combinación?

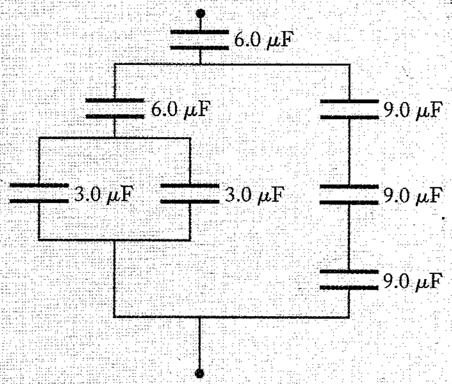


FIGURA 26.29 Siete capacitores conectados.

23. Cuando se conecta el arreglo de capacitores de la figura 26.11 con una fuente de voltaje, cada uno de los capacitores de 4.0 μF almacena una carga de 6.0 μC. ¿Cuánta carga almacena el capacitor de 6.0 μF? ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de cada capacitor?

*24. Se conectan en serie dos capacitores, de 2.0 μF y 5.0 μF respectivamente. La combinación se conecta a una batería de 1.5 V. ¿Cuál es la carga que almacena cada capacitor? ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de cada capacitor?

*25. Un capacitor de 2.5 μF se conecta a una batería de 9.0 V. A continuación se desconecta de ella y se conecta con un capacitor de 5.0 μF que no tiene carga. ¿Cuál es la carga final en cada capacitor? ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de los capacitores?

*26. Un capacitor de varias placas, como los que se usan en los radios, consta de cuatro placas paralelas, una sobre la otra, como muestra la figura 26.30. El área de cada placa es A y la distancia entre placas adyacentes es d. ¿Cuál es la capacitancia de este arreglo?

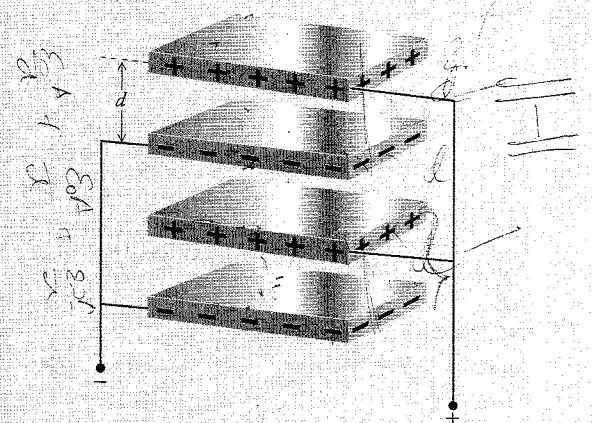


FIGURA 26.30 Un capacitor múltiple.

*27. ¿Cómo se pueden conectar cuatro capacitores de 1.0 μF para que la capacitancia total sea 1.0 μF?

*28. Dos capacitores, de 2.0 y 6.0 μF respectivamente, se cargan inicialmente a 24 V conectando cada uno, durante unos instantes, a una batería de 24 V. A continuación se quita la batería y los capacitores cargados se conectan formando un circuito en serie cerrado; la terminal positiva de cada capacitor se conecta a la terminal negativa del otro (véase la figura 26.31). ¿Cuál es la carga final en cada capacitor? ¿Cuál es la diferencia de potencial final a través de cada uno?

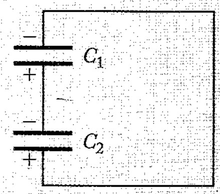


FIGURA 26.31 Dos capacitores conectados en serie, después de haberlos cargado.

**29. Tres capacitores, con capacitancias $C_1 = 2.0\ \mu$F, $C_2 = 5.0\ \mu$F y $C_3 = 7.0\ \mu$F, se cargan a 36 V conectando cada uno, durante unos instantes, a una batería de 36 V. A continuación se quita la batería y los capacitores con carga se conectan formando un circuito cerrado en serie, con las terminales positivas y negativas conectadas como se ve en la figura 26.32. ¿Cuál es la carga final en cada capacitor? ¿Cuál es el voltaje entre los puntos PP' en la figura 26.32?

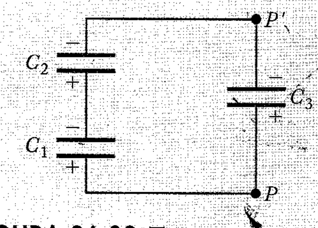


FIGURA 26.32 Tres capacitores conectados después de haberlos cargado.

26.3 Dieléctricos

30. Se desea construir un capacitor con una hoja de polietileno, de 5.0×10^{-2} mm, y $\kappa = 2.3$, emparedada entre dos hojas de aluminio. Si la capacitancia debe ser 3.0 μF, ¿cuál debe ser el área de las hojas?

31. ¿Cuál es la capacitancia de una esfera de radio R sumergida en un gran volumen de gas, de constante dieléctrica κ?

