

# ELECTRÓNICA ANALÓGICA

---

Fernando Ramírez Rojas



Casa abierta al tiempo

**Universidad Autónoma Metropolitana**

**Azcapotzalco**



# ELECTRONICA ANALOGICA

COLECCIÓN  
LIBRO DE TEXTO  
1993

**Fernando Ramírez Rojas**

# **ELECTRONICA ANALOGICA**



Casa abierta al tiempo

**UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA**

UNIDAD AZCAPOTZALCO

**UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA**

**Rector General**

Dr. Gustavo A. Chapela Castañares

**Secretario General**

Dr. Enrique Fernández Fassnacht

**UNIDAD AZCAPOTZALCO**

**Rector**

Lic. Edmundo Jacobo Molina

**Secretario**

Mtro. Adrián de Garay Sánchez

**Coordinador de Extensión Universitaria**

José Lever

**Jefa de la Sección Editorial**

Mtra. Silvia Pappé

**Diseño de portada**

Luisa Martínez

**Cuidado de la edición**

Ma. Emilia González

ISBN 970-620-301-X

© 1993 Universidad Autónoma Metropolitana

Unidad Azcapotzalco

Av. San Pablo No. 180

Azcapotzalco, México D.F., 02200

1a. edición, 1993

2a. edición, 2005

Impreso en México

Printed in México

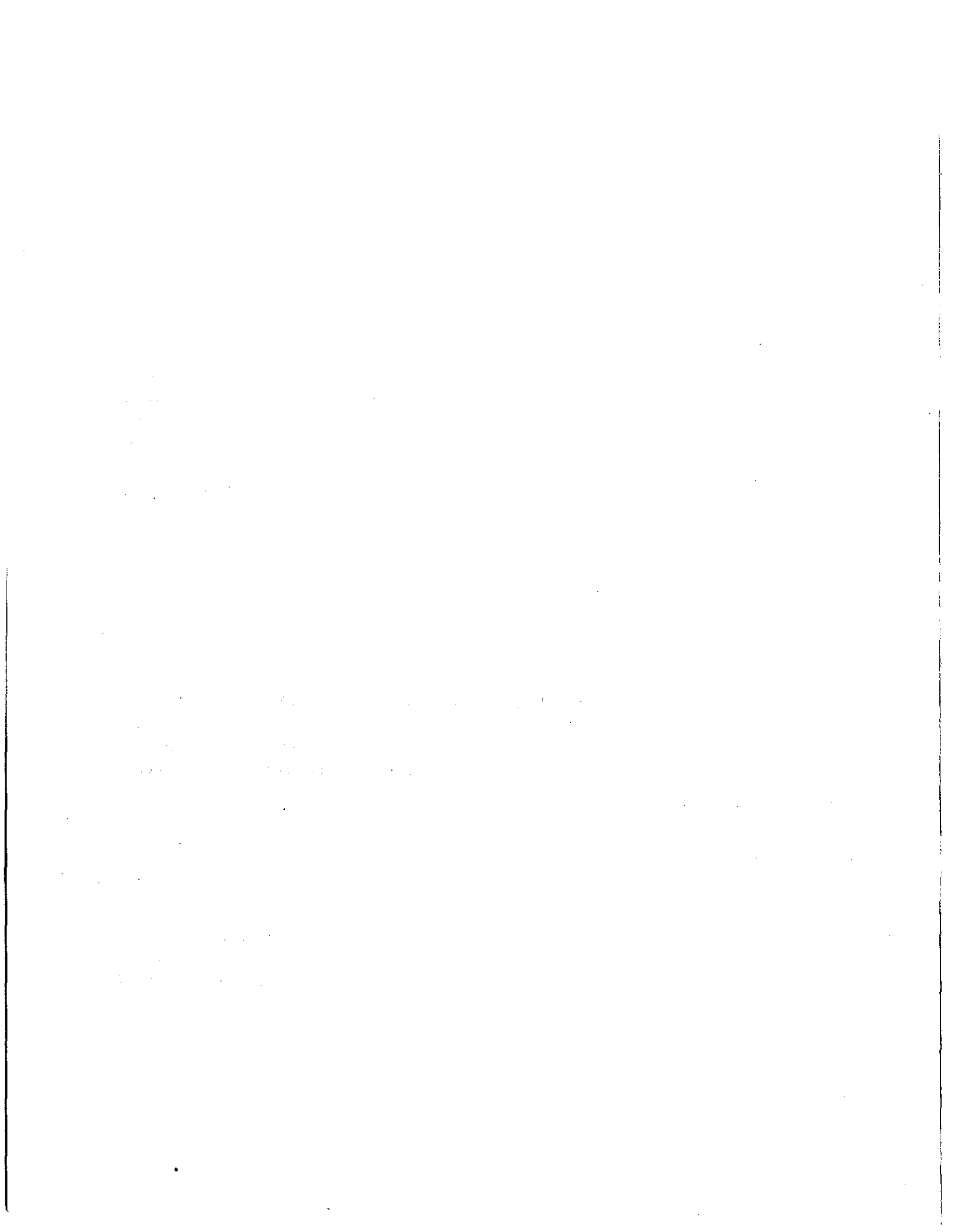
## CREDITOS

*M. en C. Jerry Reider Burstin  
Ing. Vicente Yuri Plata Garnica  
Ing. M. A. Martín González Zúñiga  
Ing. Carlos Raúl Espinosa Olivera  
Ing. Hugo Julio Solano Córdor  
Ing. Nora Amaya Segura*

En forma especial, agradezco el trabajo realizado por la Ing. Sara Cruz Kato, el Ing. Alejandro Altamirano Plascencia y Fernando Acosta Crespo, quienes estuvieron a cargo de la redacción, los diagramas y la revisión de estilo respectivamente.

*Fernando Ramírez Rojas*

*México, D.F. a 22 de marzo de 1993.*



# INDICE

Prólogo	11
<b>I. CONVENCIONES Y MODELO DEL TRANSISTOR</b>	
I.1 Factores de relación para inecuaciones	15
I.2 Convenciones (nomenclatura)	16
I.3 Modelo del transistor bipolar de unión a señal grande	17
I.4 Región de activa directa	18
I.5 Efectos capacitivos de la unión PN	20
I.5.1 Comportamiento de la región de depleción de una unión PN en polarización directa y polarización inversa	20
I.5.2 Efectos capacitivos en el transistor en la región de activa directa	21
I.6 Voltaje de rompimiento del transistor	22
I.7 Dependencia de la ganancia en corriente del transistor debido a las condiciones de operación (nivel de corriente de colector y temperatura)	24
I.8 Parámetros de referencia para el transistor	24
I.9 Modelo de pequeña señal para el transistor bipolar de unión	24
I.9.1 Definición de pequeña señal	24
I.9.2 Obtención del modelo híbrido $\pi$ en emisor común	26
I.9.3 Efectos de la frecuencia en el modelo de pequeña señal	29
I.9.4 Elementos parásitos en el modelo de pequeña señal	30
I.9.5 Modelo completo de pequeña señal para el transistor bipolar de unión	31
I.9.6 Modelo híbrido $\pi$ simplificado para el transistor bipolar de unión	31
<b>II. EL METODO DE PARALELOS APARENTES</b>	
II.1 Introducción	35
II.2 Justificación del método	35
II.3 Restricciones	35
II.4 Análisis tradicional de circuitos	37
II.5 Método de Paralelos Aparentes	42
II.6 Análisis de circuitos con el Método de Paralelos Aparentes	45
<b>III. PAR DARLINGTON</b>	
III.1 Introducción	55
III.2 Transistor equivalente del Par Darlington	55
III.3 Polarización del Par Darlington	59
III.4 Análisis en pequeña señal del Par Darlington CC - CE	59
III.5 Análisis comparativo entre un emisor común y el Par Darlington CC - CE	71
<b>IV. PAR CASCODO (CE - CB)</b>	
IV.1 Introducción	77
IV.2 Configuración del circuito Par Cascodo	80



IV.3	Análisis en CD (polarización)	81
IV.4	Análisis en pequeña señal	84
IV.5	Análisis comparativo entre un emisor común y el Par Cascodo CE - CB	88
IV.6	Circuitos con cargas activas	90
<b>V. CIRCUITOS DE CORRIENTE CONSTANTE</b>		
V.1	Introducción	95
V.2	Espejo de Corriente	97
V.2.1	Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]	98
V.2.2	Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]	100
V.3	Características de la Fuente de Corriente	100
V.4	Espejo de Corriente Mejorado	103
V.4.1	Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]	103
V.4.2	Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]	104
V.5	Espejo de Corriente Cascodo	106
V.5.1	Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]	107
V.5.2	Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]	107
V.6	Fuente de Corriente Widlar	109
V.6.1	Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]	109
V.6.2	Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]	110
V.7	Fuente de Corriente como carga activa	111
V.7.1	Análisis en CD	111
V.7.2	Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ y $A_v = v_o/v_i$ a pequeña señal]	112
<b>VI. PAR DIFERENCIAL (PAR ACOPLADO POR EMISOR)</b>		
VI.1	Introducción	117
VI.2	Análisis a señal grande	119
VI.2.1	Análisis del comportamiento de $I_{c_1}$ e $I_{c_2}$ en función de $v_{id}$	120
VI.2.2	Análisis del comportamiento de $v_{od}$ en función de $v_{id}$	122
VI.3	Rango de Rechazo a Señales en Modo Común	124
VI.4	Análisis en pequeña señal	126
VI.4.1	Análisis del Par Diferencial en función de los voltajes de entrada y de salida referidos a tierra. Cálculo de la matriz $\underline{A}$	127
VI.4.2	Análisis del Par Diferencial en función de los voltajes de entrada y de salida diferenciales y comunes. Cálculo de la matriz $\underline{A}^*$	131
VI.5	Razón de Rechazo en Modo Común	136
VI.6	El concepto del Medio Circuito	137
VI.6.1	Análisis en Modo Común Puro	137
VI.6.2	Análisis en Modo Diferencial Puro	142
VI.6.3	Análisis de la resistencia de entrada	146
VI.7	Ejemplo de análisis de un circuito Par Diferencial mediante el concepto del Medio Circuito	147

## VII. RESPUESTA EN FRECUENCIA

VII.1	Introducción	155
VII.2	Filtro pasivo de paso bajo de 1er. orden (LP)	160
VII.3	Filtro pasivo de paso alto de 1er. orden (HP)	164
VII.4	Modelo híbrido $\pi$ de alta frecuencia	169
VII.5	Estimación de la respuesta en frecuencia mediante el análisis del circuito en frecuencias bajas, frecuencias medias y frecuencias altas	174
VII.5.1	Análisis a frecuencias medias	177
VII.5.2	Análisis a frecuencias altas	179
VII.5.3	Análisis a frecuencias bajas	188
VII.5.3.1	Efecto de los capacitores de acoplo $C_B$ y $C_C$	189
VII.5.3.2	Efecto del capacitor de desvío $C_E$	199
VII.6	Método de las Constantes de Tiempo para obtener la respuesta en frecuencia de sistemas electrónicos	212

## VIII. RETROALIMENTACION

VIII.1	Introducción	231
VIII.2	Relaciones básicas de los sistemas retroalimentados	231
VIII.3	Características generales de amplificadores con retroalimentación negativa	232
VIII.4	Tipos de amplificadores y sus modelos	235
VIII.5	Conceptos de sistemas retroalimentados	236
VIII.5.1	Topología de amplificadores retroalimentados	239
VIII.5.2	Análisis de las resistencias de entrada y de salida	245
VIII.6	El amplificador retroalimentado real	249
VIII.6.1	Análisis del bloque " $\beta$ "	251
VIII.6.2	Identificación de los puntos de muestreo y comparación en circuitos con transistores	257
VIII.6.3	Método de análisis aproximado para amplificadores retroalimentados reales	261
Ejemplo I.	Amplificador colector común	262
Ejemplo II.	Amplificador emisor degenerado	269
Ejemplo III.	Amplificador con dos transistores	277

## IX. AMPLIFICACION DE POTENCIA

IX.1	Conceptos básicos de la amplificación de potencia	287
IX.2	Clases de operación para amplificadores	289
IX.3	Cálculos de la eficiencia para los amplificadores clase "A" y clase "B"	289
A.1	Amplificadores clase "A" con acoplamiento directo	289
A.2	Amplificadores clase "A" con acoplamiento por transformador	292
B.1	Amplificador clase "B"	295
IX.4	Amplificador de potencia clase "B" ("AB") en simetría complementaria	298
IX.4.1	Etapas de salida (amplificador de transconductancia)	299
IX.4.1.1	Circuito de prepolarización	302
IX.4.1.2	Circuito Bootstrap	312
IX.4.1.3	Fuentes de corriente como sustitución del circuito Bootstrap	319
IX.4.1.4	Configuración de la etapa de salida con Pares Darlington	320

IX.4.1.5	Multiplicador de $V_{BE}$	323
IX.4.1.6	Configuración de la fuente de alimentación	324
IX.4.2	Driver o pre-excitador clase "A" (amplificador de voltaje)	325
IX.4.3	Mejoras al amplificador de potencia (cambio de topología de transresistencia a topología de voltaje)	331
IX.4.3.1	Ventajas del amplificador de voltaje comparado con el amplificador de transresistencia	332
IX.4.3.2	Amplificador retroalimentado de voltaje	332
IX.4.4	Método simplificado de diseño de amplificadores de potencia en simetría complementaria	336
	1) Transformador [ $T_1$ ]	339
	2) Puente rectificador [ $D_1, D_2, D_3, D_4$ ]	339
	3) Filtros de la fuente de alimentación [ $C_D$ ]	340
	4) Protecciones [ $F_D$ ]	341
	5) Etapa de potencia [ $Q_1, Q_2$ ]	341
	6) Excitadores clase "B" [ $Q_3, Q_4$ ]	345
	7) Fuente de corriente [ $I_s$ ]	347
	8) Multiplicador de $V_{BE}$ [ $Q_M, R_{1M}, R_{2M}$ ]	352
	9) Pre-excitador clase "A" [ $Q_A$ ]	354
	10) Par diferencial [ $Q_E, Q_E', I_{EE}, R_{EE}$ ]	355
	11) Bloque $\beta$ de retroalimentación [ $R_F, R_G, C_G$ ]	356
	12) Filtro de rizo superior [ $R_X, C_X$ ]	358
	13) Filtro de rizo inferior [ $R_Y, C_Y$ ]	358
	14) Filtros LP y HP [ $R_{BD}, C_{BD}, R_{LP}, C_{LP}$ ]	359
	<b>Lista de componentes</b>	362

## APENDICE A. EJERCICIOS PROPUESTOS

I.	Modelo híbrido $\pi$ para el transistor bipolar de unión	367
II.	El Método de Paralelos Aparentes	367
III.	Par Darlington	369
IV.	Par Cascodo	369
V.	Circuitos de corriente constante	370
VI.	Par Diferencial	371
VII.	Respuesta en frecuencia	371
VIII.	Retroalimentación	374
IX.	Amplificación de potencia	377

## APENDICE B. OBTENCION DEL MODELO HIBRIDO $\pi$ EN BASE COMUN

Obtención de modelo híbrido $\pi$ en base común a partir del modelo híbrido $\pi$ en emisor común	381
---	-----

## APENDICE C. PAR CASCODO

Análisis de la ganancia en voltaje para varios casos respecto de la relación de $r_o$ y $R_{LAC}$	387
---	-----

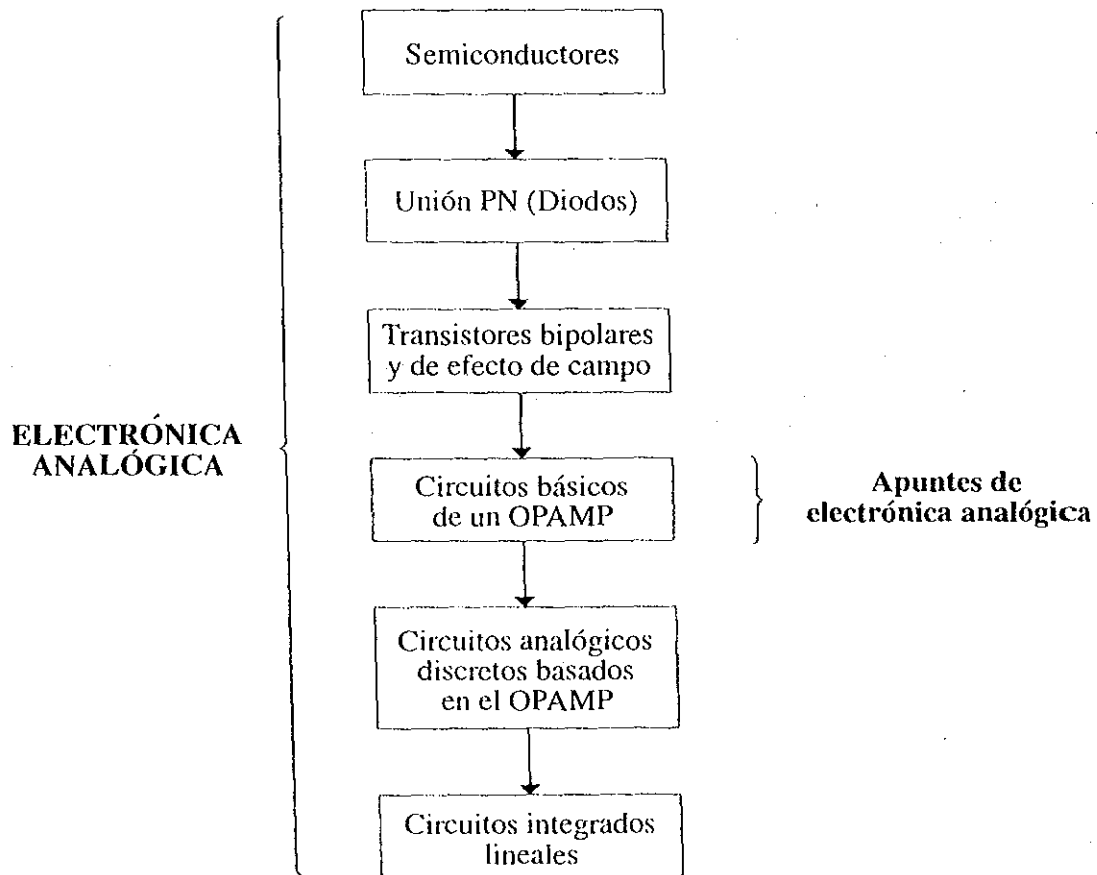
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	389
---------------------	-----

## PRÓLOGO

El estudio de la Electrónica Analógica, comprende desde el comportamiento de los semiconductores y la unión "pn", hasta los modernos circuitos integrados lineales, que pueden procesar señales muy complejas.

El objetivo de estos apuntes es el de mostrar cómo funcionan los circuitos básicos que conforman a los Amplificadores Operacionales y a los Amplificadores de Potencia, es decir, sólo cubren una parte de lo que constituye la Electrónica Analógica.

La ubicación de estos apuntes, en forma gráfica, dentro del campo de la Electrónica, será la siguiente:



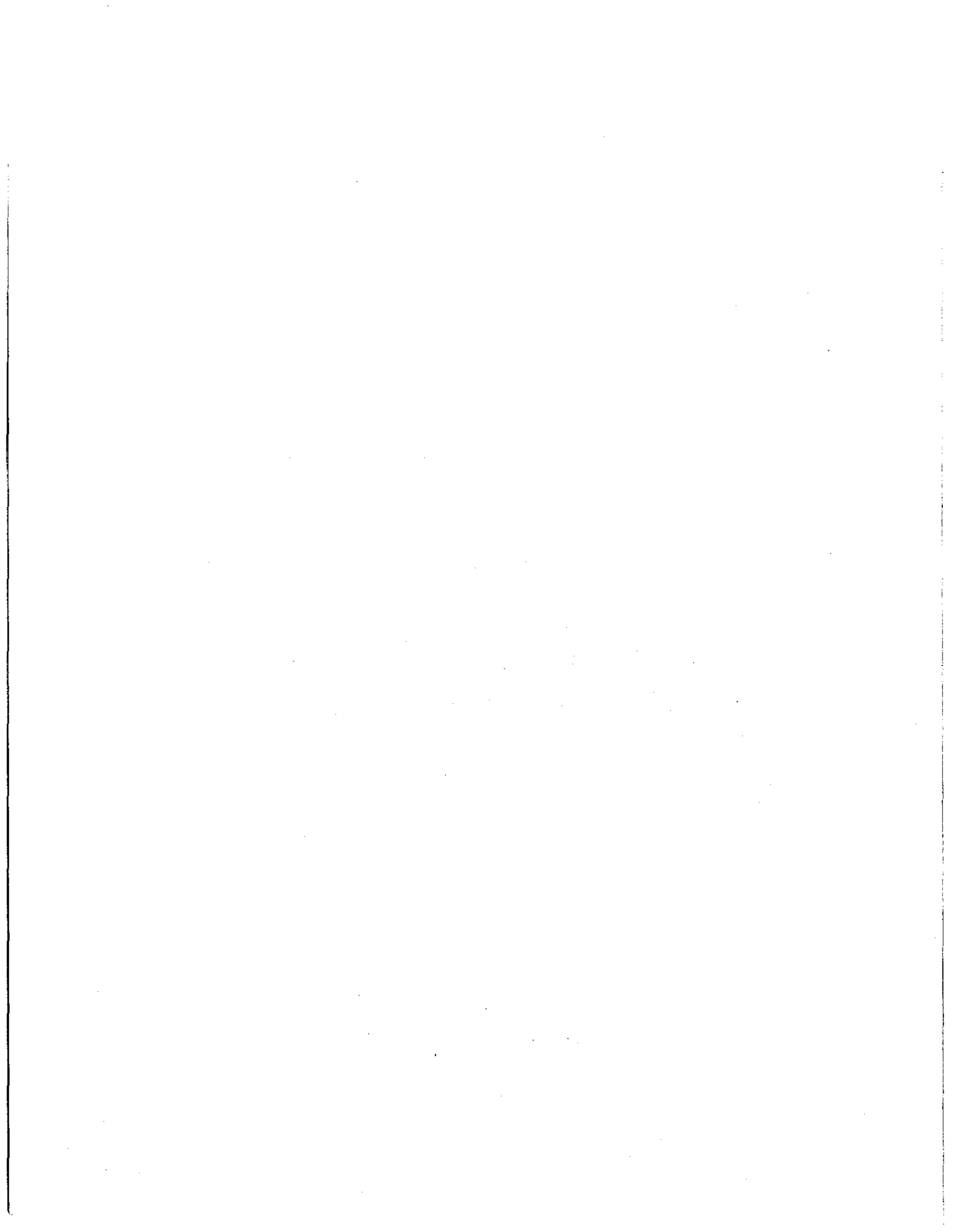
Estos apuntes se encuentran divididos en nueve capítulos, los cuales se estructuraron de la siguiente forma:

- En el primer capítulo se establecen las convenciones y el modelo electrónico del transistor que se utilizan en el resto de los capítulos.
- El capítulo 2 presenta un método de análisis de circuitos desarrollado en la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco desde el año de 1984, el cual se ha venido enriqueciendo gracias a la contribución de profesores y alumnos de la Licenciatura de Electrónica. Esta es la primera publicación de dicho método de análisis y se emplea mucho en la mayoría de los capítulos.
- En los capítulos 3, 4, 5 y 6, se presentan y analizan los cuatro circuitos básicos de acoplamiento directo: Par Darlington, Par Cascodo, Reguladores de Corriente y Par Diferencial.
- El capítulo 7 muestra el análisis de circuitos electrónicos desde el punto de vista de su respuesta en frecuencia, presentando dos métodos de análisis: por circuitos eléctricos a través del análisis de su Función de Transferencia y mediante el Método de las Constantes de Tiempo.
- En el capítulo 8 se presenta la Teoría de Retroalimentación aplicada a circuitos electrónicos, mostrando detalladamente las técnicas de análisis empleadas.
- En el capítulo 9 se estudian los amplificadores de potencia, principalmente el Amplificador en Simetría Complementaria. Se incluye también un Método Simplificado de Diseño de Amplificadores de Potencia en Simetría Complementaria.
- Se incluyen tres apéndices conteniendo el desarrollo del Modelo Híbrido " $\pi$ " en base común, un análisis del circuito de acoplamiento directo "Par Cascodo" y una serie de ejercicios propuestos sobre los nueve capítulos anteriores.

Hago notar que estos apuntes se han realizado gracias a la contribución del M. en C. Jerry Reider Burstin, y de varios profesores y alumnos de la Licenciatura de Electrónica de la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, cuyos nombres aparecen en los créditos.

**CAPITULO I**

**CONVENCIONES Y MODELO  
DEL TRANSISTOR**

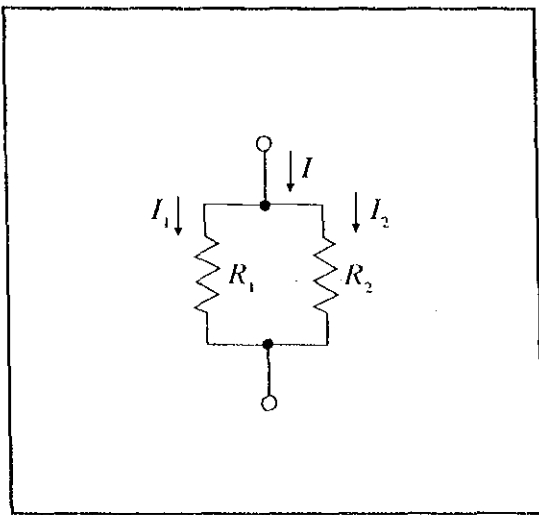


## I.1 FACTORES DE RELACION PARA INECUACIONES

En la mayoría de los análisis de circuitos electrónicos, se presentan relaciones entre parámetros que simplifican o facilitan el análisis y la interpretación de los resultados que se obtienen. Tales relaciones corresponden a los casos en que un parámetro es “mucho mayor (>>)” o “mucho menor(<<)” que otro. Sin embargo, para poder manejar estas expresiones en forma práctica, se necesita sustituir las relaciones anteriores por un “factor conocido” que permita obtener valores definidos para los parámetros. Por experiencia, se ha observado que un factor de 10 unidades cumple aproximadamente con las relaciones propuestas.

### Ejemplo:

#### 1. Resistencias en paralelo



Si  $R_1 \gg R_2$  entonces se puede tomar

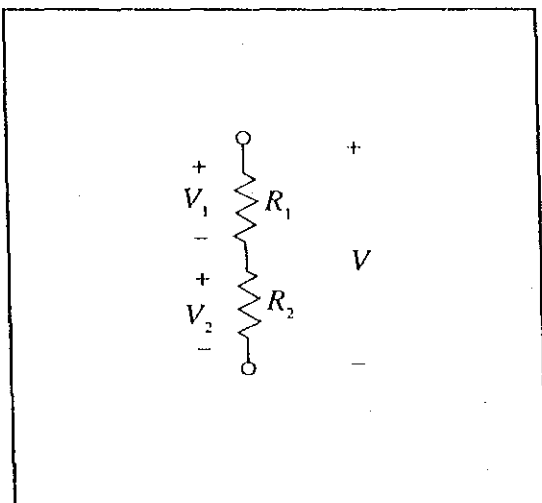
$$R_1 \geq 10 R_2$$

con lo cual se obtiene lo siguiente:

- a)  $R_1 \parallel R_2 \approx R_2$
- b)  $I = I_1 + I_2 \approx I_2$

$\Rightarrow R_1$  se comporta como circuito abierto virtual.

#### 2. Resistencias en serie



Si  $R_1 \gg R_2$  tomando

$$R_1 \geq 10 R_2$$

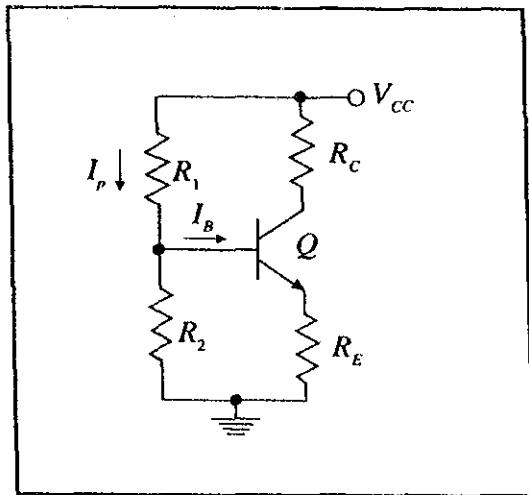
se obtiene lo siguiente:

- a)  $R_1 + R_2 \approx R_1$
- b)  $V = V_1 + V_2 \approx V_1$

$\Rightarrow R_2$  se comporta como corto circuito virtual.



### 3. Polarización del transistor bipolar de unión



a) Para  $R_B \ll \beta_o R_E$  se puede tomar

$$R_B \leq \frac{1}{10} \beta_o R_E$$

b) Para  $I_p \gg I_B$  se toma

$$I_p \geq 10 I_B$$

### 4. Respuesta en frecuencia

Cuando se dibuja el Diagrama de Bode (magnitud y fase) de un circuito, se considera que los polos y ceros del sistema comienzan a tener efecto una década (10) antes del lugar (frecuencia) en que se encuentran, y su efecto permanece constante una década después del lugar en que se encuentran.

### 5. Constantes de tiempo y periodos de señales

En algunos casos, se desea que un capacitor se comporte como fuente de voltaje, lo cual se logra haciendo que la constante de tiempo de descarga del capacitor sea "mucho mayor ( $\gg$ )" que el semiperiodo de alguna señal ( $T/2$ ):

$\tau = R_B C_B \gg T/2$  se puede tomar

$$R_B C_B \geq 10 \frac{T}{2}$$

## I.2 CONVENCIONES (NOMENCLATURA)

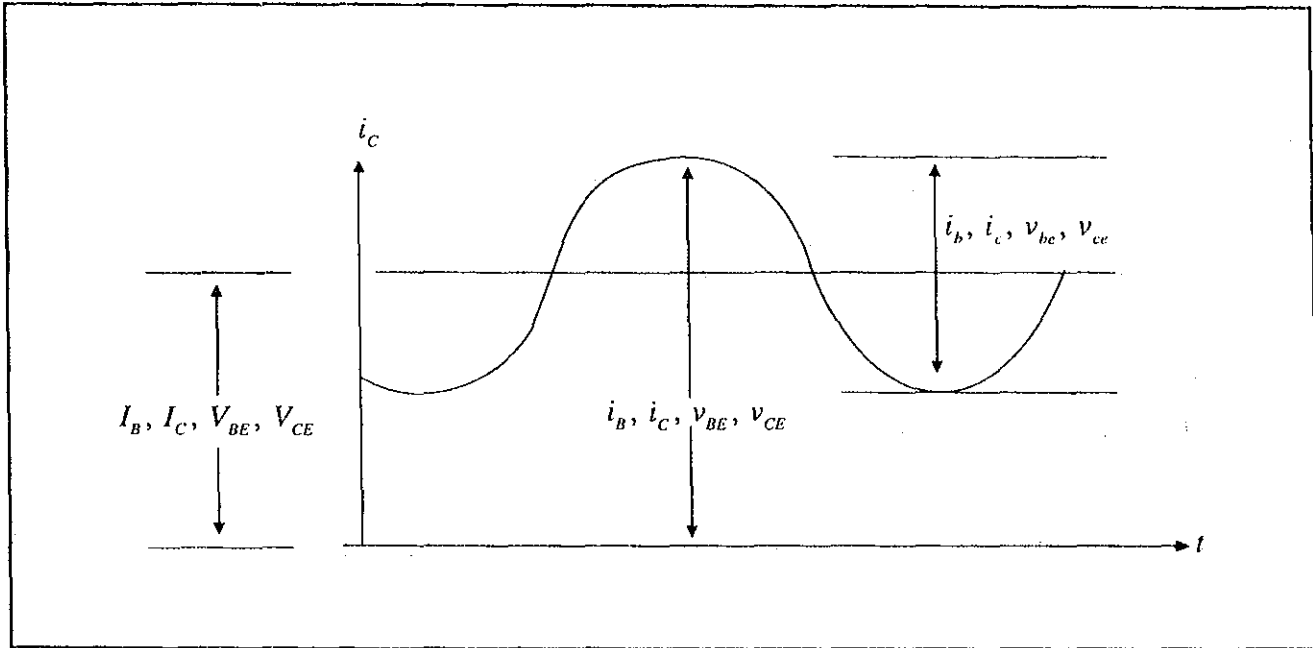
Por convención y para que los análisis presentados en estos apuntes sean claros, se propone la siguiente nomenclatura para indicar algunas características de las señales:

$i_b, i_c, v_{be}, v_{ce}$   $\longrightarrow$  Variables de AC (señal grande o pequeña señal, dependiendo del contexto)

$I_B, I_C, V_{BE}, V_{CE}$   $\longrightarrow$  Variables de DC (polarización, constantes)

$i_B, i_C, v_{BE}, v_{CE}$   $\longrightarrow$  Variables totales (AC + DC)

### Ejemplo:

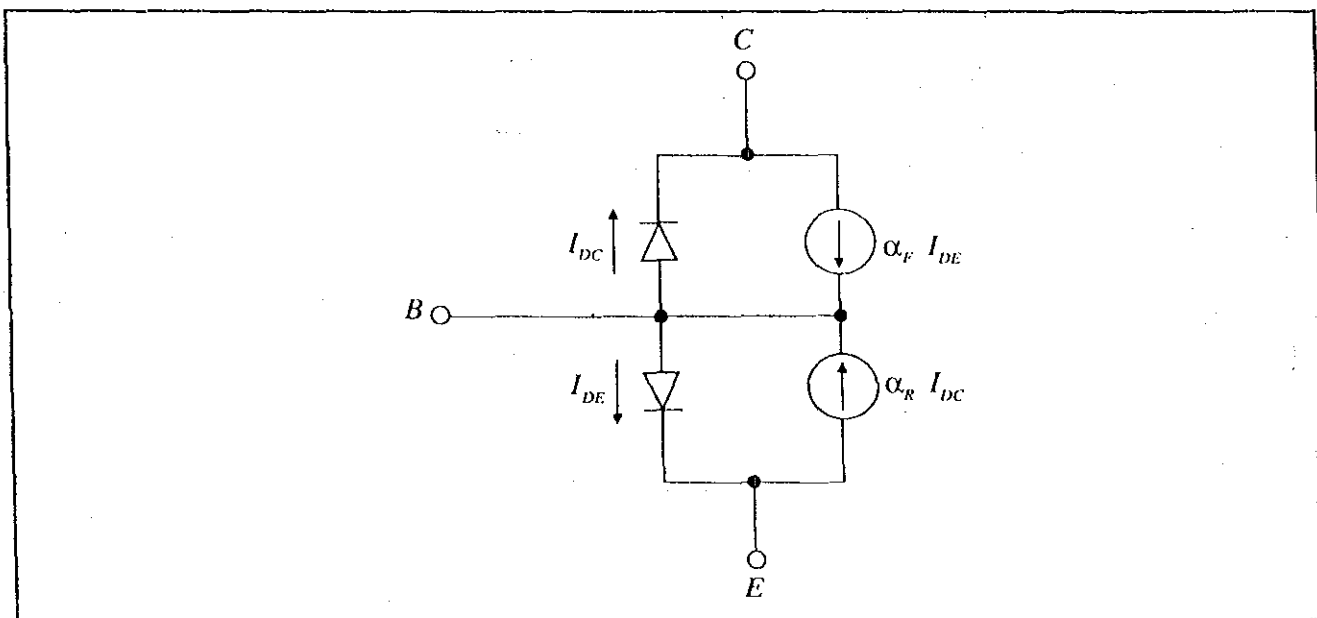


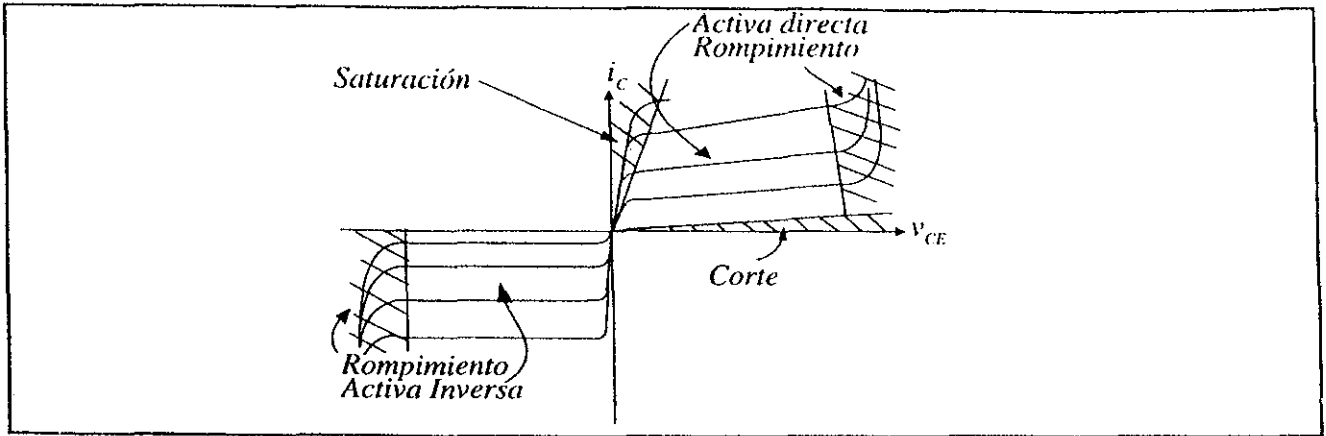
### I.3 MODELO DEL TRANSISTOR BIPOLAR DE UNIÓN A SEÑAL GRANDE

#### Definición de señal grande

Se considera un análisis de señal grande cuando el comportamiento del transistor es no-lineal, es decir, cuando la relación entre  $i_c$  y  $v_{be}$  es no lineal.

El modelo matemático del transistor bipolar de unión es el que corresponde al Modelo de Ebers-Moll para señal grande.





### 1.4 REGION DE ACTIVA DIRECTA

En la región de activa directa, que es donde el transistor se emplea como amplificador, la corriente de colector está controlada por el voltaje de la unión base-emisor mediante la relación:

$$I_c = I_{sc} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) e^{V_{BE}/V_T}$$

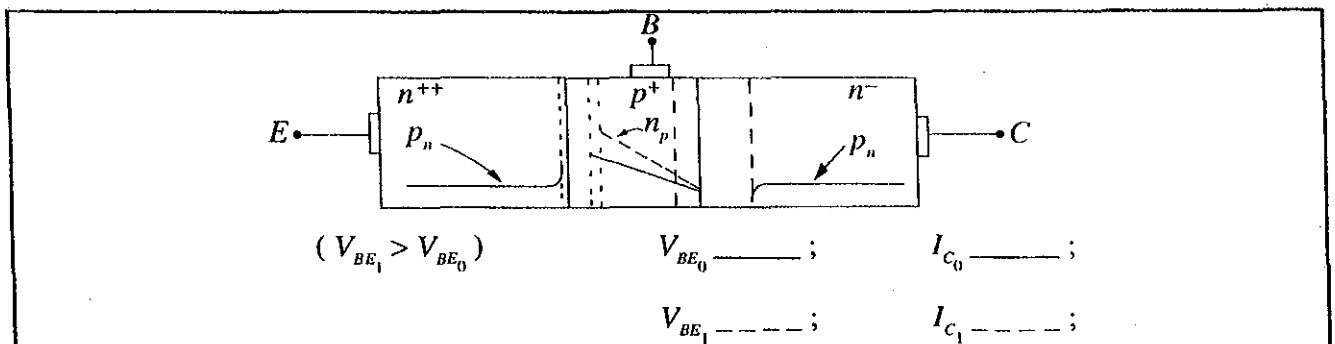
Obsérvese que la corriente de colector no sólo depende del voltaje base-emisor, sino que también depende del voltaje colector-emisor.