32. Un capacitor tiene placas paralelas de 0.050 m^2 de área, separadas por una distancia de 0.20 mm. El espacio entre las placas está lleno con plexiglás.

a) ¿Cuál es la capacitancia?

b) ¿Cuál es la máxima diferencia de potencial que puede resistir este capacitor? El campo eléctrico máximo que puede tolerar el plexiglás sin rompimiento eléctrico es 40×10^6 V/m.

c) ¿Cuál es la cantidad máxima correspondiente de carga que puede depositarse en las placas?

33. Los capacitores de película delgada de alta constante dieléctrica, son muy adecuados en aplicaciones de memoria digital; por ejemplo, cuando se usa titanato de bario y estroncio ($BaSrTi_2O_6$) como material dieléctrico de 50 nm de espesor, se puede alcanzar una capacitancia de 90 μF/cm^2. ¿Cuál es la constante dieléctrica de ese material?

*34. El poliestireno tiene una intensidad dieléctrica de 24×10^6 V/m, y la del nailon es de 14×10^6 V/m. Se desea tener un capacitor de 1.0 μF, de placas paralelas, que pueda resistir 25 V. ¿Cuál es el área mínima con la que puede lograrse lo anterior con cada material?

*35. Para medir la constante dieléctrica de un material, una capa de ese material, de 1.5 cm de espesor, se introduce lentamente entre un par de placas conductoras paralelas, separadas a una distancia de 2.0 cm. Antes de insertar el dieléctrico, la diferencia de potencial a través de cada una de esas placas de capacitor es 3.0×10^5 V. Durante la inserción, la carga en las placas permanece constante. Después de la inserción la diferencia de potencial es 1.8×10^5 V. ¿Cuál es el valor de la constante dieléctrica?

*36. Un capacitor con placas paralelas de área A y distancia d entre placas, se llena con dos capas paralelas de dieléctrico, de igual espesor y constantes dieléctricas respectivas κ_1 y κ_2 (véase la figura 26.33). ¿Cuál es la capacitancia? (Sugerencia: Se debe comprobar que la configuración de la figura 26.33 equivale a dos capacitores en serie.)

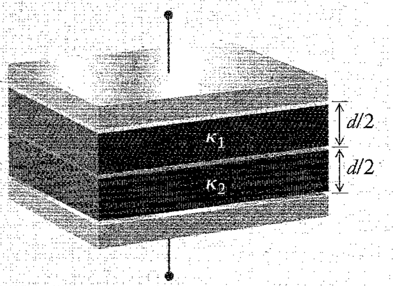


FIGURA 26.33 Capacitor de placas paralelas con dos capas de dieléctrico.

*37. Un capacitor con dos placas paralelas de área A, separadas a una distancia d se llena con dos capas de dieléctrico del mismo tamaño, una junto a otra (véase la figura 26.34). Las constantes dieléctricas son κ_1 y κ_2. ¿Cuál es la capacitancia?

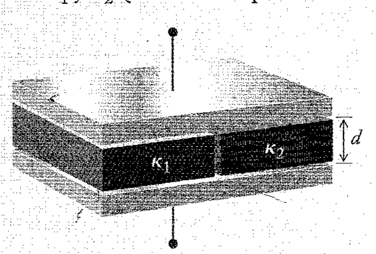


FIGURA 26.34 Capacitor de placas paralelas con dos capas de dieléctrico, una junto a otra.

*38. Un capacitor de placas paralelas, cada una con área A y separación d entre ellas, contiene una capa de dieléctrico de espesor $d/2$ y constante κ (véase la figura 26.35). ¿Cuál es la capacitancia de este capacitor? (Sugerencia: Se considera que éste es una combinación de dos capacitores en serie: uno con dieléctrico y otro sin dieléctrico.)

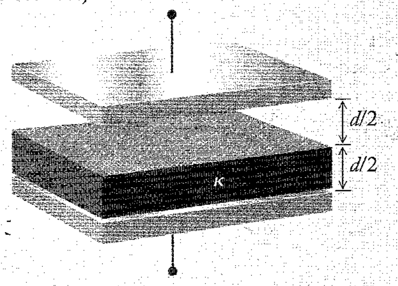


FIGURA 26.35 Capacitor de placas paralelas parcialmente lleno con dieléctrico.

*39. Un capacitor de placas paralelas, de área A y separación d entre ellas, contiene una capa de dieléctrico de espesor $d/2$ (véase la figura 26.35) y constante dieléctrica κ. La diferencia de potencial entre las placas es ΔV.

a) En función de las cantidades dadas, determine el campo eléctrico en la región de espacio vacío entre las placas.

b) Determine el campo eléctrico dentro del dieléctrico.

c) Determine la densidad de cargas fijas en la superficie del dieléctrico.