#### Explicación de la dependencia de $I_c$ con el $V_{BE}$ y $V_{CE}$

$I_c = F(V_{BE})$  En el transistor, el emisor presenta un dopado muy fuerte, la base un dopado medio y el colector tiene un dopado ligero. Además, el ancho de la base es pequeño comparativamente con el ancho del emisor y del colector.

Al operar el transistor en Activa Directa, la unión BE se polariza en directa y la unión BC en inversa. Cuando el emisor inyecta portadores a la base, éstos se convierten en portadores minoritarios, que son afectados por la polarización inversa de la unión BC, constituyendo el flujo de estos portadores la corriente de colector.

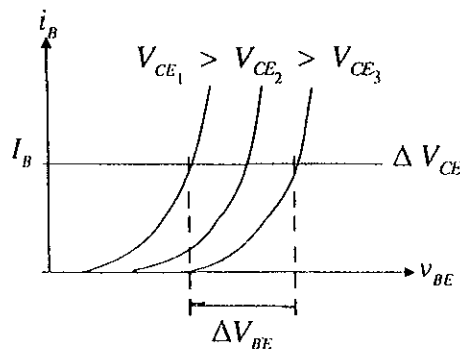
#### Ejemplo:



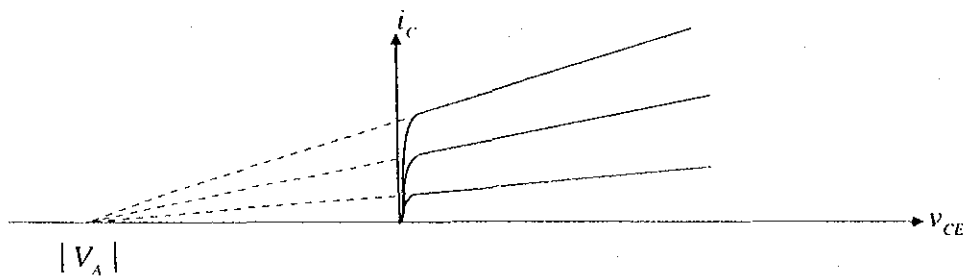
Para un  $V_{BE_0}$  se tiene una cierta concentración de portadores en la base, y aquellos que son "cubiertos" por la región de depleción de la unión BC, constituyen la corriente de colector  $I_{C_0}$ .

Si el voltaje de la unión BE aumenta ( $V_{BE_1} > V_{BE_0}$ ), aumenta la "pendiente" de la distribución de portadores minoritarios en la base, con lo cual aumenta el "área" cubierta por la región de depleción de la unión BC, aumentando así la corriente de colector a  $I_{C_1} > I_{C_0}$ .

$I_C = F(V_{CE})$  Al variar el voltaje colector-emisor, se altera el ancho de la región de depleción de las uniones BE y BC, con lo cual el ancho efectivo de la base se altera y la recombinación que se produce en ella también varía, afectando el nivel de la corriente de base y el nivel de la corriente de colector.



Si la corriente de base se mantiene constante (con algún circuito externo al transistor), al variar el voltaje colector-emisor, variará el ancho de la región de depleción de la unión BC, alterando el nivel de la corriente de colector como lo muestra la gráfica de  $i_C$  vs  $v_{CE}$  y la ecuación del transistor.

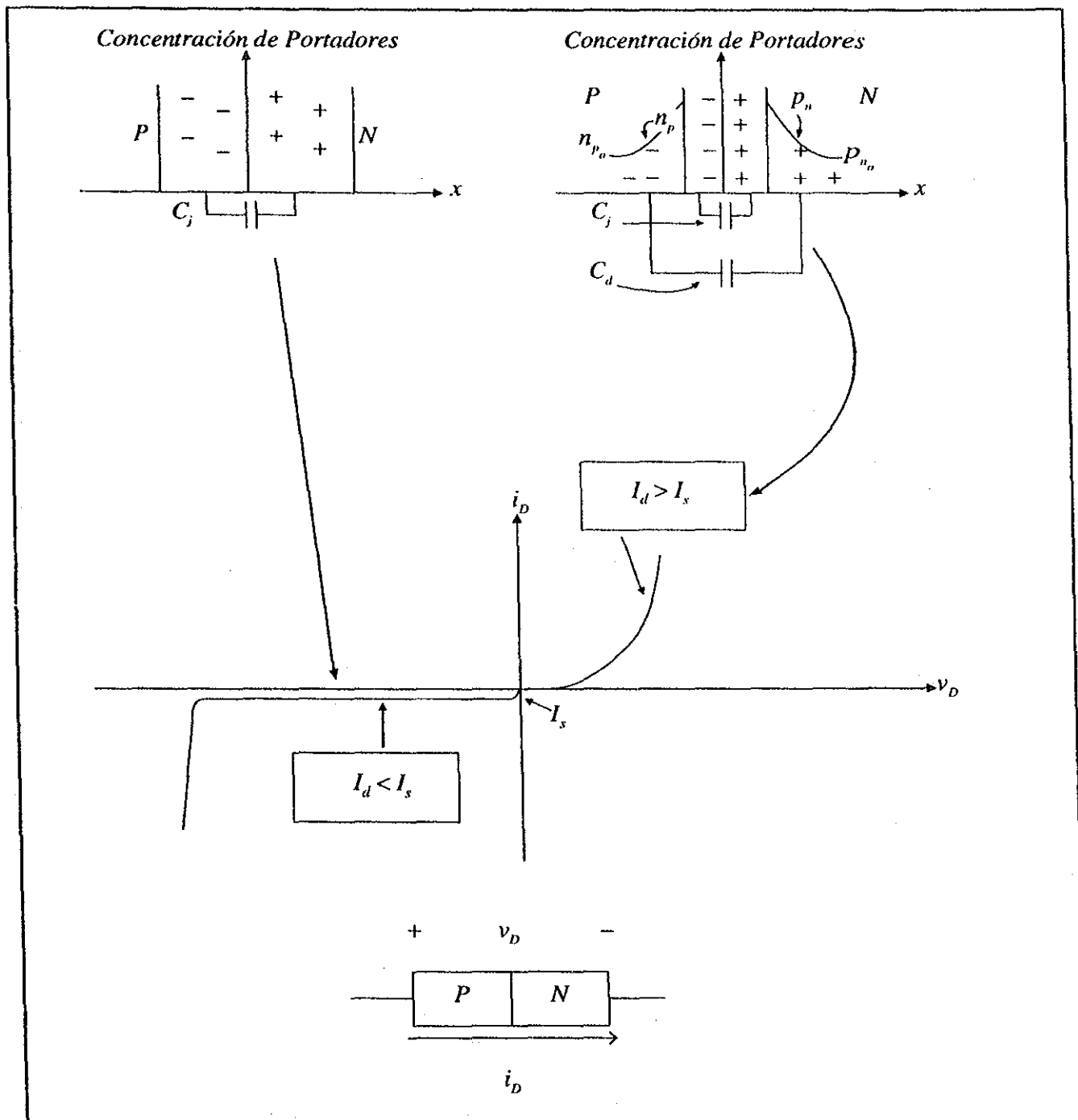


$$I_C = I_{sc} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) e^{v_{BE}/V_T}$$

Se observa que la prolongación de las curvas de  $i_C$  vs  $v_{CE}$ , corta al semieje negativo de  $v_{CE}$  en un punto que corresponde al voltaje de EARLY ( $V_A$ ).

## I.5 EFECTOS CAPACITIVOS DE LA UNIÓN PN

### I.5.1 Comportamiento de la región de depleción de una unión PN en polarización directa y polarización inversa



$$i_D = I_s + I_d = I_s \left( 1 + e^{v_D / V_T} \right)$$

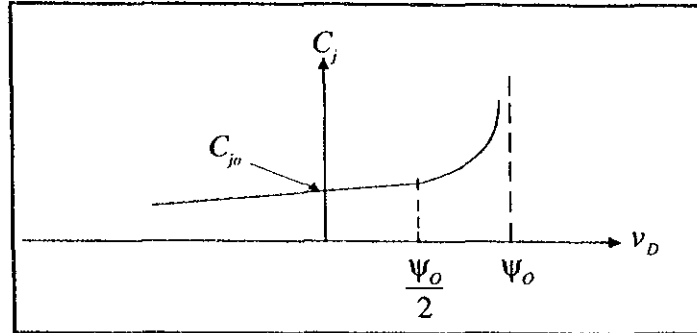
### Polarización inversa $i_D \approx I_s$

En polarización inversa se forma la capacitancia de juntura ( $C_j$ ), debida a la carga manifestada por las impurezas ionizadas **dentro** de la región de carga espacial. La dependencia de esta capacitancia con el voltaje aplicado es:

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 - \frac{v_D}{\Psi_0}}}$$

donde:

- $C_{j0}$  = Capacitancia de unión sin voltaje aplicado ( $v_D = 0$ ).
- $v_D$  = Voltaje aplicado a las terminales de la unión pn.
- $\Psi_0$  = Potencial de la Barrera de Potencial de la unión pn.



### Polarización directa ( $i_D \approx I_d$ )

En polarización directa se forma, además de la capacitancia de juntura, la capacitancia de difusión  $C_d$  debida al exceso de portadores que aparecen a ambos lados de la región de carga espacial (fuera de la región de carga espacial). La capacitancia total es la suma de las capacitancias  $C_j$  y  $C_d$ .

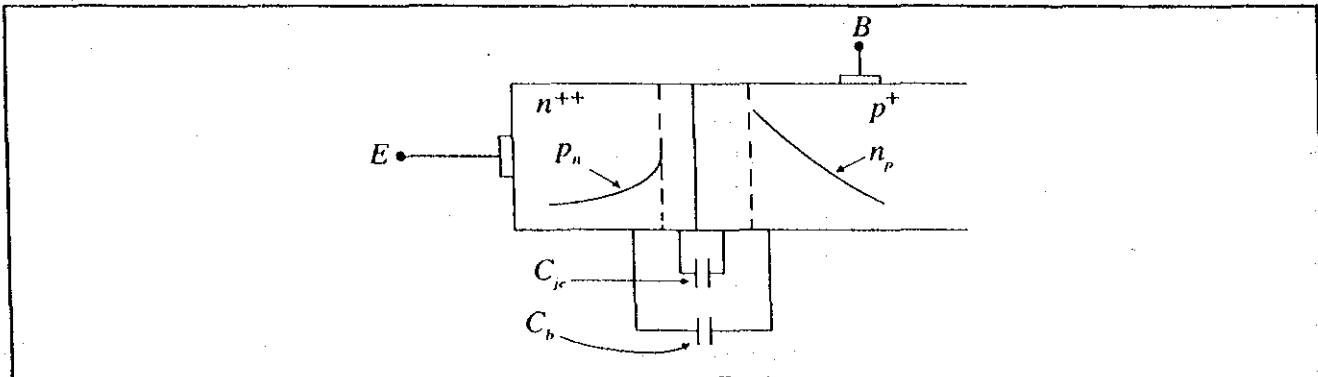
$$C_T = C_j + C_d$$

### 1.5.2 Efectos capacitivos en el transistor en la región de activa directa

En el transistor se presentan los siguientes efectos capacitivos:

#### Unión BE

Esta unión se polariza en directa, por lo que presenta dos efectos capacitivos:  $C_j$  y  $C_d$ .



En el dibujo se tiene que:

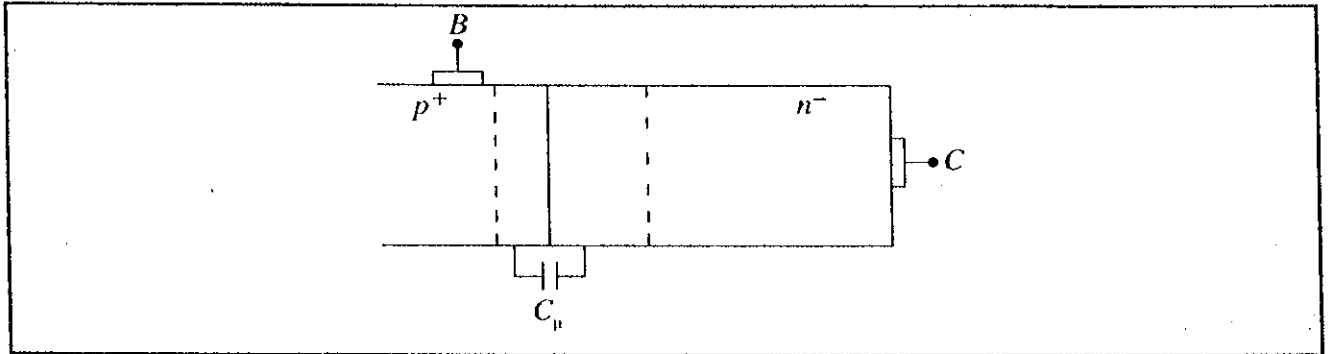
$C_j = C_{je}$  - Capacitancia de unión del emisor

$C_d = C_b$  - Capacitancia de base

$$C_T = C_{je} + C_b$$

### Unión BC

Esta unión se polariza en inversa presentando solamente el efecto capacitivo  $C_j$ .



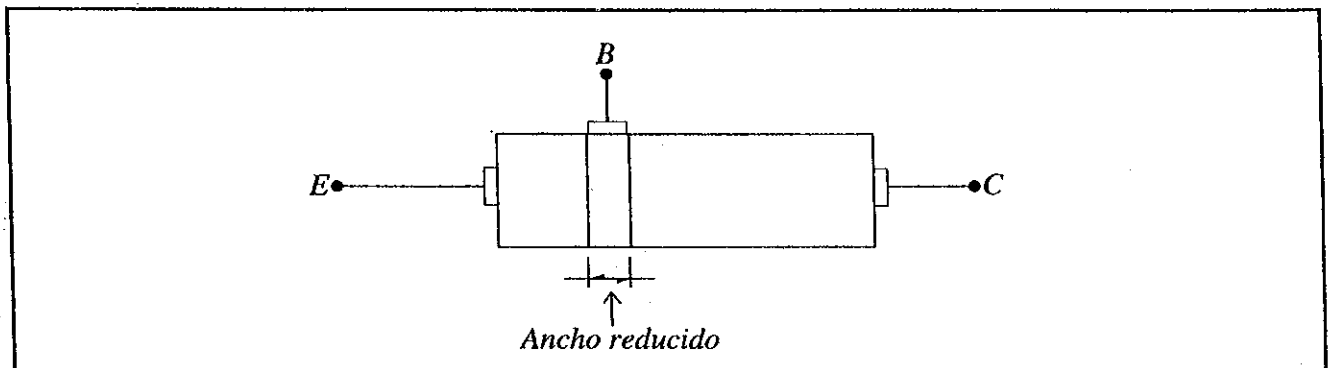
En el dibujo:

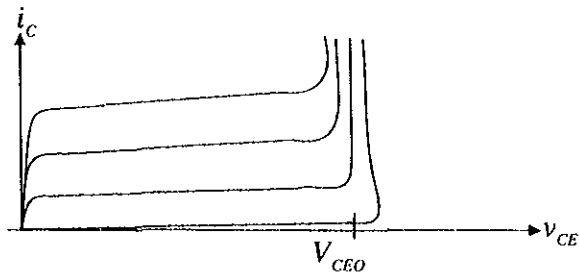
$C_j = C_{\mu}$  - Capacitancia de unión del colector

## I.6 VOLTAJE DE ROMPIMIENTO DEL TRANSISTOR

Los transistores de baja potencia tienen una base delgada, con lo cual se logran betas ( $\beta = I_c / I_b$ ) elevadas, pero el voltaje de ruptura  $V_{CEO}$  es pequeño. Esto se debe a que el voltaje de ruptura se produce cuando la región de depleción de la unión BC alcanza a la región de depleción de la unión BE (el ancho efectivo de la base es cero), y como el ancho físico de la base es pequeño, el voltaje de ruptura se presenta a un valor pequeño.

### Transistor de baja potencia

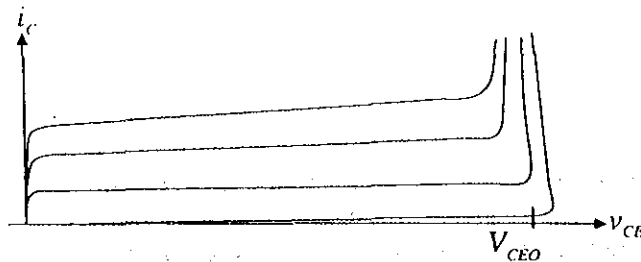
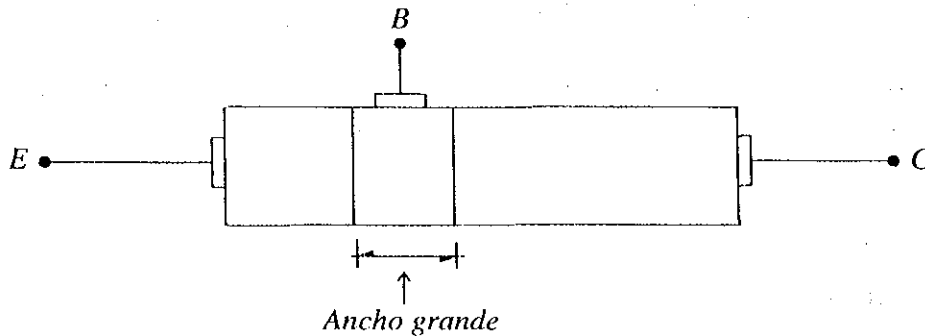




$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} \gg \gg 1$$

Los transistores de potencia tienen una base muy ancha, presentando betas ( $\beta = I_C/I_B$ ) pequeñas, pero el voltaje de ruptura  $V_{CE0}$  es elevado. Esto es así porque las regiones de depleción de las uniones BC y BE requieren de un voltaje muy elevado para unirse en la base (ancho efectivo de la base igual a cero), debido a que el ancho físico de la base es grande.

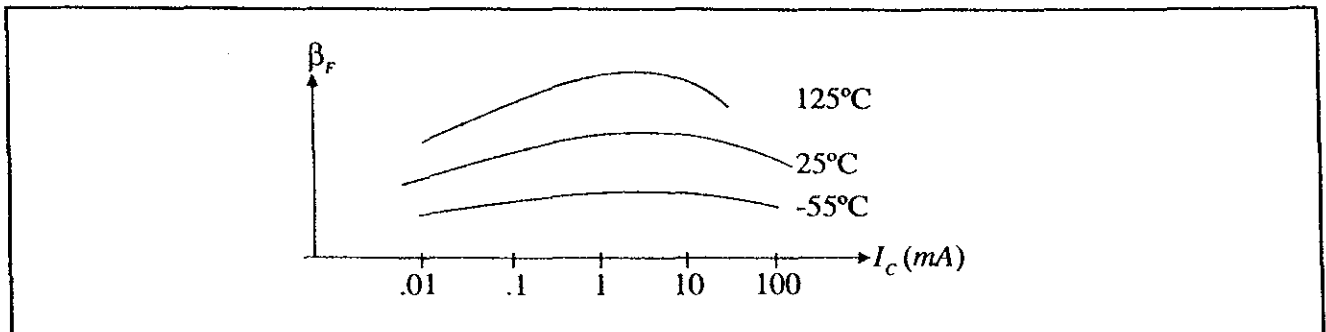
### Transistores de potencia



$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} > 1$$



## I.7 DEPENDENCIA DE LA GANANCIA EN CORRIENTE DEL TRANSISTOR DEBIDO A LAS CONDICIONES DE OPERACIÓN (NIVEL DE CORRIENTE DE COLECTOR Y TEMPERATURA)



$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} \longrightarrow \text{Ganancia de corriente estática}$$

$$\beta_o = \frac{i_c}{i_b} \longrightarrow \text{Ganancia de corriente dinámica (de pequeña señal)}$$

La beta del transistor  $\beta = I_C / I_B$  no es un parámetro constante. Su valor depende del tipo de transistor y de las condiciones de operación del mismo, como puede observarse de la gráfica anterior.