*40. Dentro de ciertos límites, la diferencia entre las constantes dieléctricas del aire y el vacío es proporcional a la presión del aire, es decir, $\kappa - 1 \propto p$. Supóngase que un capacitor de placas paralelas se mantiene a una diferencia de potencial constante, mediante una batería. ¿Cuál será el cambio porcentual de la cantidad de carga en las placas, al aumentar la presión del aire entre ellas desde 1.0 atm hasta 3.0 atm?

*41. Un sensor para medir nivel de líquidos está formado por un capacitor cilíndrico (véase figura 26.36) de longitud $L = 50$ cm. El conductor interno tiene radio $a = 1.0$ mm, y el cascarón conductor externo tiene radio $b = 4.0$ mm. Si se usa el sensor para detectar el nivel de nitrógeno líquido ($\kappa = 1.433$), ¿cuál es su capacitancia cuando está *a)* vacío y *b)* lleno?

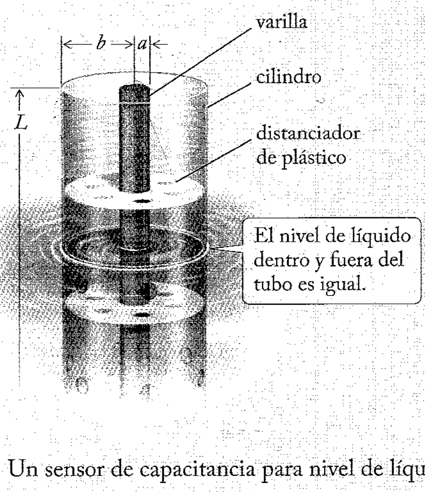


FIGURA 26.36 Un sensor de capacitancia para nivel de líquidos.

*42. Dos capacitores idénticos, con $C_0 = 2.0\ \mu F$, están conectados en serie; están vacíos y se conectan a una diferencia de potencial $\Delta V = 9.0$ volts (véase la figura 26.37).

a) ¿Cuál es la carga en cada capacitor? ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de cada capacitor?

b) A continuación se llena un capacitor con una capa de dieléctrico, de $\kappa = 2.5$. ¿Ahora cuáles son las cargas en cada capacitor y la diferencia de potencial a través de cada capacitor?

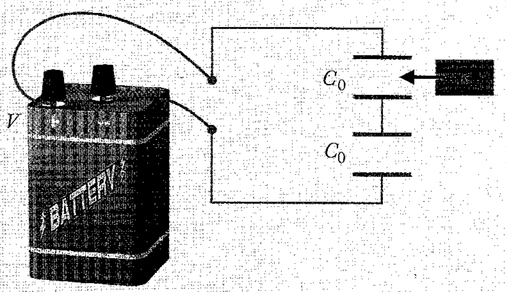


FIGURA 26.37 Dos capacitores conectados a una batería.

*43. Dos capacitores idénticos, con $C_0 = 2.0\ \mu F$, están conectados en serie; están vacíos y se conectan brevemente a una diferencia de potencial $\Delta V = 9.0$ volts. Después de cargarlos, se desconectan de la diferencia de potencial y se aíslan eléctricamente. Entonces se llena un capacitor con una capa de dieléctrico con $\kappa = 2.5$. ¿Cuáles son ahora las cargas y las diferencias de potencial en cada capacitor?

*44. Un capacitor esférico está formado por una esfera metálica de radio R_1 rodeada por un cascarón esférico metálico de radio R_2. El espacio entre R_1 y R_2 se llena con un dieléctrico cuya constante dieléctrica es κ. Supóngase que la densidad de carga libre en la superficie de la esfera metálica en R_1 es $\sigma_{\text{libre}(1)}$.

a) ¿Cuál es la densidad superficial de carga libre en el dieléctrico en R_2?

b) ¿Cuál es la densidad superficial de carga fija en el dieléctrico en R_1?

c) ¿Cuál es la densidad superficial de carga fija en el dieléctrico en R_2?

*45. Un alambre cilíndrico de cobre, largo, de 0.20 cm de radio, está rodeado por un tubo cilíndrico de hule, de radio interior 0.20 cm y radio exterior 0.30 cm. El hule tiene $\kappa = 2.8$. Supóngase que la superficie del cobre tiene una densidad superficial de carga libre de $4.0 \times 10^{-6}\ C/m^2$.

a) ¿Cuál será la densidad de carga fija en la superficie interna del tubo de hule? ¿Y en la superficie externa?

b) ¿Cuál será el campo eléctrico en el hule, cerca de su superficie interna? ¿Y cerca de su superficie externa?

c) ¿Cuál será el campo eléctrico en el exterior del tubo de hule?