## I.8 PARAMETROS DE REFERENCIA PARA EL TRANSISTOR

Con el fin de analizar cuantitativamente los circuitos que se presentarán, se supondrá que los parámetros del transistor empleado en la mayoría de los análisis tienen un valor promedio dado por las siguientes cantidades:

$$\beta_F \approx \beta_o \approx 200$$

$$V_A \approx 100 \text{ v}$$

$$V_T \approx 25 \text{ mV} @ T_{amb} [25^\circ \text{C}]$$

$$V_{BE} \approx 0.6 \text{ v}$$

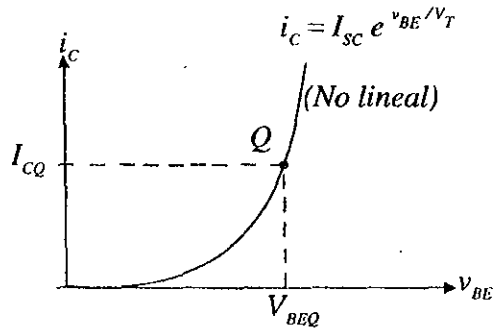
$$V_{CE_{SAT}} \approx 0.6 \text{ v}$$

Estos valores se considerarán posteriormente como "Valores de Referencia".

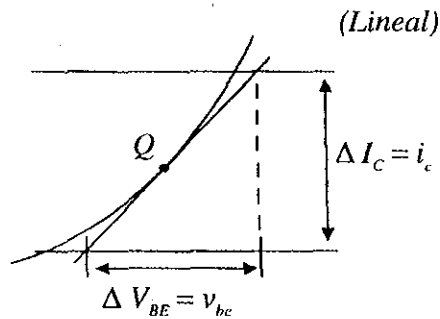
## I.9 MODELO DE PEQUEÑA SEÑAL PARA EL TRANSISTOR BIPOLAR DE UNIÓN

### I.9.1 Definición de pequeña señal

Se considera un análisis en pequeña señal cuando el comportamiento del transistor es lineal, es decir, cuando la relación entre  $i_c$  y  $v_{be}$  (componente de AC) es lineal.



$$\text{pendiente} = g_m = \left. \frac{\delta i_c}{\delta v_{BE}} \right|_Q$$



Como se observa, para que la relación entre  $i_c$  y  $v_{bc}$  sea lineal, se requiere que las variaciones de  $i_c$  y  $v_{BE}$  sean pequeñas. Esta condición se puede obtener matemáticamente a partir de la relación entre  $i_c$  y  $v_{BE}$  de la siguiente forma:

$$i_c = I_{sc} e^{v_{BE}/V_T} = I_{sc} e^{(v_{BE} + v_{bc})/V_T} = I_{sc} e^{v_{BE}/V_T} e^{v_{bc}/V_T}$$

$$i_c = I_{CQ} e^{v_{bc}/V_T}$$

Haciendo  $v_i = v_{bc}$  y expandiendo por series de potencias:

$$i_c = I_{CQ} \left[ 1 + \frac{v_i}{V_T} + \frac{1}{2} \left( \frac{v_i}{V_T} \right)^2 + \frac{1}{6} \left( \frac{v_i}{V_T} \right)^3 + \dots \right]$$

como  $i_c = i_c - I_{CQ}$  entonces:

$$i_c = \frac{I_{CQ}}{V_T} v_i + \frac{1}{2} \frac{I_{CQ}}{V_T^2} v_i^2 + \frac{1}{6} \frac{I_{CQ}}{V_T^3} v_i^3 + \dots$$

Si se cumple que  $v_i \ll V_T$  ( $V_T \approx 25 \text{ mV @ } T_{amb} [25^\circ\text{C}]$ ), entonces los factores  $\frac{v_i}{V_T}$  elevados a potencias de 2 o mayores, tenderán a cero y el término que domina será el término lineal para  $v_i$ .

$$i_c = I_{CQ} \frac{v_i}{V_T} + \frac{I_{CQ}}{2} \left( \frac{v_i}{V_T} \right)^2 + \frac{I_{CQ}}{6} \left( \frac{v_i}{V_T} \right)^3 + \dots$$

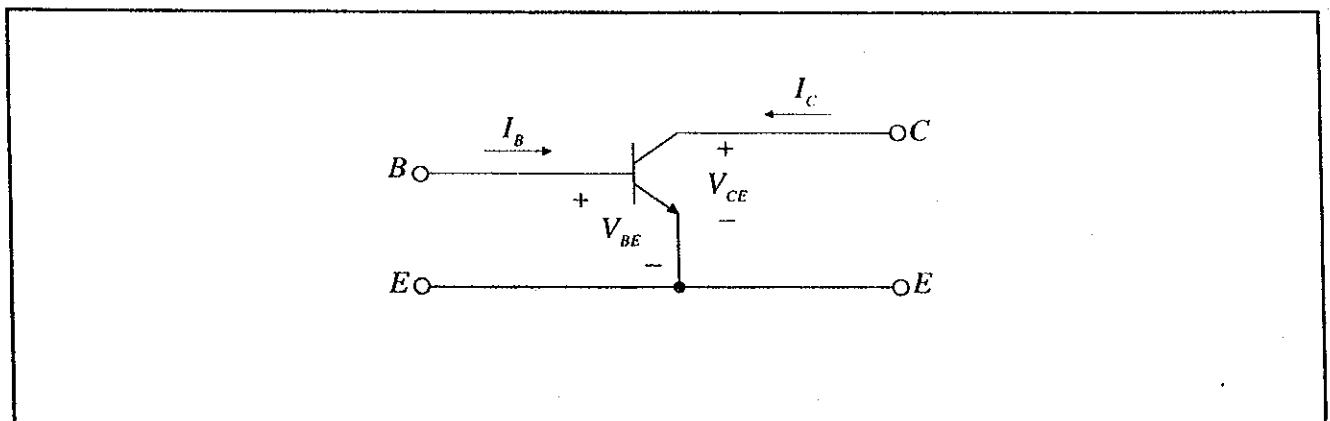
para  $v_i \ll V_T$

$$\boxed{i_c = \frac{I_{CQ}}{V_T} v_i = g_m v_i} \quad \text{porque} \quad \left( \frac{v_i}{V_T} \right)^n \rightarrow 0$$

para  $n = 2, 3, 4, \dots$

Por lo tanto, el modelo de pequeña señal para el transistor **dependerá** de donde se encuentre el punto de operación Q del transistor.

### 1.9.2 Obtención del modelo híbrido $\pi$ en emisor común



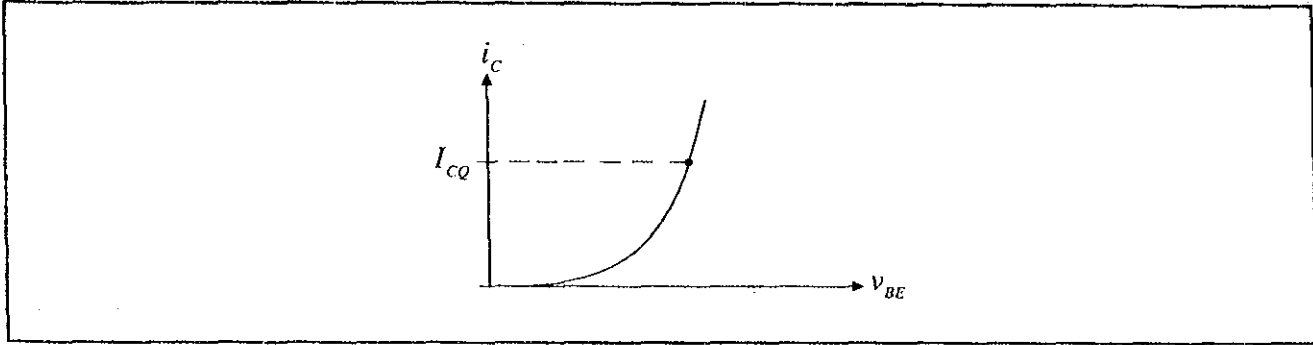
Los parámetros  $g_m$ ,  $r_\pi$ ,  $r_o$  y  $r_\mu$  del Modelo Híbrido  $\pi$ , se obtienen a partir del Modelo de Ebers-Moll para señal grande. El procedimiento consiste en encontrar la pendiente de la tangente al punto de operación definido en las curvas  $i_C$  vs  $v_{BE}$ ,  $i_B$  vs  $v_{BE}$ ,  $i_C$  vs  $v_{CE}$  e  $i_B$  vs  $v_{CE}$  respectivamente.

A continuación se presenta el desarrollo matemático para cada uno de estos parámetros:

#### Transconductancia [ $g_m$ ]

**Definición**

$$\boxed{g_m = \left. \frac{d i_C}{d v_{BE}} \right|_{v_{ce} = 0}}$$



$$g_m = \left. \frac{d}{d v_{BE}} \left[ I_{SC} e^{v_{BE}/V_T} \right] \right|_{I_{CQ}} = \left. \frac{I_{SC}}{V_T} e^{v_{BE}/V_T} \right|_{I_{CQ}}$$

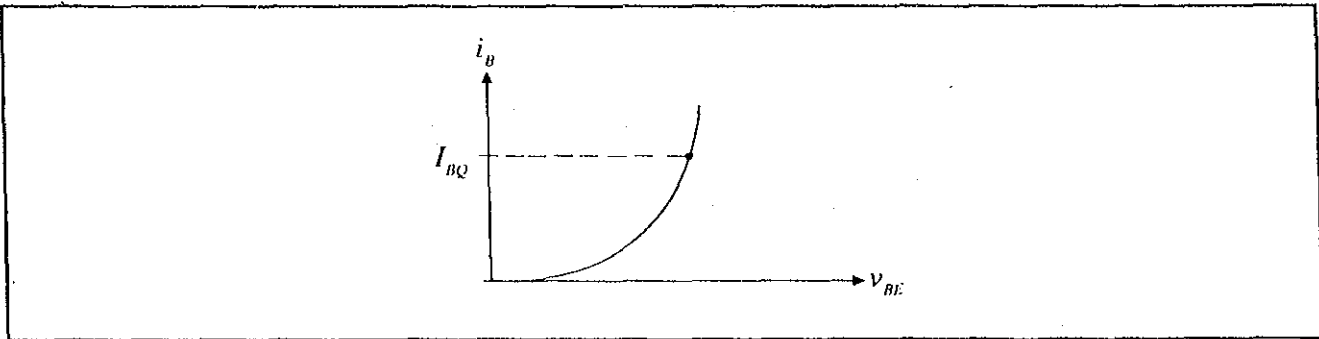
$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T}$$

Valor de la  $g_m$  en el punto de operación "Q"

Resistencia de entrada [ $r_\pi$ ]

Definición

$$r_\pi = \left. \frac{1}{\frac{d i_B}{d v_{BE}}} \right|_{I_{BQ}}$$



$$\left. \frac{d i_B}{d v_{BE}} \right|_{I_{BQ}} = \frac{1}{\beta_o} \left. \frac{d i_c}{d v_{BE}} \right|_{I_{CQ}} = \frac{1}{\beta_o} \left. \frac{d}{d v_{BE}} \left[ I_{SC} e^{v_{BE}/V_T} \right] \right|_{I_{CQ}} =$$

$$\frac{1}{\beta_o} \left. \frac{I_{SC}}{V_T} e^{v_{BE}/V_T} \right|_{I_{CQ}} = \frac{1}{\beta_o} \frac{I_{CQ}}{V_T} = \frac{1}{\beta_o} g_m$$

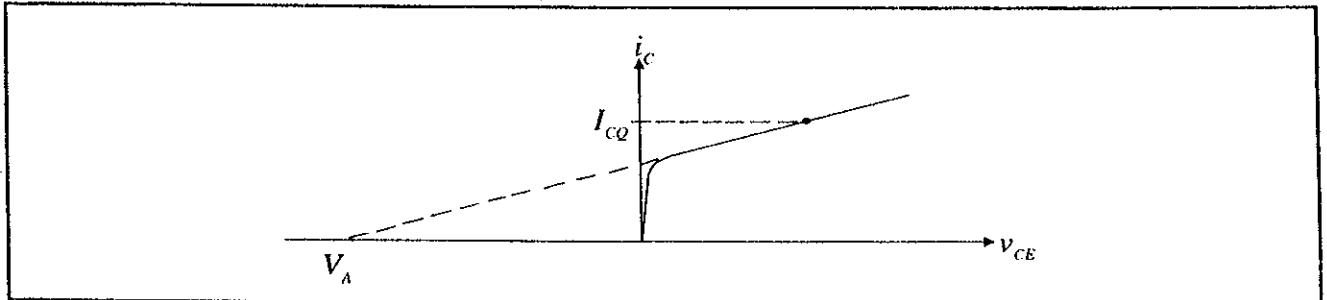
$$r_\pi = \frac{\beta_o V_T}{I_{CQ}} = \frac{\beta_o}{g_m}$$

Valor de la  $r_\pi$  en el punto de operación "Q"

### Resistencia de salida [ $r_o$ ]

Definición

$$r_o = \frac{1}{\left. \frac{d i_c}{d v_{CE}} \right|_{I_{CQ}}}$$



$$\left. \frac{d i_c}{d v_{CE}} \right|_{I_{CQ}} \approx \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}} \bigg|_{I_{CQ}} = \frac{I_{CQ}}{V_A}$$

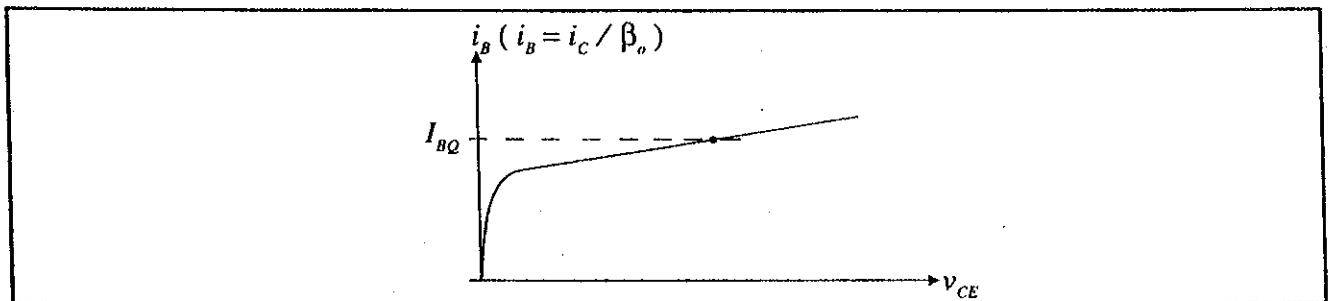
$$r_o = \frac{V_A}{I_{CQ}}$$

Valor de la  $r_o$  en el punto de operación "Q"

### Resistencia entre colector y base [ $r_\mu$ ]

Definición

$$r_\mu = \frac{1}{\left. \frac{d i_B}{d v_{CE}} \right|_{I_{BQ}}}$$



$$\left. \frac{d i_B}{d v_{CE}} \right|_{I_{BQ}} = \frac{1}{\beta_o} \left. \frac{d i_c}{d v_{CE}} \right|_{I_{CQ}} = \frac{1}{\beta_o} \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}} \bigg|_{I_{CQ}} = \frac{1}{\beta_o r_o}$$

$$r_\mu = \beta_o r_o$$

Valor de la  $r_\mu$  en el punto de operación "Q"

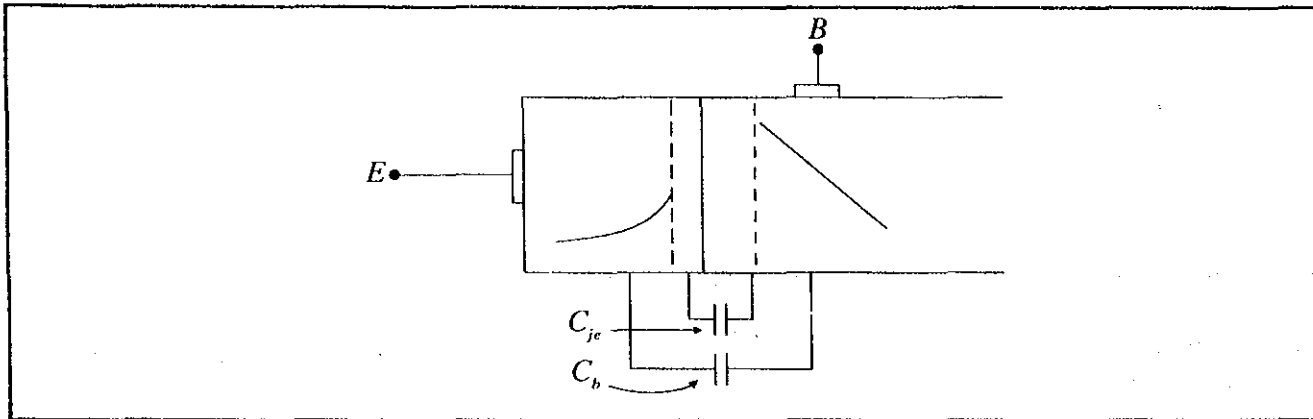
En circuitos integrados, se puede lograr que los transistores presenten una resistencia entre colector y base ( $r_{\mu}$ ) mucho mayor que el producto  $\beta_o r_o$ . Por tanto, será importante especificar si el valor de esta resistencia corresponde a un transistor discreto ( $r_{\mu} = \beta_o r_o$ ) o a un transistor integrado ( $r_{\mu} \gg \beta_o r_o$ )

### I.9.3 Efectos de la frecuencia en el modelo de pequeña señal

El comportamiento del transistor (en pequeña señal) en función de la frecuencia, se modela mediante las capacitancias  $C_{\pi}$ ,  $C_{\mu}$ , y  $C_{cs}$ . A continuación se explican dichas capacitancias:

#### Capacitancia de base [ $C_{\pi}$ ]

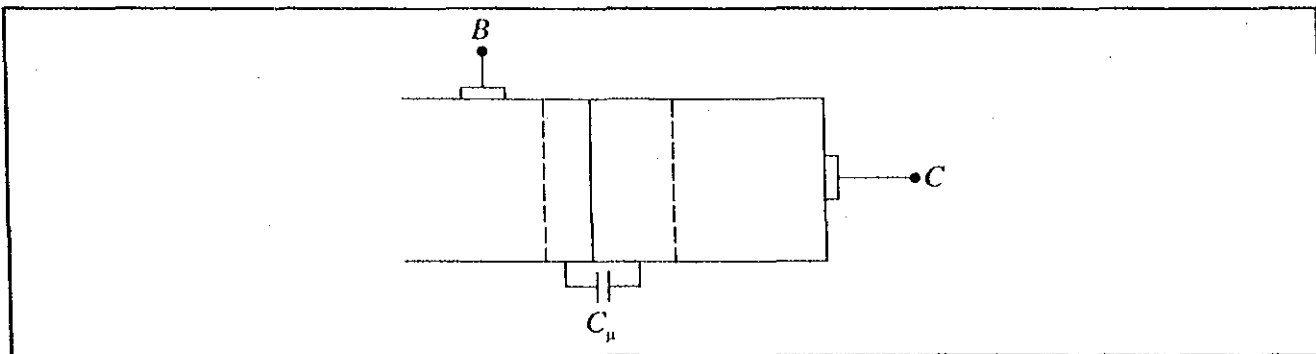
Esta capacitancia se debe a la capacitancia de juntura del emisor  $C_{je}$  y a la capacitancia de difusión de la base  $C_b$ .



$$C_{\pi} = C_{je} + C_b$$

#### Capacitancia de colector [ $C_{\mu}$ ]

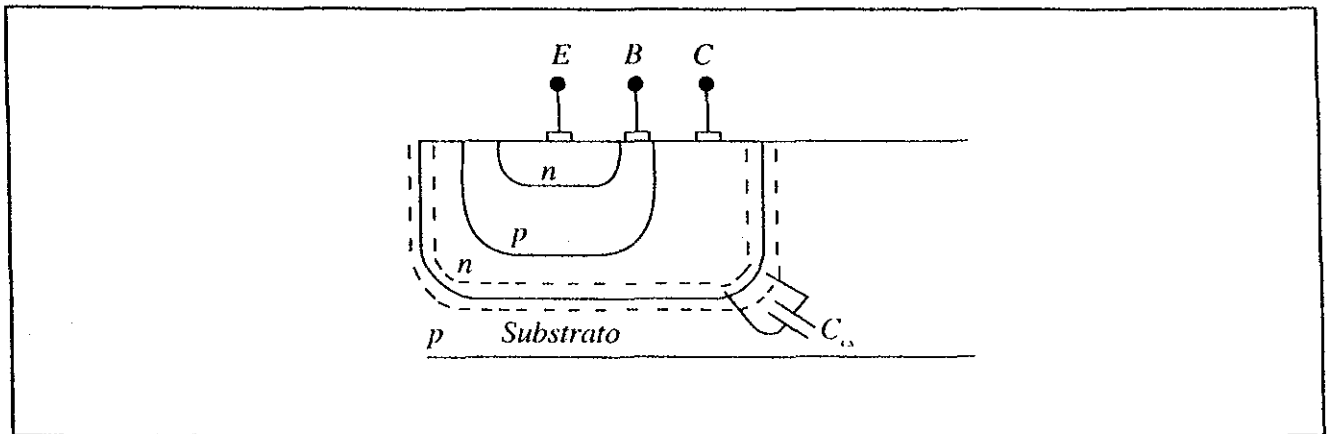
La capacitancia de colector se debe a la capacitancia de la juntura base-colector.



$$C_{\mu} = C_{jbc}$$

### Capacitancia de substrato [ $C_{cs}$ ]

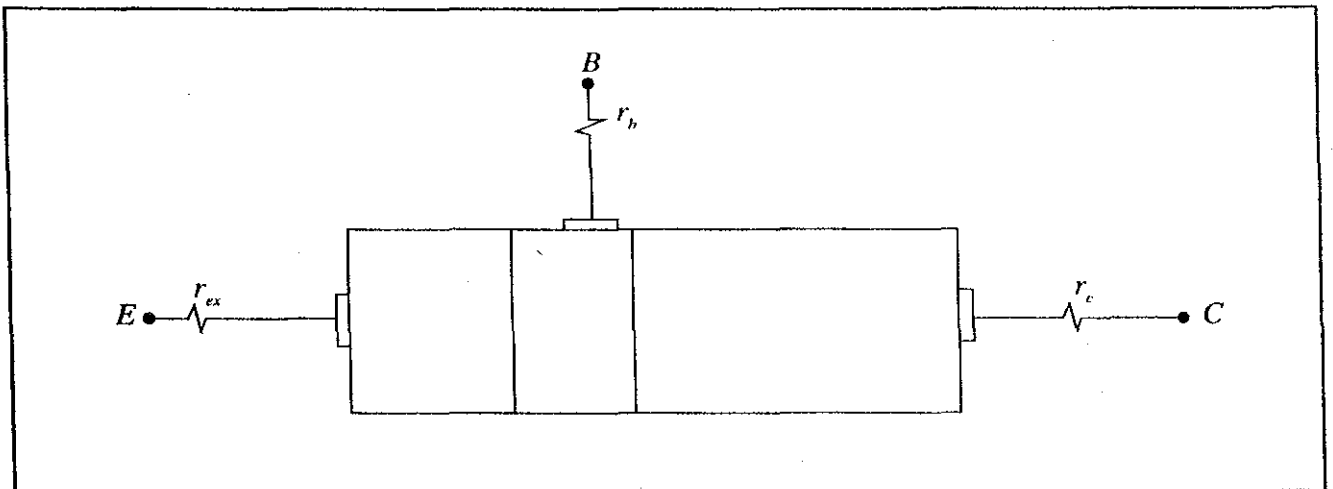
Esta capacitancia se forma entre el colector y el substrato o cuerpo del transistor de la unión colector substrato.



$C_{cs}$

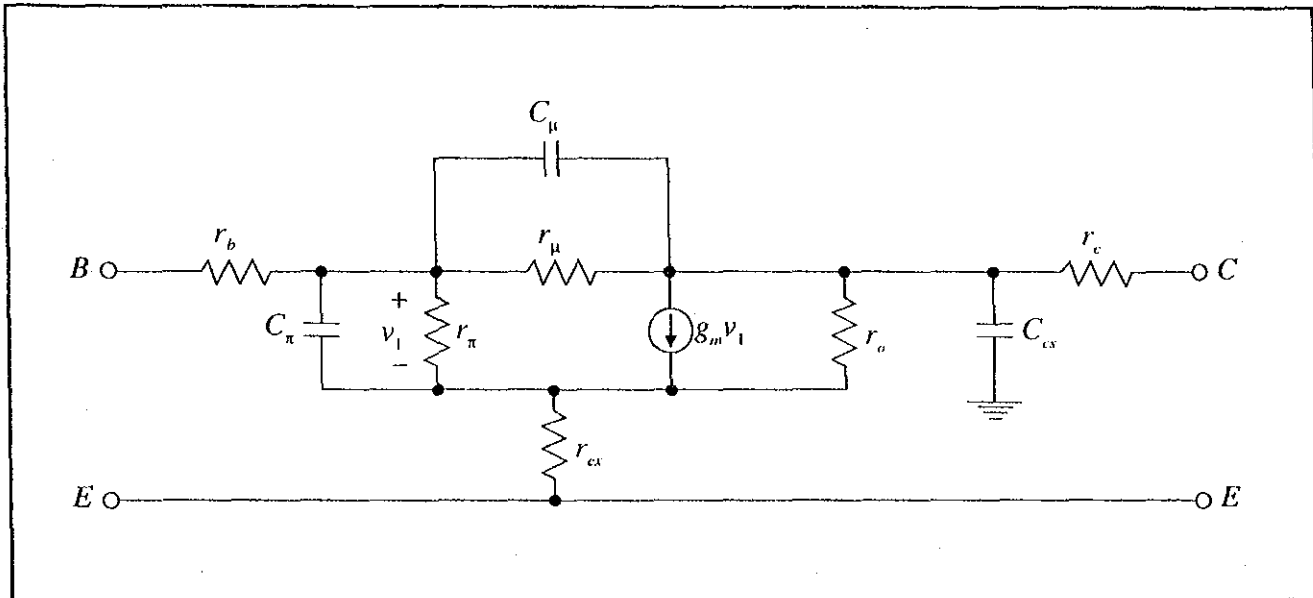
### 1.9.4 Elementos parásitos en el modelo de pequeña señal

Las resistencias asociadas a los contactos metálicos de las terminales del transistor, constituyen los elementos parásitos del mismo.



$r_{ex}$   
 $r_b$   
 $r_c$

### 1.9.5 Modelo completo de pequeña señal para el transistor bipolar de unión



$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T}$$

$$r_\pi = \frac{\beta_o V_T}{I_{CQ}}$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_{CQ}}$$

$$r_\mu = \beta_o r_o$$

$$C_{cs} = 1 \text{ a } 3 \text{ pf}$$

$$C_{\mu} = 0.2 \text{ a } 1 \text{ pf}$$

$$C_{j_c} = 0.2 \text{ a } 1 \text{ pf}$$

$$C_\mu = \frac{C_{\mu o}}{\left(1 - \frac{V}{\Psi_o}\right)^n}$$

$$C_\pi = C_b + C_{j_e}$$

$$C_{cs}$$

$$r_{cs} = 1 \text{ a } 3\Omega$$

$$r_b = 50 \text{ a } 500\Omega$$

$$r_c = 20 \text{ a } 500\Omega$$

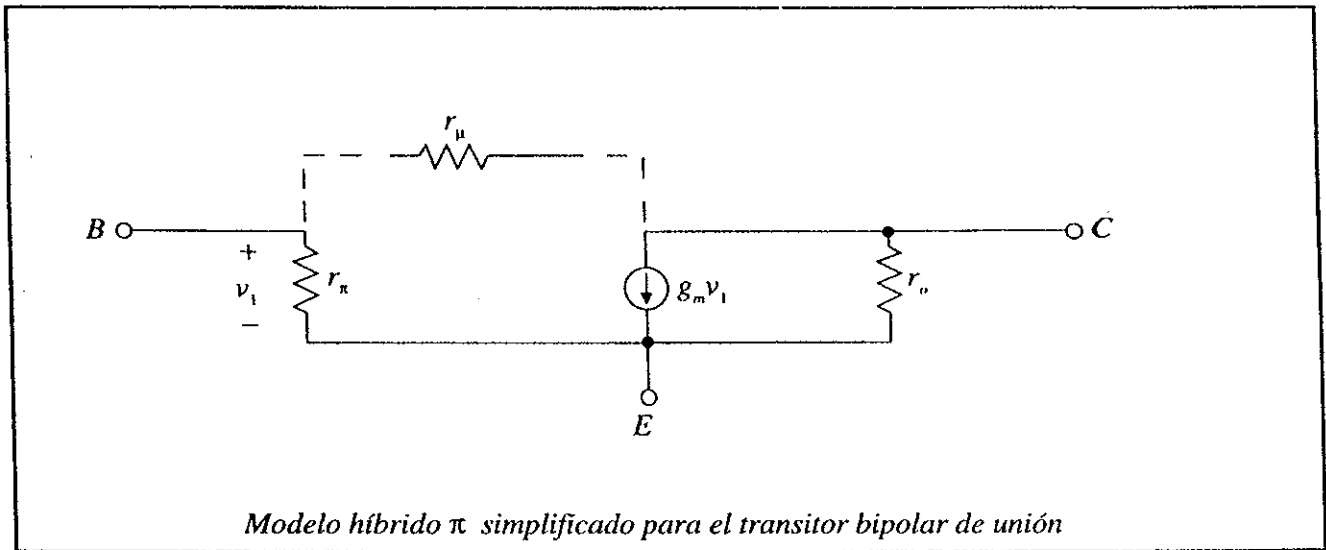
### 1.9.6 Modelo híbrido $\pi$ simplificado para el transistor bipolar de unión

A frecuencias medias las reactancias de las capacitancias  $C_\pi$  y  $C_\mu$  son muy grandes comparativamente con los valores de  $r_\pi$ ,  $r_o$  y  $r_\mu$ , por lo que se considerarán como circuitos abiertos.

Las resistencias debidas a los contactos metálicos de las terminales, presentan valores muy pequeños respecto a los valores de  $r_\pi$ ,  $r_o$  y  $r_\mu$ , y se considerarán como corto circuito.



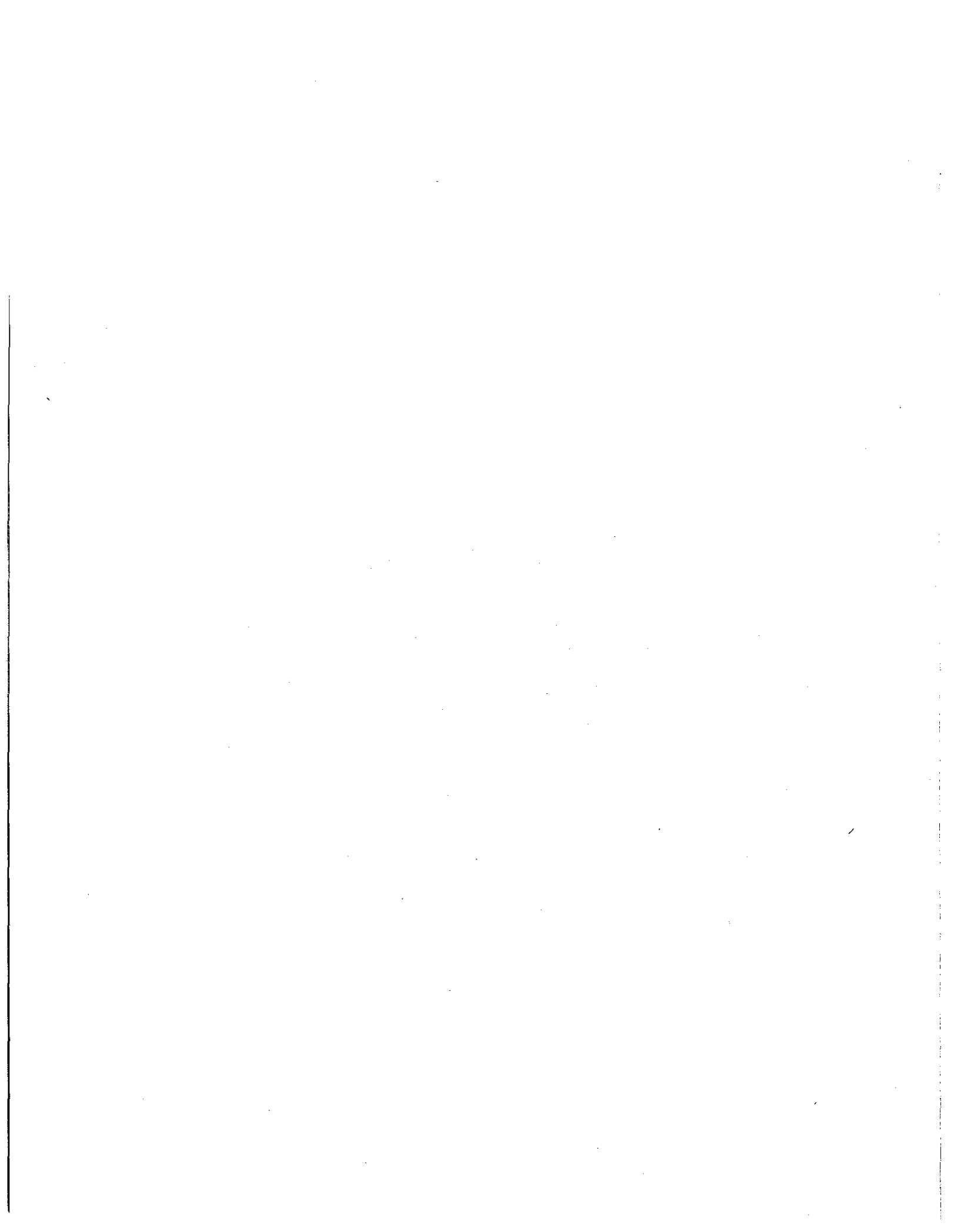
El modelo híbrido  $\pi$  simplificado será el siguiente:



$r_\mu$  se tomará en cuenta solamente cuando su valor sea del mismo orden que las resistencias resultantes del circuito que se analice. De lo contrario se considerará como circuito abierto ( $r_\mu \geq \beta_o r_o$ ).

## **CAPITULO II**

# **EL METODO DE PARALELOS APARENTES**



## II.1 INTRODUCCION

El **Método de Paralelos Aparentes** que se presenta a continuación, es un método de análisis aplicable a circuitos que funcionan en señal pequeña y que contienen uno o varios elementos activos (transistores o válvulas), pudiendo representar a dichos elementos por el modelo híbrido  $\pi$  o algún modelo equivalente a éste. Lo anterior permite trabajar con transistores bipolares de unión (BJT), transistores de efecto de campo (JFET y MOSFET) y con válvulas al vacío (TRIODO, TETRODO y PENTODO).

Principalmente, con este método, se pueden obtener fácilmente los valores **exactos** de las **resistencias de entrada y de salida** de cualquier circuito que contenga los dispositivos anteriores. También, como una extensión de las aplicaciones de este método, es posible determinar en forma sencilla la ganancia de voltaje (valor exacto) de los circuitos.

## II.2 JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO

Este método fue desarrollado durante el trimestre 84-0 en la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco como consecuencia de la impartición del curso de Electrónica IV, y de la necesidad de contar con una forma de exposición de la materia que fuera lo más sencilla, clara y exacta posible respecto al análisis de los circuitos que contienen el curso.

El **Método de Paralelos Aparentes** evita el desarrollo algebraico que implica el planteamiento de los sistemas de ecuaciones y su solución, permitiendo encontrar fácilmente los resultados exactos de las resistencias de entrada y salida y de la ganancia en voltaje, a partir de los circuitos completos (caso general) que se analizan, facilitando la interpretación de los resultados y, además, se pueden obtener todos los casos particulares que de dichos resultados se deriven.

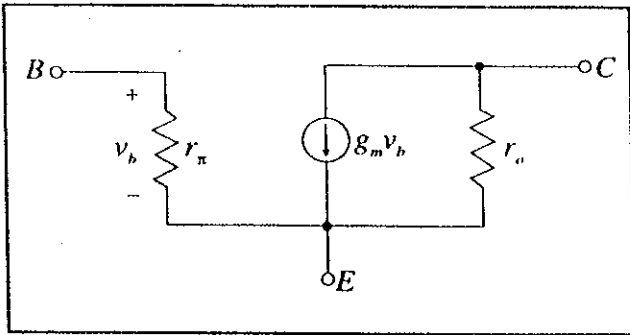
## II.3 RESTRICCIONES

La aplicación del método se restringe a circuitos que cumplan con las siguientes condiciones:

1. *El circuito funciona a pequeña señal.* Esto permite que los dispositivos activos se puedan representar por un modelo lineal.
2. *El circuito funciona a frecuencias medias.* A frecuencias medias la magnitud de las reactancias asociadas a los efectos capacitivos e inductivos del circuito, es mucho mayor que el valor de las resistencias del mismo, pudiendo considerar de esta manera que el circuito presenta un comportamiento resistivo.
3. *Se puede llevar al circuito a una topología formada por dos ventanas cuyos elementos sean resistencias y una o dos fuentes de voltaje controladas.* Si el circuito contiene varios dispositivos activos de tal forma que se tengan más de dos ventanas en el circuito completo, se procederá a analizarlo por grupos (topológicos) que contengan dos ventanas y que cumplan con la presente restricción.