*46. Una esfera metálica de radio R está rodeada por un cascarón dieléctrico concéntrico de radio interior R, y radio exterior $3R/2$. Este conjunto está rodeado por un cascarón delgado, metálico y concéntrico, de radio $2R$ (véase la figura 26.38). La constante dieléctrica del cascarón dieléctrico es κ. ¿Cuál es la capacitancia de este conjunto?

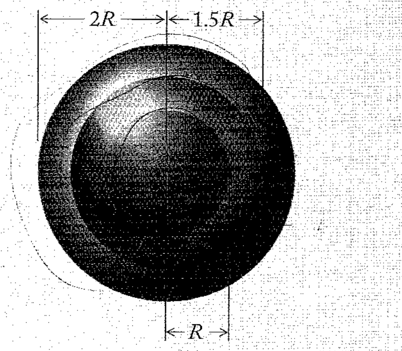


FIGURA 26.38 Capacitor esférico lleno parcialmente con dieléctrico.

*47. Dos esferas metálicas pequeñas están sumergidas en un gran volumen de aceite de transformador, cuya constante dieléctrica es $\kappa = 3.0$. Las esferas tienen cargas eléctricas de 2.0×10^{-6} C y 3.0×10^{-6} C, respectivamente, y la distancia entre ellas es 0.60 m. ¿Cuál es la fuerza sobre cada una?

**48. Una esfera hueca de latón flota en un gran lago de aceite, de constante dieléctrica $\kappa = 3.0$. La esfera está exactamente sumergida hasta la mitad en el aceite (véase la figura 26.39), y tiene una carga total de 2.0×10^{-6} C. ¿Qué fracción de esta carga eléctrica estará en el hemisferio superior? ¿Y en el inferior? (Sugerencia: Los campos eléctricos en el aceite y en el aire arriba del aceite son exactamente iguales.)

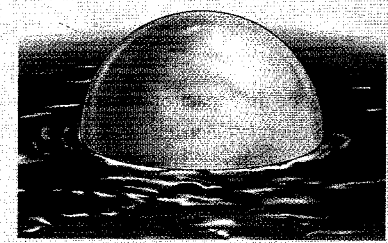


FIGURA 26.39 Esfera de latón flotando en un lago de aceite.

**49. Un capacitor esférico está formado por dos cascarones esféricos concéntricos de radios R_1 y R_2. El espacio entre estos cascarones se llena con dos clases de dieléctrico (véase la figura 26.40). El dieléctrico en el hemisferio superior tiene constante κ_1 y el que está en el hemisferio inferior tiene constante κ_2. ¿Cuál es la capacitancia de este dispositivo? (Sugerencia: Los campos eléctricos en ambos dieléctricos son exactamente iguales.)

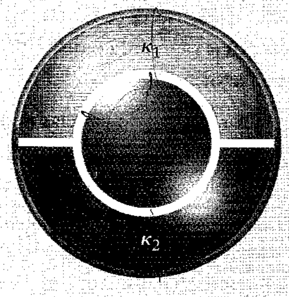


FIGURA 26.40 Capacitor esférico con dos clases de dieléctricos.

26.4 Energía en capacitores

50. ¿Cuánta energía está almacenada en un capacitor de 3.0×10^3 μF cargado a 100 volts?

51. Un capacitor tiene placas paralelas de 900 cm^2 de área, y 0.50 cm de separación entre placas.

    El espacio entre las placas está vacío.

    a) ¿Cuál es su capacitancia?

    b) ¿Cuál es la diferencia de potencial, si las cargas en las placas son $\pm 6.0 \times 10^{-8}$ C?

    c) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas?

    d) ¿Cuál es la densidad de energía?

    e) ¿Cuál es la energía total?

52. Se deberá repetir el problema 51, suponiendo que el espacio entre las placas está lleno con plexiglás.

53. Un receptor de televisión tiene un capacitor de 10 μF cargado a una diferencia de potencial de 2.0×10^4 V. ¿Cuál es la cantidad de carga que almacena este capacitor? ¿Y la cantidad de energía?

54. Dos placas conductoras paralelas de 0.50 m^2 de área, en el vacío, tienen una diferencia de potencial de 2.0×10^5 V cuando se depositan en ellas cargas respectivas de $\pm 4.0 \times 10^{-3}$ C.

    a) ¿Cuál es la capacitancia del par de placas?

    b) ¿Cuál es la distancia entre ellas?

    c) ¿Cuál es el campo eléctrico entre ellas?

    d) ¿Cuánta energía eléctrica hay almacenada?

55. La capacitancia de un capacitor grande es 20 μF. Si se quiere almacenar una energía eléctrica de 40 J en este capacitor ¿qué diferencia de potencial necesita?

56. Un capacitor aislado y cargado, tiene sus placas paralelas separadas por la distancia d. Si se alejan las placas hasta una separación $3d$ ¿aumenta o disminuye la energía almacenada? ¿En qué factor?

57. La capacitancia de un "supercapacitor" es gigantesca, de 6.8 F, pero puede resistir sólo una diferencia de potencial de 2.5 V. Un capacitor de fuente de poder tiene 820 μF de capacitancia, y puede funcionar hasta con 400 V. ¿Cuál de ellos almacena más carga? ¿Y cuál almacena más energía?

*58. Dos capacitores vacíos idénticos se conectan en serie. La combinación se conecta permanentemente a una fuente de potencia. Cuando uno de los capacitores se llena con un material de constante dieléctrica κ ¿aumenta o disminuye la energía almacenada? ¿En qué factor?

*59. Se tiene un capacitor de placas paralelas tiene 0.040 m^2 de área y separación de 0.50 mm entre placas. Al principio, el espacio entre las placas está vacío y el capacitor no está cargado. Se dispone de un acumulador de 12 V para conectarlo con el capacitor. Para cada uno de los casos que siguen, ¿cuál es la capacitancia C que resulta, la diferencia de potencial ΔV y la carga Q en las placas? Para los casos *a)* y *b)*, ¿cuál es la energía proporcionada por el acumulador?, si:

    a) La batería está conectada al capacitor.

    b) Cuando está conectado el acumulador, se introduce una lámina de dieléctrico con $\kappa = 3.0$ entre las placas, y llena totalmente el espacio entre ellas.

    c) Se desconecta el acumulador y a continuación se saca del capacitor el dieléctrico.

    d) Se descarga el capacitor y se conecta nuevamente el acumulador, al capacitor vacío, durante unos momentos. Se desconecta el acumulador y se introduce el dieléctrico entre las placas del capacitor.

*60. Dos capacitores, de 5.0 μF y 8.0 μF respectivamente, se conectan en serie con una batería de 24 V. ¿Cuál es la energía almacenada en los capacitores?

61. A partir de la ecuación general $\frac{1}{2}Q\,\Delta V$ para la energía eléctrica en un capacitor de placas paralelas (igualmente válida para un capacitor con o sin dieléctrico), se debe demostrar que la densidad de energía en el dieléctrico entre las placas de un capacitor con dieléctrico es $\frac{1}{2}\kappa\epsilon_0 E^2$.

*62. Las compañías que proveen energía eléctrica requieren almacenar la energía sobrante. Suponga que se necesitara almacenar 10^6 kW · h de energía eléctrica (la producción de medio día, en una gran central eléctrica) en un capacitor grande, de placas paralelas, lleno con un dieléctrico de plástico, con $\kappa = 3.0$. Si el dieléctrico puede tolerar un campo eléctrico máximo de 5.0×10^7 V/m, ¿cuál es el volumen total mínimo de dieléctrico, necesario para almacenar esta energía?

*63. Tres capacitores se conectan como muestra la figura 26.41. Sus capacitancias son $C_1 = 2.0$ μF, $C_2 = 6.0$ μF y $C_3 = 8.0$ μF. Si se aplica un voltaje de 200 V a las dos terminales libres ¿cuál será la carga en cada capacitor? ¿Cuál será la energía en cada uno?

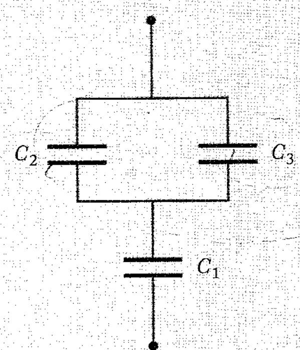


FIGURA 26.41 Tres capacitores.

*64. Se conectan en paralelo diez capacitores idénticos, de 5.0 μF cada uno, a una batería de 240 V. A continuación los capacitores cargados se desconectan de la batería y se reconectan en serie: la terminal positiva de cada capacitor se conecta con la terminal negativa del siguiente. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre la terminal negativa del primer capacitor y la terminal positiva del último? Si se conectan estas dos terminales mediante un circuito externo ¿cuánta carga pasará por este circuito cuando se descarga la conexión en serie? Compárese esta carga y esta energía con la carga y la energía almacenadas en el arreglo original en paralelo, y explíquense las discrepancias que se encuentren.

**65. Una capa grande de dieléctrico llena parcialmente un capacitor aislado de placas paralelas, con cargas $\pm 2.0\ \mu C$. El espesor de la capa es igual a la separación entre las placas. Las placas paralelas son cuadrados de 10 cm por lado, y la separación es 1.0 mm; la constante dieléctrica es 2.5. ¿Cuál es el valor de la fuerza sobre el dieléctrico cuando el capacitor está lleno a la mitad?

PROBLEMAS DE REPASO

66. Un capacitor de placas paralelas consta de dos placas conductoras cuadradas, de 0.040 m^2 de área, separadas 0.20 mm entre sí. Las placas se conectan a las terminales de un acumulador de 12 V.
    a) ¿Cuál es la carga en cada placa? ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas?
    b) Si se separan las placas a 0.30 mm, ¿cuánta carga pasará de cada placa a las terminales del acumulador? ¿Cuál será el nuevo campo eléctrico?