Con base en lo anterior, se presentan a continuación los modelos de los dispositivos activos (transistor y válvulas) que se usarán en las secciones siguientes:

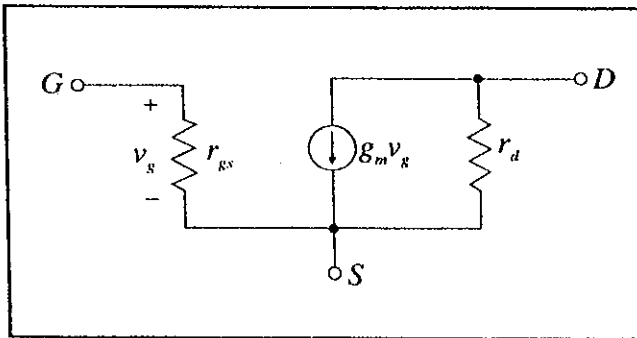
**Modelo para el Transistor Bipolar de Unión (BJT)**



$$\beta_o = g_m r_{\pi}$$

$$\mu_o = g_m r_o$$

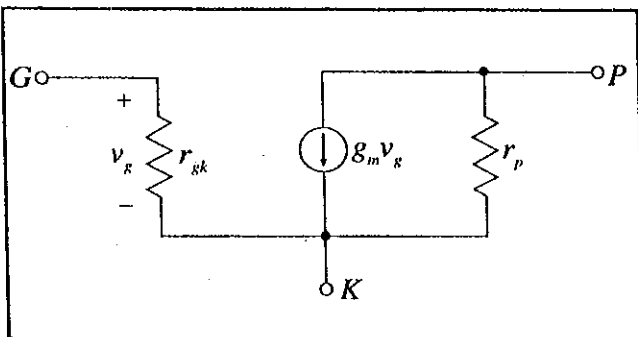
**Modelo para el Transistor de Efecto de Campo (JFET y MOSFET)**



$$\beta = g_m r_{gs} (*)$$

$$\mu = g_m r_d$$

**Modelo para la Válvula al Vacío (TRIODO, TETRODO Y PENTODO)**



$$\beta = g_m r_{gk} (*)$$

$$\mu = g_m r_p$$

(\*) Este parámetro "β" no existe para el transistor de efecto de campo ni para la válvula al vacío. Se define solamente para completar la "analogía" con el modelo BJT.

Se supone que existe una analogía directa entre los parámetros de los modelos anteriores. La analogía es:

<i>BJT</i>	<i>JFET o MOSFET</i>	<i>Válvula al vacío</i>
$r_{\pi}$	$r_{gs}$	$r_{gk}$
$r_o$	$r_d$	$r_p$
$v_b$	$v_g$	$v_g$
$B$	$G$	$G$
$E$	$S$	$K$
$C$	$D$	$P$
$\beta_o$	$\beta$	$\beta$
$\mu_o$	$\mu$	$\mu$

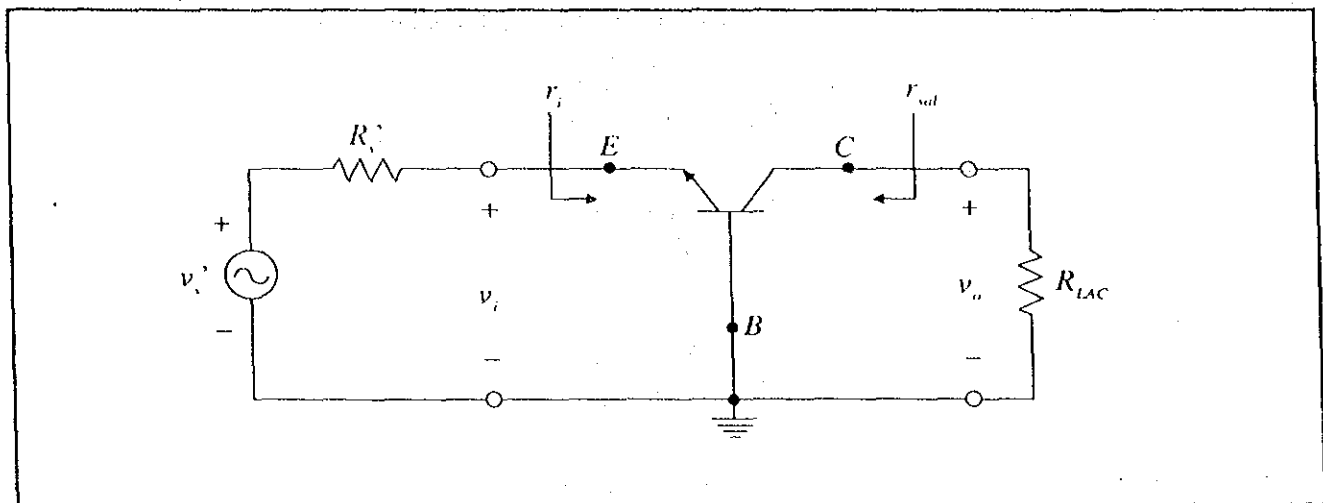
## II.4 ANALISIS TRADICIONAL DE CIRCUITOS

Por análisis tradicional se entenderá el planteamiento y solución de los sistemas de ecuaciones correspondientes al circuito que se estudia (por el método de corrientes de mallas o voltajes nodales), o bien, se puede trabajar con el circuito reducido a partir de ciertas aproximaciones que se propongan.

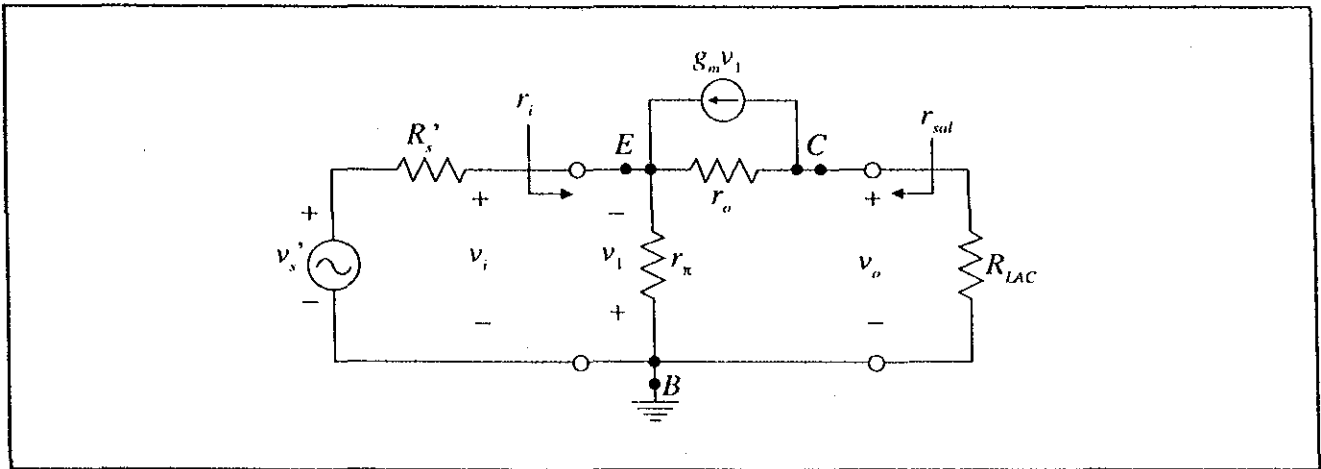
A continuación se presentan los resultados obtenidos con este tipo de análisis para tres de las configuraciones básicas del BJT: Base común, Colector común y Degeneración de emisor (la configuración de Emisor común no se muestra por lo simple que resulta su análisis). Aun cuando estos resultados se refieren a configuraciones básicas del BJT, esto no impide que los mismos resultados (con las sustituciones correspondientes) se puedan aplicar a circuitos con transistores de efecto de campo o válvulas.

### Configuración de Base Común

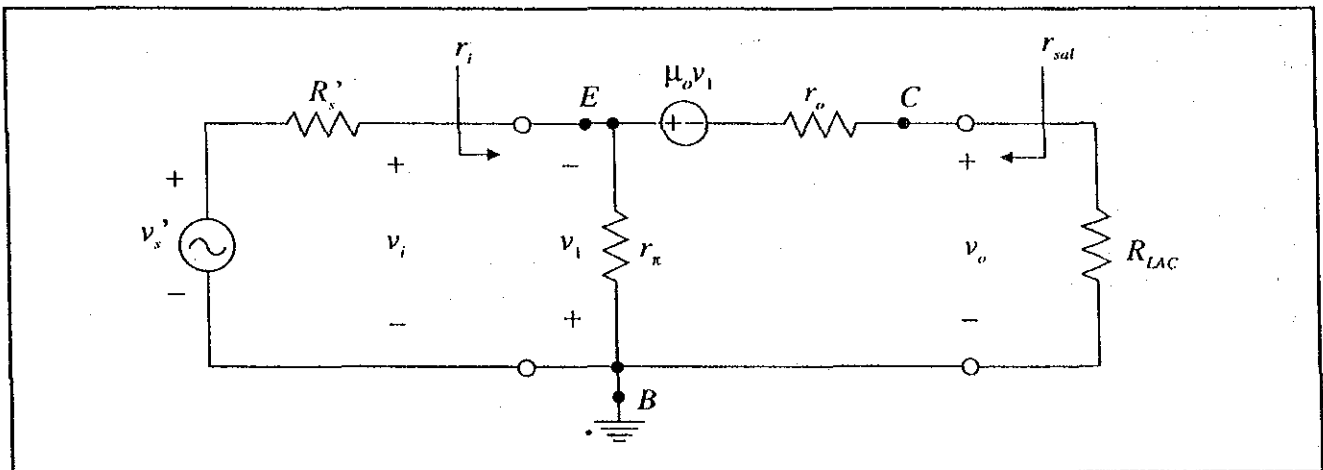
#### Circuito en AC



### Circuito a Pequeña Señal



### Circuito Equivalente



Valores **exactos** obtenidos por el análisis de las corrientes de malla del circuito:

$$r_i = \frac{(R_{LAC} + r_o) r_\pi}{R_{LAC} + r_o + r_\pi (1 + \mu_o)}$$

$$r_{sal} = \frac{R_s' [r_o + r_\pi (1 + \mu_o)] + r_\pi r_o}{R_s' + r_\pi}$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_{LAC} (1 + \mu_o)}{R_{LAC} + r_o}$$

Resultados particulares obtenidos de las expresiones anteriores:

$$r_i \approx \frac{1}{g_m} \quad r_o \gg R_{LAC} \quad \mu_o \gg 1$$

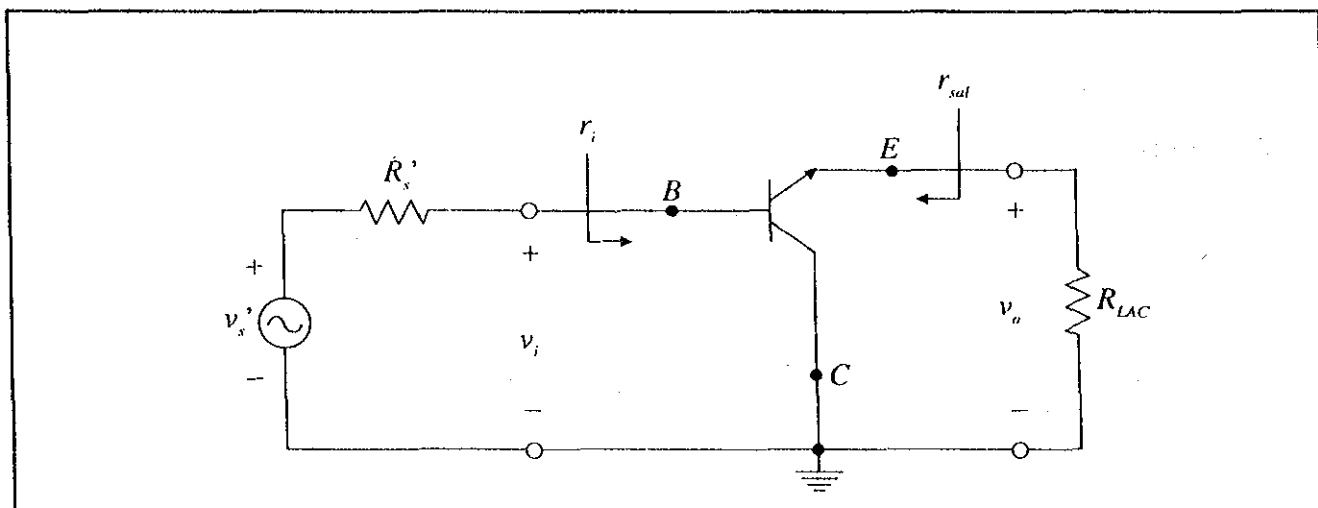
$$r_{sal} \approx R'_s (1 + \mu_o) + r_o \quad R'_s \ll r_\pi$$

$$r_{sal} \approx \beta_o r_o \quad R'_s \gg r_\pi$$

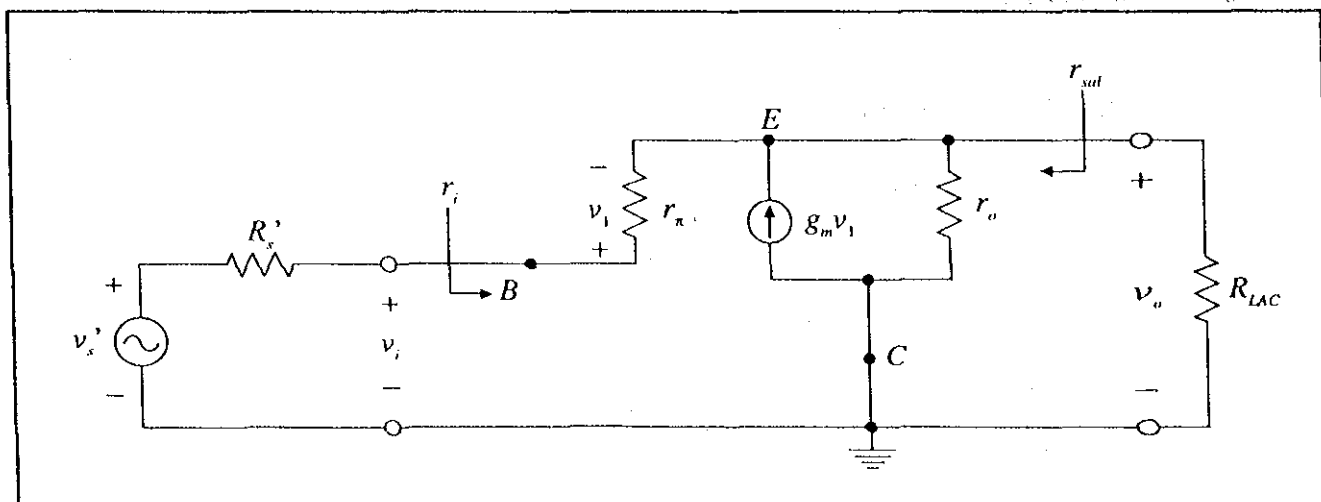
$$A_V \approx g_m R_{LAC} \quad r_o \gg R_{LAC} \quad \mu_o \gg 1$$

### Configuración de Colector Común

#### Circuito en AC

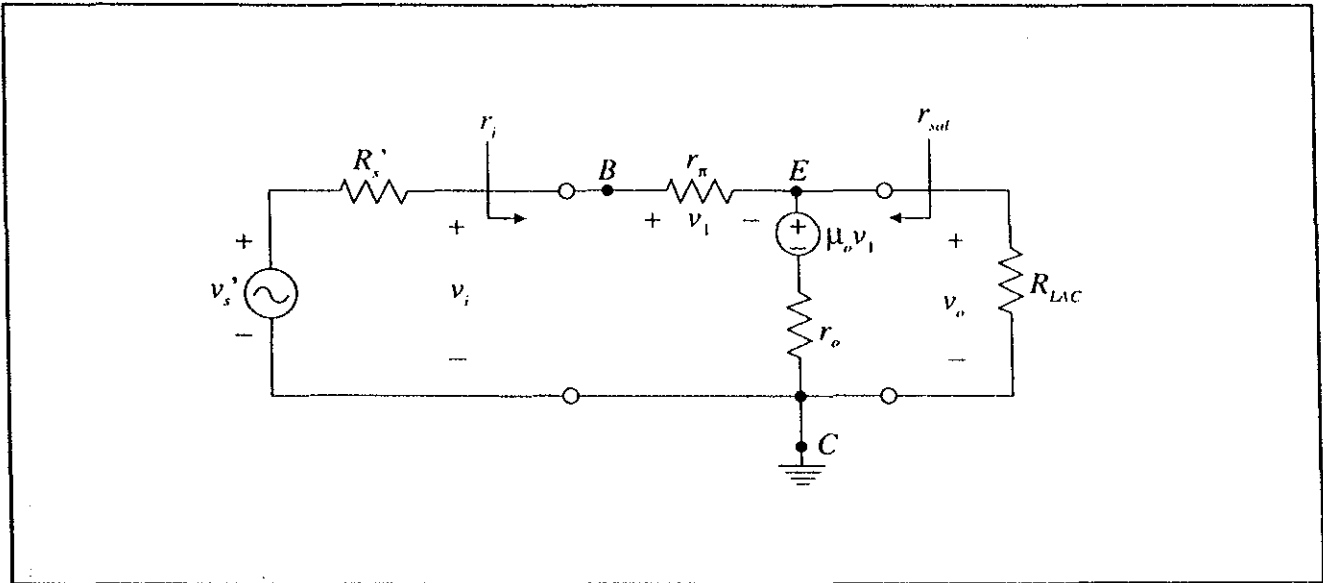


#### Circuito a Pequeña Señal





### Circuito Equivalente



Valores exactos:

$$r_i = \frac{R_{LAC} [r_\pi + r_o (1 + \beta_o)] + r_o r_\pi}{R_{LAC} + r_o}$$

$$r_{sal} = \frac{r_o [R_s' + r_\pi]}{R_s' + r_\pi + r_o (1 + \beta_o)}$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_{LAC} r_o (1 + \beta_o)}{R_{LAC} [r_\pi + r_o (1 + \beta_o)] + r_o r_\pi}$$

Resultados particulares:

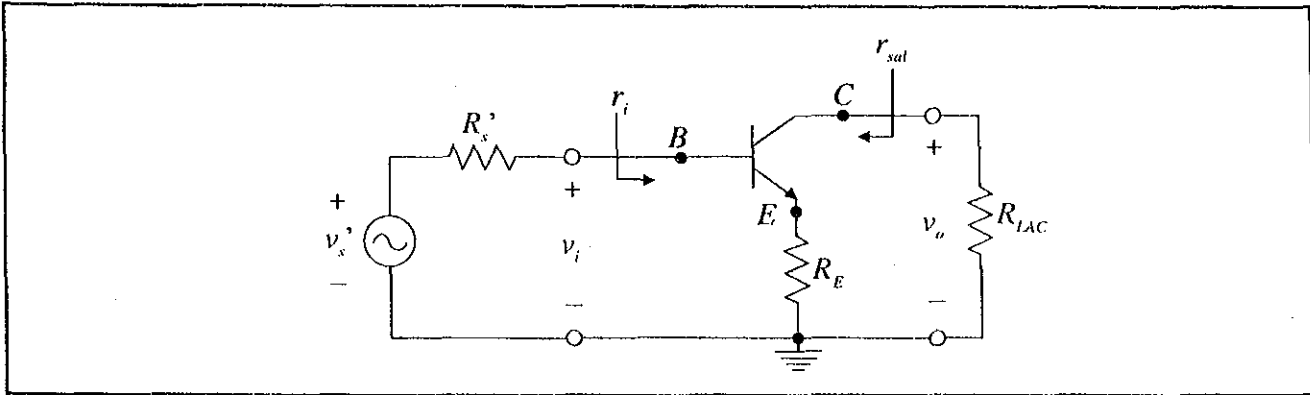
$$r_i \approx r_\pi + (1 + \beta_o) R_E \quad r_o \gg R_{LAC}$$

$$r_{sal} \approx \frac{1}{g_m} \quad R_s' \ll r_\pi$$

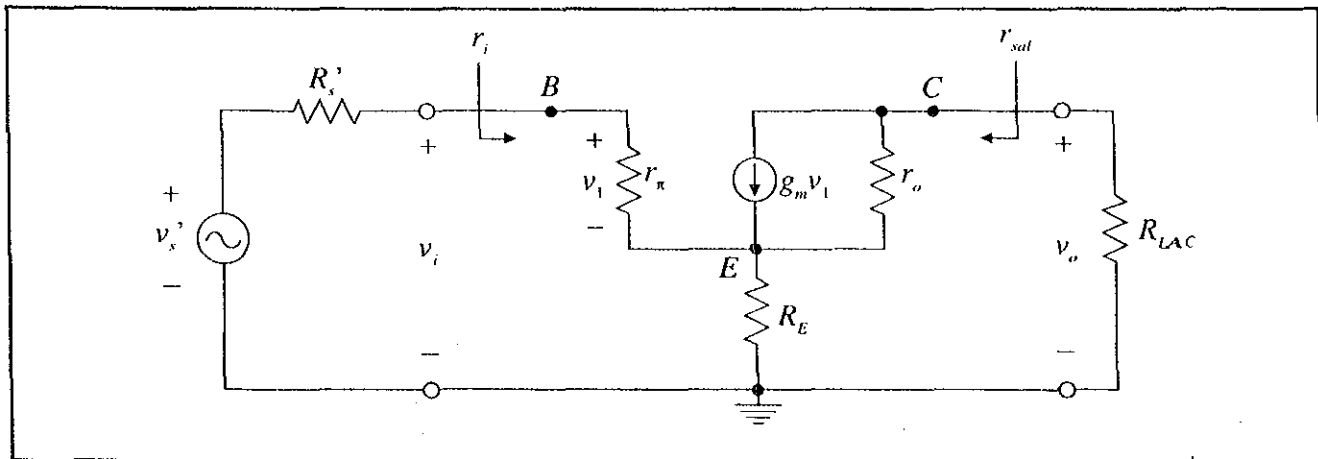
$$A_v \approx 1.0 \quad R_{LAC} (1 + \beta_o) \gg r_\pi$$

# Configuración con Degeneración de Emisor

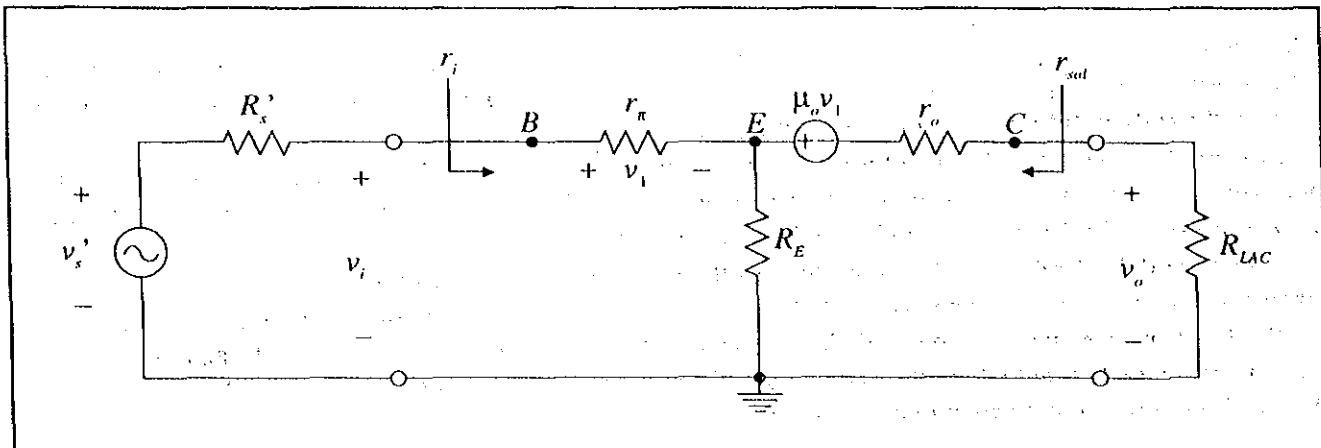
## Circuito en AC



## Circuito a Pequeña Señal



## Circuito Equivalente



Valores exactos:

$$r_i = \frac{R_E [r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + r_\pi (r_o + R_{LAC})}{r_o + R_{LAC} + R_E}$$

$$r_{sal} = \frac{R_E [R_s' + r_\pi + r_o (1 + \beta_o)] + r_o (R_s' + r_\pi)}{R_s' + r_\pi + R_E}$$

$$A_v = \frac{R_{LAC} [R_E - \beta_o r_o]}{R_E [r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + r_\pi (r_o + R_{LAC})}$$

Resultados particulares:

$$\begin{aligned} r_i &\approx r_\pi + (1 + \beta_o) R_E & r_o &\gg R_{LAC} + R_E \\ r_{sal} &\approx r_o + (1 + \mu_o) R_E & R_s' &\ll r_\pi \\ & & R_E &\ll r_\pi \\ A_v &= -\frac{R_{LAC}}{R_E} & r_o &\gg R_{LAC} \\ & & R_E (1 + \beta_o) &\gg r_\pi \end{aligned}$$

## II.5 METODO DE PARALELOS APARENTES

Este método se puede aplicar para analizar cualquier circuito que contenga uno o varios elementos activos (transistores o válvulas). El análisis consiste en obtener directamente las expresiones de las **resistencias de entrada y de salida** del circuito completo o de cada etapa de éste.

Apoyándose en los resultados anteriores, se puede determinar también la ganancia en voltaje del circuito total o de las etapas del mismo, aplicando **divisores de voltaje** entre las resistencias reales y equivalentes de la configuración. Esto resulta más sencillo que el análisis por malla o por nodos.

El nombre del método se justifica por los resultados que se obtienen al aplicarlo, ya que las expresiones correspondientes a los valores exactos de las resistencias de entrada y salida **aparentan** ser un **paralelo exacto** de las ramas que forman una de las ventanas del circuito. El **paralelo exacto** "desaparece" debido a la existencia de la fuente de voltaje controlada, la cual introduce los factores  $1 + \beta_o$  o  $1 + \mu_o$ , según sea el caso, los cuales transforman el paralelo exacto en **paralelo aparente**.

### Explicación del método

Se definen las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  de la siguiente forma:

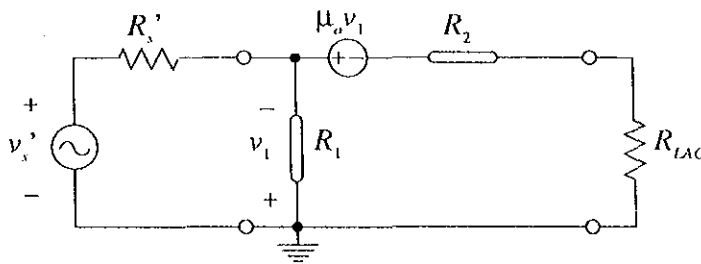
$$\begin{array}{ll}
 R_1 = r_\pi \text{ o } r_o & \text{o sus equivalentes} \\
 R_2 = r_o \text{ o } r_\pi & \text{o sus equivalentes}
 \end{array}
 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \end{array}} \right\} \rightarrow R_1 \neq R_2$$

La explicación del método queda resumida en los siguientes pasos y reglas:

#### Paso 1

Dibujar la topología del circuito de tal forma que presente dos ventanas formadas por resistencias y una o dos fuentes de voltaje controladas.

#### Ejemplo:

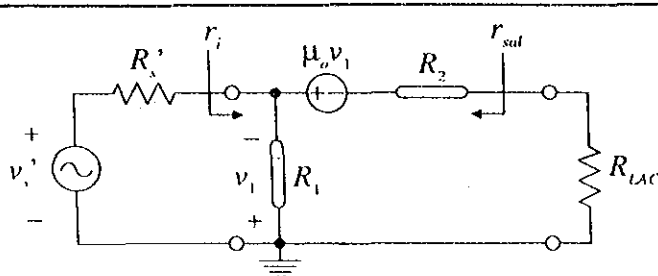


**Regla 1.** El factor  $1 + \beta_o$  sólo podrá afectar a la resistencia  $r_o$  (o su equivalente), mientras que el factor  $1 + \mu_o$  sólo podrá afectar a la resistencia  $r_\pi$  (o su equivalente).

#### Paso 2

Escribir la expresión de la resistencia equivalente que se quiera calcular, considerando que la fuente de voltaje controlada se pasiva (se iguala a cero). Esta expresión contiene el **paralelo exacto** de las ramas de la ventana que forma el circuito.

#### Ejemplo:



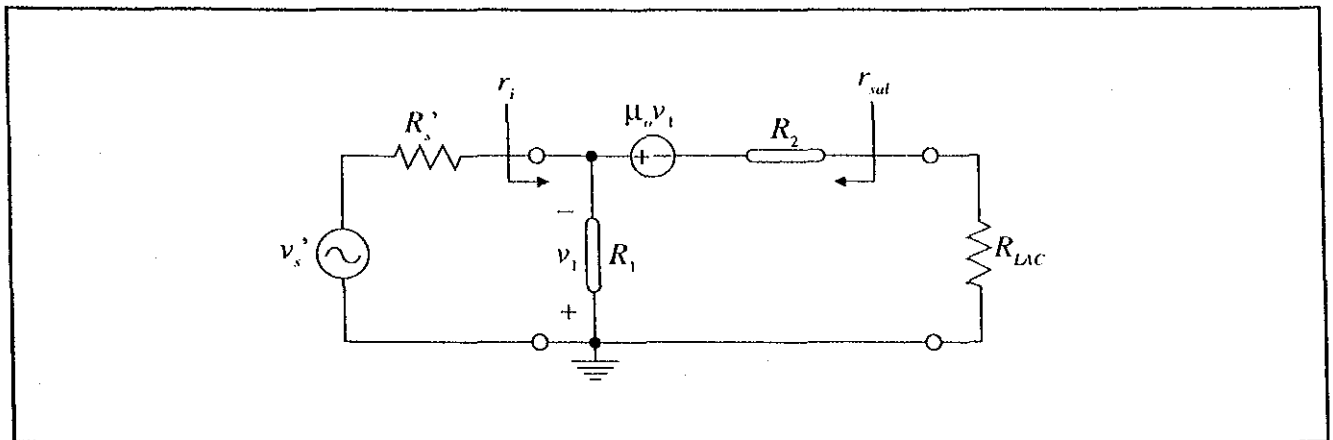
$$r_i = R_1 \parallel [R_2 + R_{LAC}] = \frac{R_1 [R_2 + R_{LAC}]}{R_1 + R_2 + R_{LAC}}$$

$$r_{sul} = R_2 + R_1 \parallel R_s' = R_2 + \frac{R_1 R_s'}{R_1 + R_s'}$$

El paralelo exacto se destruirá al considerar el efecto de la fuente de voltaje controlada.

La aplicación de las siguientes reglas se basa en la **posición relativa** que tengan las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  (en la topología formada por las dos ventanas), a partir del par de terminales en las que se quiera conocer la resistencia equivalente.

Por ejemplo, en la siguiente configuración:

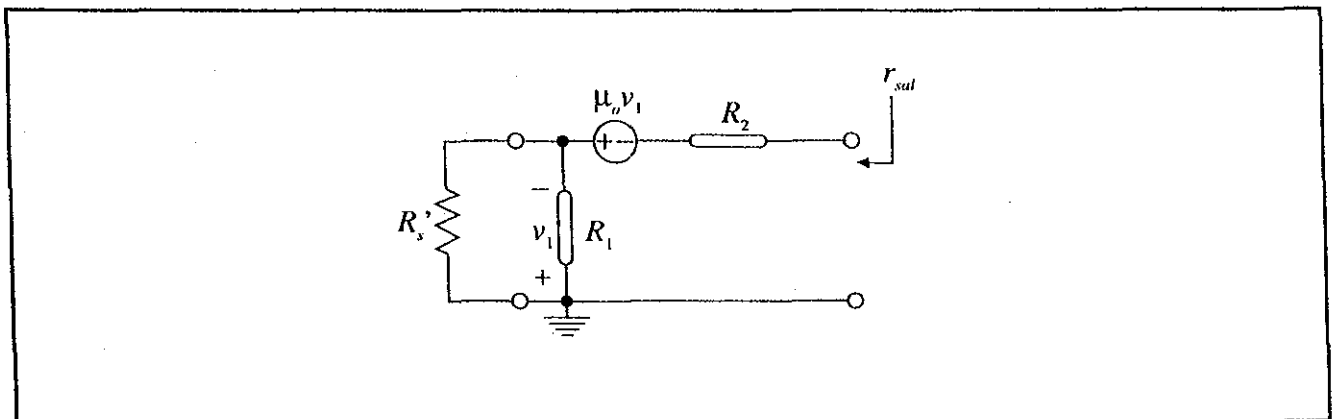


1. Para  $r_{sul}$ ,  $R_2$  está en **serie** con la ventana que contiene a  $R_1$ .

2. Para  $r_i$ ,  $R_1$  está en **paralelo** con la rama que contiene a  $R_2$ .

**Regla 2.** Si  $R_1$  (o  $R_2$ ) está en **serie** con la ventana que contiene a  $R_2$  (o  $R_1$ ), se afecta  $R_2$  (o  $R_1$ ) (la resistencia **contraria** de la serie) por su factor correspondiente en el **numerador** únicamente.

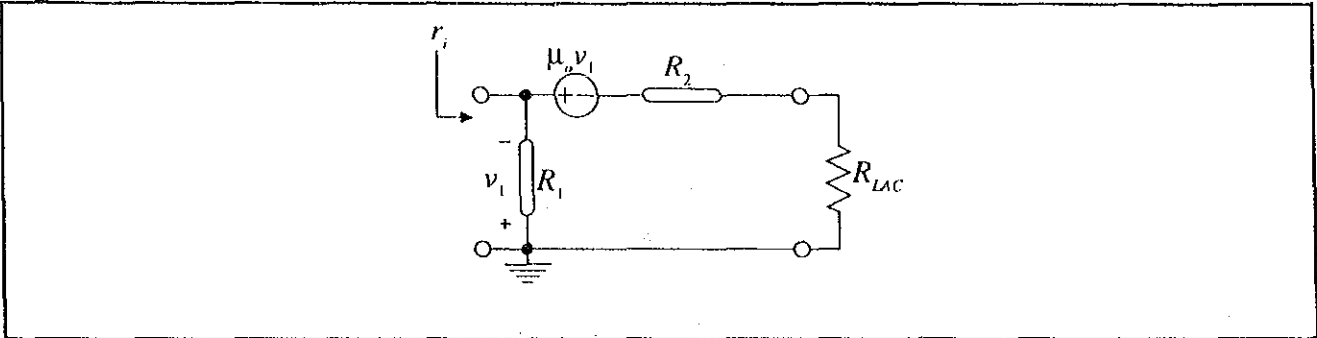
**Ejemplo:**



$$r_{sal} = R_2 + \frac{R_s' \cdot R_1 \cdot \text{FACTOR}}{R_s' + R_1}$$

**Regla 3.** Si  $R_1$  (o  $R_2$ ) está en paralelo con la rama que contiene a  $R_2$  (o  $R_1$ ), se afecta  $R_1$  (o  $R_2$ ) (la **misma** resistencia que se toma como referencia para el paralelo) por su factor correspondiente en el **denominador** únicamente.

**Ejemplo:**



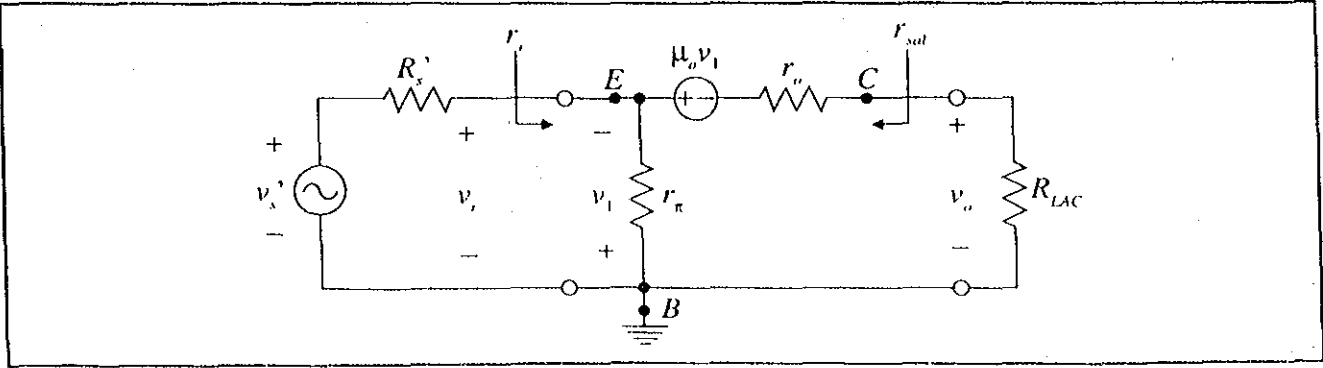
$$r_i = \frac{R_1 [ R_2 + R_{LAC} ]}{R_2 + R_{LAC} + R_1 \cdot \text{FACTOR}}$$

**II.6 ANÁLISIS DE CIRCUITOS CON EL METODO DE PARALELOS APARENTES**

A continuación se presentan varios circuitos con transistores bipolares de unión analizados con el Método de Paralelos Aparentes. Nuevamente se repite que el procedimiento de análisis es válido también para circuitos con transistores de efecto de campo o con válvulas al vacío.