67. Se conectan tres capacitores como muestra la figura 26.42. Sus capacitancias son $C_1 = 4.0\ \mu F$, $C_2 = 6.0\ \mu F$ y $C_3 = 3.0\ \mu F$. Si se aplica un voltaje de 400 V a las dos terminales libres ¿cuál será la carga en cada capacitor? ¿Cuál será la energía potencial en cada uno?

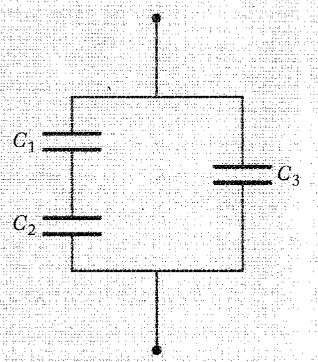


FIGURA 26.42 Tres capacitores.

68. Hay tres capacitores, de 1.0 μF, 2.0 μF y 3.0 μF. Si se conectan en serie esos tres capacitores, o en paralelo, o en una combinación en serie y en paralelo ¿cuántas capacitancias totales diferentes se pueden obtener?

69. La figura 26.43 muestra cinco capacitores de 4.0 μF cada uno, conectados entre sí.
    a) ¿Cuál es la capacitancia total de esta combinación, entre las terminales A y A'?
    b) ¿Cuál es la capacitancia total de esta combinación entre las terminales B y B'?

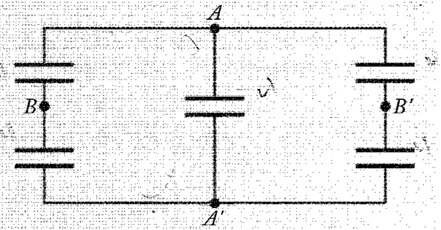


FIGURA 26.43 Cinco capacitores.

70. Se carga un capacitor de 5.0 μF conectándolo brevemente a una batería de 40 V, y se carga un capacitor de 8.0 μF conectándolo brevemente a una batería de 60 V. Se quitan entonces las baterías, y los capacitores se conectan en paralelo (véase la figura 26.44). ¿Cuál es la carga final en cada capacitor? ¿Cuál es la diferencia de potencial final a través de cada uno?

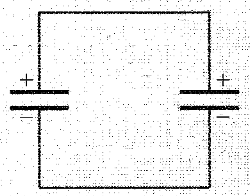


FIGURA 26.44 Dos capacitores conectados en paralelo después de haber sido cargados.

71. Las placas paralelas de un capacitor se pueden mover y al principio están separadas por un espacio de aire de espesor d. Se inserta entre las placas una pieza de dieléctrico, con constante dieléctrica κ y espesor $3d$, entre las placas. Si la relación de la capacitancia antes de insertar el dieléctrico, a la capacitancia después de insertarlo es 1.5 ¿cuál es el valor de κ?

72. La capacitancia de un capacitor de placas paralelas es 25 μF cuando está lleno de aire, y puede resistir una diferencia de potencial de 50 V sin sufrir rompimiento eléctrico.
    a) ¿Cuál es la cantidad máxima de carga que se puede depositar en este capacitor lleno de aire? La intensidad dieléctrica del aire es 3.0×10^6 V/m.
    b) Si se llena de polietileno este capacitor, ¿cuál será su nueva capacitancia?
    c) ¿Cuál será la máxima diferencia de potencial que pueda resistir este nuevo capacitor? ¿Cuál será la cantidad máxima correspondiente de carga que se puede depositar en este capacitor? La intensidad dieléctrica del polietileno es 18×10^6 V/m.

73. Un capacitor para activar una luz estroboscópica tiene 200 μF de capacitancia, y se carga a una diferencia de potencial de 360 V.
    a) ¿Cuál es la energía que almacena este capacitor?
    b) Se tiene que el dieléctrico del capacitor tiene constante dieléctrica 2.2, y que puede resistir un campo eléctrico máximo de 70×10^6 V/m (la intensidad dieléctrica). ¿Cuál es la densidad de energía máxima admisible en el dieléctrico? ¿Cuál es el volumen mínimo que debe tener el dieléctrico, para guardar la energía calculada en la parte *a*)?

74. Un capacitor primitivo, que se llamó **botella de Leyden** consta de una botella de vidrio llena con agua y envuelta en su exterior con lámina metálica (véase la figura 26.45). La lámina hace el papel de una placa del capacitor, y la superficie del agua que da hacia la hoja hace el papel de la otra placa. Esas "placas" están separadas por la capa de vidrio (dieléctrico). Como se ve en la figura 26.45, si la parte de la botella con envoltura es cilíndrica, de 15.0 cm de altura y 15.0 cm de diámetro (el fondo no se envuelve). El espesor del vidrio es 0.20 cm, y su constante dieléctrica es 6.0. ¿Cuál es la capacitancia de este arreglo *a*) considerándolo como capacitor cilíndrico y *b*) considerándolo como capacitor de placas paralelas?

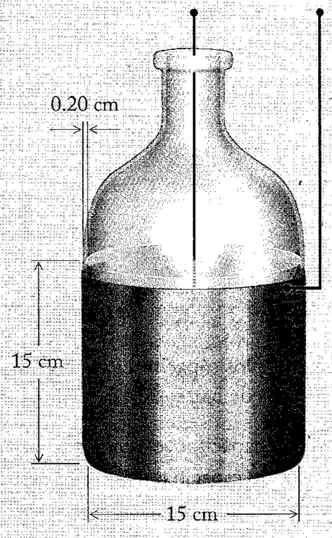


FIGURA 26.45 Una botella de Leyden.

75. Se conectan en serie dos capacitores y la combinación se conecta a una batería de 9.0 V. La capacitancia de uno de los capacitores es 4.0 μF, y la diferencia de potencial a través del otro es 3.0 V. ¿Cuál es la capacitancia del otro capacitor? ¿Cuánta energía almacena cada capacitor?

76. Dos capacitores idénticos, vacíos y aislados, se conectan en serie; cada uno tiene la misma carga. Si uno de ellos se llena entonces con un material de constante dieléctrica κ, ¿en qué factor disminuye la energía total almacenada?

77. Un capacitor cilíndrico tiene un conductor interno de radio a y una capa externa conductora coaxial, de radio b. La región entre los conductores se llena con dos cascarones cilíndricos de dieléctricos, uno con constante κ_1 para $a < r < c$, y otro de constante κ_2, para $c < r < b$. ¿Cuál es la capacitancia por unidad de longitud de este capacitor cilíndrico estratificado?

78. La capacitancia de un capacitor de placas paralelas es C_0 cuando está vacío. Entre sus placas se insertan tres capas, cada una con área igual a la mitad del área de las placas, como se ve en la figura 26.46; una capa tiene constante dieléctrica κ_1 y su espesor es igual a la separación entre las placas; las otras dos capas tienen constantes dieléctricas κ_2 y κ_3, y sus espesores son la mitad de la separación entre las placas. ¿Cuál es la capacitancia del capacitor lleno?

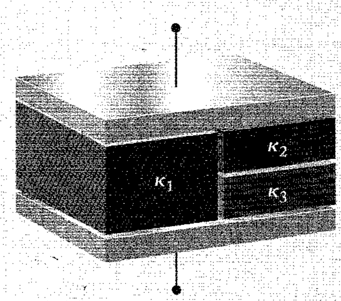


FIGURA 26.46 Capacitor de placas paralelas lleno con tres dieléctricos.

*79. Un capacitor de placas paralelas está lleno con dióxido de carbono a 1.0 atm de presión. Bajo estas condiciones, su capacitancia es 0.50 μF. Se carga ese capacitor con una batería de 48 V, y luego se desconecta para que la carga eléctrica permanezca constante en adelante. ¿Cuál será el cambio de energía potencial, si ahora se extrae el dióxido de carbono del capacitor, dejándolo vacío?

*80. Un capacitor esférico consta de una esfera metálica de radio R_1 rodeada por un cascarón metálico concéntrico de radio R_2. El espacio entre R_1 y R_2 está lleno con un dieléctrico cuya constante es κ.

a) Si la carga libre en la superficie de la esfera interna es Q y la del cascarón esférico exterior es $-Q$, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los dos conductores?

b) ¿Cuál es la capacitancia de este capacitor esférico?

*81. Un capacitor de placas paralelas, sin dieléctrico, tiene área A y carga $\pm Q$ en cada placa.

a) ¿Cuál es la fuerza eléctrica F de atracción entre las placas? (Sugerencia: La mitad del campo eléctrico entre las placas se debe a una placa, y la mitad se debe a la otra. Por consiguiente, para calcular la fuerza eléctrica en una placa debida al producto del campo por la carga, sólo se debe usar la mitad del campo; la otra mitad representa la fuerza eléctrica de la placa *sobre sí misma* y no tiene interés.)

b) ¿Cuánto trabajo se debe efectuar contra esa fuerza, para aumentar Δd la separación entre las placas?

c) Con la ecuación (26.29) ¿cuál es el cambio ΔU de energía potencial durante este cambio?

d) Se compara con *a*) y *c*) y después se deberá comprobar que $F = -\Delta U/\Delta d$.

Respuestas a las revisiones

Revisión 26.1

1. Sí, a las tres: mientras la separación entre placas sea pequeña en comparación con las dimensiones laterales, los campos marginales serán pequeños y no importará la forma particular que determine el área A en la ecuación (26.9).
2. Con una menor capacitancia es mucho más difícil almacenar la misma cantidad de carga, así que el capacitor más pequeño, de 1 pF, es el que requiere la mayor diferencia de potencial.
3. Al aumentar la separación entre placas disminuye la capacitancia [véase la ecuación (26.9)]. Al aumentar el área se puede almacenar una carga proporcionalmente mayor, y aumenta la capacitancia [ecuación (26.9)].
4. No. Con cargas de un mismo signo, el par de placas se parece más a un solo conductor aislado, como por ejemplo una esfera cargada. Se espera que la capacitancia sea similar a la de la ecuación (26.3) cuando la esfera de radio R se sustituya por una longitud del orden de la dimensión de placas.
5. Mantener la carga constante equivale a mantener constante el campo eléctrico ($E = \sigma/\epsilon_0 = Q/\epsilon_0 A$). El potencial disminuye en un factor de 2 ($\Delta V = Ed$), y la capacitancia aumenta en un factor de 2 ($C = Q/\Delta V = \epsilon_0 A/d$).
6. (E) 0.50 mm. Como el área es la cuarta parte de la original, para una capacitancia constante ($C = \epsilon_0 A/d$), debe disminuir la separación por el mismo factor, a 0.50 mm.

Revisión 26.2

1. No necesariamente en cada caso. Para capacitores con la misma carga, en serie, el campo eléctrico sólo será igual si tienen la misma área ($E = Q/\epsilon_0 A$). Para capacitores con el mismo potencial (en paralelo), el campo eléctrico será igual sólo si tienen la misma separación entre placas ($E = \Delta V/d$).
2. Para determinado potencial entre ellos, los capacitores en paralelo tienen mayor área, por lo que pueden almacenar mayor cantidad de carga y por tanto tienen mayor capacitancia. Para capacitores en serie se requiere mayor diferencia de potencial para llegar a una caída de voltaje, a través de cada capacitor, que sea suficiente para almacenar determinada carga; por consiguiente la capacitancia es menor.
3. (B) 10 μF; 0.10 μF. Los capacitores en paralelo se suman, por lo que diez capacitores de 1.0 μF dan una capacitancia total de 10 μF. Para los capacitores en serie se suman las inversas, y entonces la capacitancia equivalente es $1/[10 \times (1/1.0\ \mu\text{F})] = 0.10\ \mu$F.

Revisión 26.3

1. Los dipolos eléctricos en el dieléctrico tienden a alinearse con el campo eléctrico generado por las cargas libres en los conductores, produciendo un campo que parcialmente anula el campo original. Un campo menor es lo que condujo a la definición (26.19), que requiere que $\kappa > 1$.
2. (C) 9.0×10^{-12} F. Como $C = \kappa C_0$, siendo C_0 la capacitancia en ausencia del dieléctrico, queda simplemente $C = 3.0 \times 3.0 \times 10^{-12}\ \text{F} = 9.0 \times 10^{-12}$ F.

Revisión 26.4

1. Como un dieléctrico aumenta siempre la capacitancia de acuerdo con $C = \kappa C_0$, y como $Q = C\,\Delta V$, a un potencial constante el capacitor con dieléctrico tendrá mayor energía almacenada. Los campos eléctricos serán iguales, porque la diferencia de potencial y las distancias son iguales ($\Delta V = Ed$). Como los campos eléctricos son iguales, la densidad de energía, $u = \kappa\epsilon_0 E^2/2$, será mayor para el capacitor con dieléctrico. También, $U = C(\Delta V)^2/2$, y el que tiene dieléctrico tiene mayor energía almacenada.
2. También aquí el dieléctrico siempre aumenta la capacitancia, porque $C = \kappa C_0$. Entonces $\Delta V = Q/C$ implica que el capacitor vacío necesitará mayor voltaje para guardar la misma carga (mayor por un factor κ). Para una geometría idéntica, $E = \Delta V/d$ requiere que el capacitor vacío también tenga el campo eléctrico mayor (mayor por el mismo factor κ). Para la densidad de energía, $u = \kappa\epsilon_0 E^2/2$, y entonces el campo eléctrico mayor en el capacitor sin dieléctrico da como resultado mayor densidad de energía. Por último, $U = Q^2/2C$ indica que para la misma carga, se almacena más energía en el capacitor sin dieléctrico.
3. (C) C_0. Para capacitores en serie, se suman las inversas para obtener la inversa de la capacitancia total [véase la ecuación (26.17)]. Para dos capacitores idénticos vacíos, la capacitancia total es, entonces, $\frac{1}{2}C_0$. Cuando se llenan, la capacitancia total aumenta en el factor κ, por lo que $C = 2.0 \times \frac{1}{2}C_0 = C_0$.