**Configuración de Base Común**

**Paso 1**



**Paso 2**

$$r_i = r_\pi \parallel [r_o + R_{LAC}] = \frac{r_\pi [r_o + R_{LAC}]}{r_\pi + r_o + R_{LAC}}$$

$$r_{sal} = r_o + r_\pi \parallel R_s' = r_o + \frac{R_s' r_\pi}{R_s' + r_\pi}$$

Valor exacto para  $r_i$  (regla 3):

$$r_i = \frac{r_\pi [r_o + R_{LAC}]}{r_o + R_{LAC} + r_\pi (1 + \mu_o)}$$

Valor exacto para  $r_{sal}$  (regla 2):

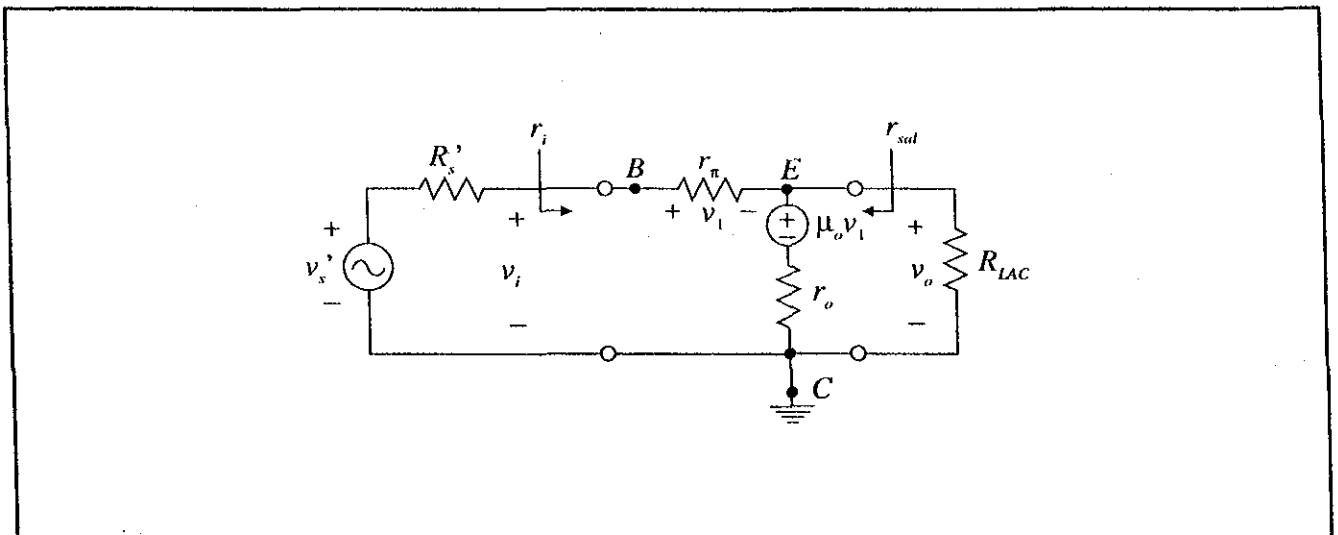
$$r_{sal} = r_o + \frac{R_s' r_\pi (1 + \mu_o)}{R_s' + r_\pi}$$

Ganancia en voltaje (valor exacto) por divisores de voltaje:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_{LAC} (1 + \mu_o)}{r_o + R_{LAC}}$$

**Configuración de Colector Común**

**Paso 1**



**Paso 2**

$$r_i = r_\pi + r_o \parallel R_{LAC} = r_\pi + \frac{R_{LAC} r_o}{R_{LAC} + r_o}$$

$$r_{sal} = r_o \parallel [r_\pi + R_s'] = \frac{r_o [r_\pi + R_s']}{r_o + r_\pi + R_s'}$$

Valor exacto para  $r_i$  (regla 2):

$$r_i = r_\pi + \frac{R_{LAC} r_o (1 + \beta_o)}{R_{LAC} + r_o}$$

Valor exacto para  $r_{sal}$  (regla 3):

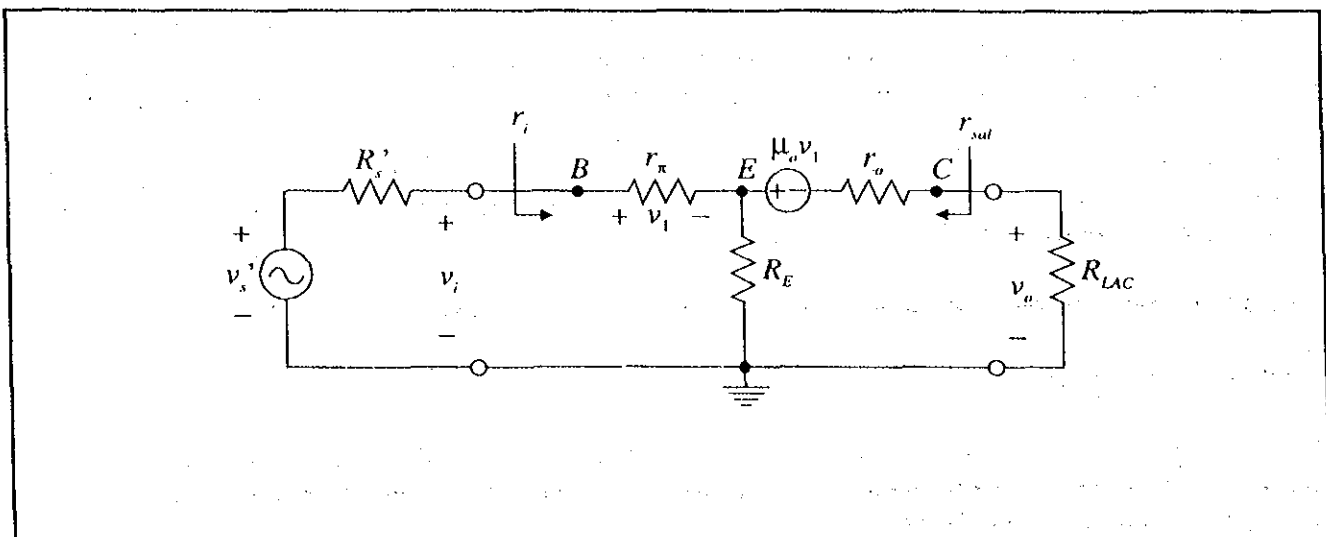
$$r_{sal} = \frac{r_o [r_\pi + R_s']}{r_\pi + R_s' + r_o (1 + \beta_o)}$$

Ganancia en voltaje (valor exacto) por divisores de voltaje:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{(r_o \parallel R_{LAC})(1 + \beta_o)}{r_\pi + (r_o \parallel R_{LAC})(1 + \beta_o)}$$

**Configuración con Degeneración de Emisor**

**Paso 1**





## Paso 2

$$r_i = r_\pi + R_E \parallel [r_o + R_{LAC}]$$

$$r_i = r_\pi + \frac{R_E [r_o + R_{LAC}]}{R_E + r_o + R_{LAC}}$$

$$r_{sal} = r_o + R_E \parallel [r_\pi + R_s']$$

$$r_{sal} = r_o + \frac{R_E [r_\pi + R_s']}{R_E + r_\pi + R_s'}$$

Valor exacto para  $r_i$  (regla 2):

$$r_i = r_\pi + \frac{R_E [R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)]}{R_E + R_{LAC} + r_o}$$

Valor exacto para  $r_{sal}$  (regla 2):

$$r_{sal} = r_o + \frac{R_E [R_s' + r_\pi (1 + \mu_o)]}{R_E + R_s' + r_\pi}$$

Ganancia en voltaje (valor exacto) por divisores de voltaje:

$$R_{EQ} = r_i - r_\pi = \frac{R_E [R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)]}{R_E + R_{LAC} + r_o}$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}} \left[ 1 - \frac{r_\pi}{r_\pi + R_{EQ}} (1 + \mu_o) \right]$$

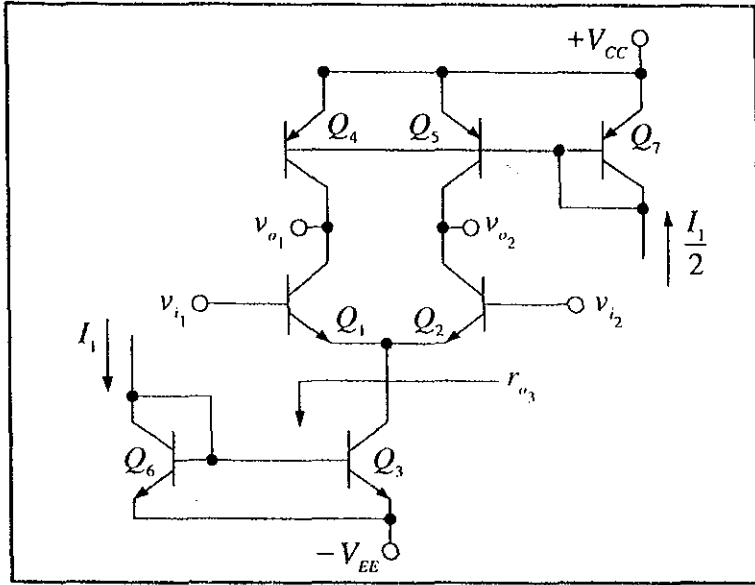
Las expresiones de las resistencias de entrada y de salida y de la ganancia en voltaje para cada una de las configuraciones anteriores, coinciden con los resultados que se obtienen empleando el análisis tradicional. Para comprobarlo es necesario reacomodar las expresiones de manera que presenten la misma estructura.

A partir de los resultados encontrados por este método (resultados exactos), se pueden obtener todos los casos particulares que se deriven de éstos, sustituyendo las aproximaciones correspondientes en cada expresión (por ejemplo:  $r_o \gg R_{LAC}$ ;  $R_s' \ll r_\pi$ , etc).

## Aplicación del Método de Paralelos Aparentes a circuitos con dos o más transistores

### Configuración de Par Diferencial

Como ejemplo para mostrar la aplicación de este método al análisis de circuitos más complicados, se presenta un circuito **par diferencial** con cargas **activas** y fuente de corriente. Se obtendrán los valores de  $r_{i_c}$ ,  $r_{sal_c}$  y  $A_{cm}$  en **modo común puro**.

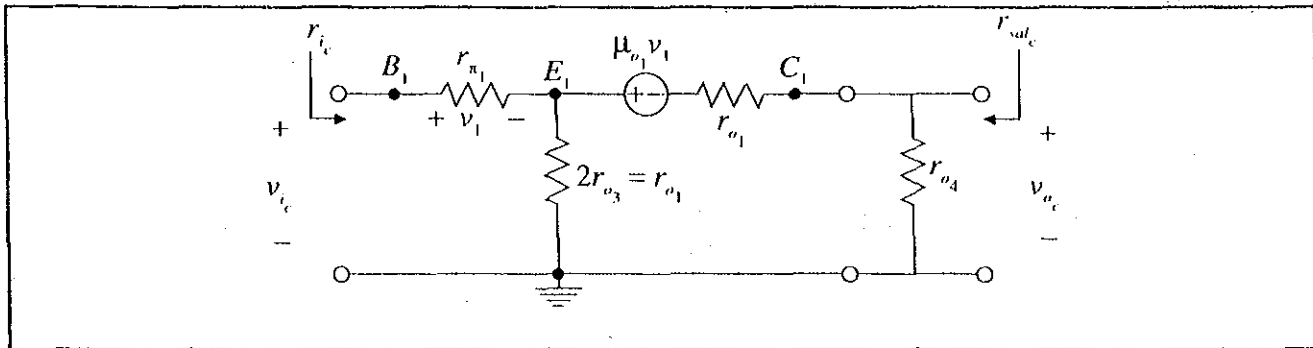


$$r_{o1} = r_{o4} = r_{o2} = r_{o5}$$

$$r_{o1} = r_{o2} = 2r_{o3}$$

Al analizar el circuito en **modo común puro**, se puede aplicar el concepto del **medio circuito**. Por lo tanto el circuito de pequeña señal queda como sigue:

### Paso 1



### Paso 2

$$r_i = r_{\pi_1} + r_{o_1} \parallel [r_{o_1} + r_{o_4}]$$

$$r_{sal} = [r_{o_1} \parallel [R_s' + r_{\pi_1}]] \parallel r_{o_4}$$

Valor exacto para  $r_i$  (regla 2):

$$r_i = r_{\pi_1} + \frac{r_{o_1} [r_{o_4} + r_{o_1} (1 + \beta_o)]}{r_{o_1} + r_{o_4} + r_{o_1}}$$

$$r_i = r_{\pi_1} + r_{o_1} \left[ \frac{\beta_o + 2}{3} \right]$$

Valor exacto para  $r_{out}$  (regla 2):

$$r_{out} = r_{o4} \parallel \left\{ r_{o1} + \frac{r_{o1} [R_s' + r_{\pi_1} (1 + \mu_o)]}{r_{o1} + R_s' + r_{\pi_1}} \right\}$$

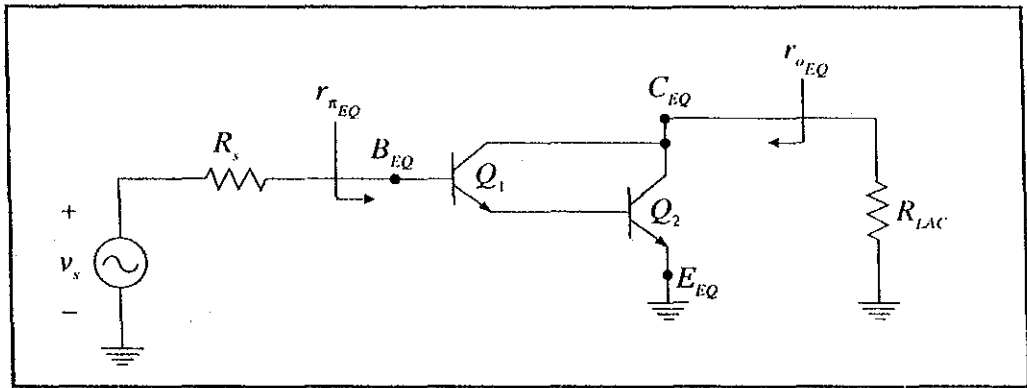
Ganancia en voltaje por divisores de voltaje:

$$R_{EQ} = r_{o1} \left[ \frac{\beta_o + 2}{3} \right]$$

$$A_{vm} = \frac{v_{oc}}{v_i} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{r_{\pi_1}}{r_{\pi_1} + R_{EQ}} (1 + \mu_o) \right]$$

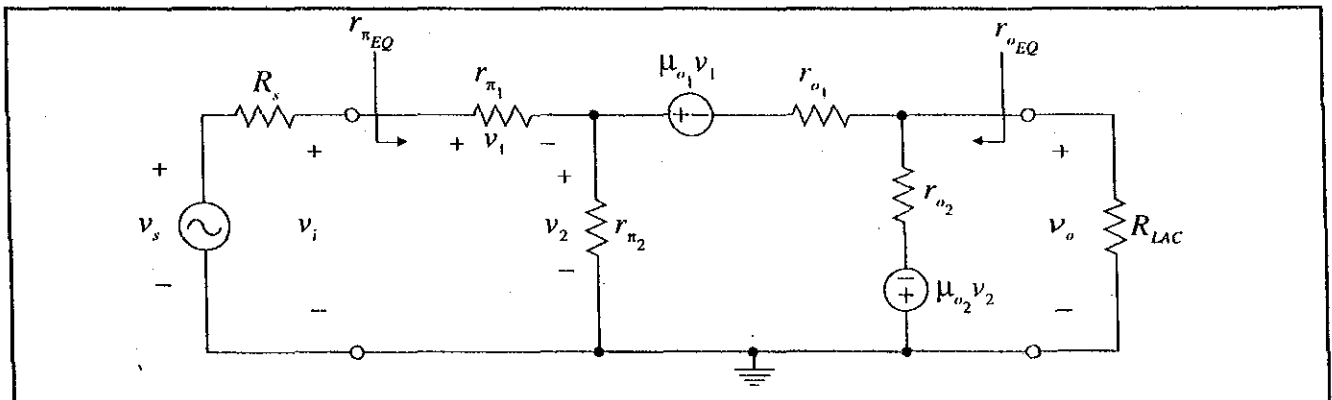
*Configuración de Par Darlington*

Como último ejemplo, se aplica el **Método de Paralelos Aparentes**, a una configuración de **Par Darlington**, en forma **traslapada**, es decir, se analiza la posición relativa de las resistencias  $r_{\pi_1}$  y  $r_{o1}$ , y después, la posición relativa de las resistencias  $r_{\pi_2}$  y  $r_{o2}$ , como si fueran dos mallas independientes.



$$\begin{aligned} \mu_{o1} &= \mu_{o2} = \mu_o \\ \beta_{o1} &= \beta_{o2} = \beta_o \\ r_{\pi_1} &= \beta_o r_{\pi_2} \\ r_{o1} &= \beta_o r_{o2} \\ g_{m1} &= \frac{g_{m2}}{\beta_o} \end{aligned}$$

**Paso 1**



**Paso 2**

Para  $R_{LAC} \rightarrow \infty$ , se tiene:

$$r_{\pi_{EQ}} = r_{\pi_1} + r_{\pi_2} \parallel [r_{o_1} + r_{o_2}]$$

$$r_{\pi_{EQ}} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} [r_{o_1} + r_{o_2}]}{r_{\pi_2} + r_{o_1} + r_{o_2}}$$

$$r_{o_{EQ}} = r_{o_2} \parallel [r_{o_1} + r_{\pi_2} \parallel (r_{\pi_1} + R_s)]$$

$$r_{o_{EQ}} = \frac{r_{o_2} \left[ r_{o_1} + \frac{r_{\pi_2} (r_{\pi_1} + R_s)}{r_{\pi_2} + r_{\pi_1} + R_s} \right]}{r_{o_2} + r_{o_1} + \frac{r_{\pi_2} (r_{\pi_1} + R_s)}{r_{\pi_2} + r_{\pi_1} + R_s}}$$

Valor exacto (parcial) para  $r_{\pi_{EQ}}$  (regla 2 aplicada a  $r_{\pi_1}$  y  $r_{o_1}$ ):

$$r_{\pi_{EQ}} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} [r_{o_2} + r_{o_1} (1 + \beta_o)]}{r_{\pi_2} + r_{o_1} + r_{o_2}}$$

Valor exacto (total) para  $r_{\pi_{EQ}}$  (regla 3 aplicada a  $r_{o_2}$  y  $r_{\pi_2}$ ):

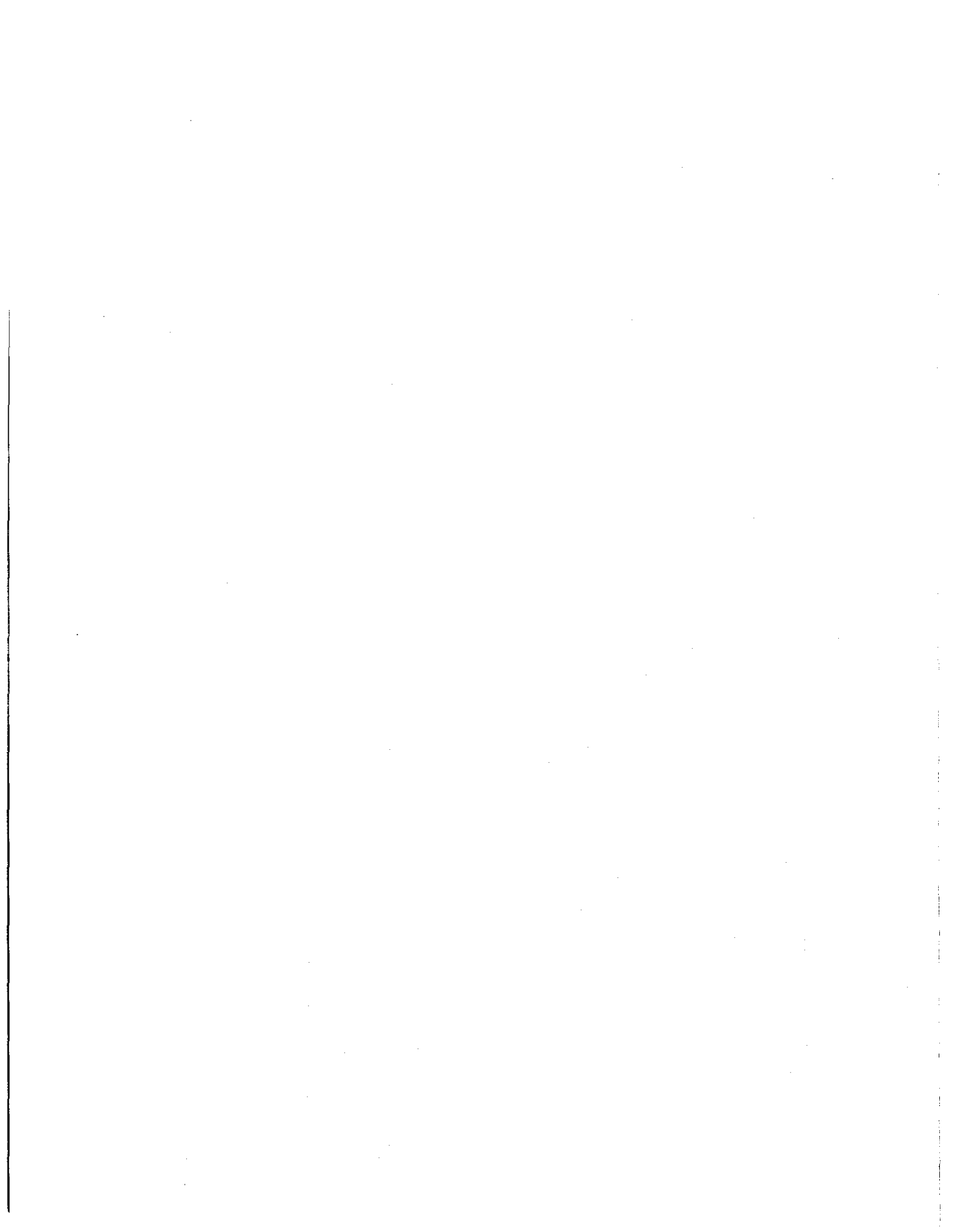
$$r_{\pi_{EQ}} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} [r_{o_2} + r_{o_1} (1 + \beta_o)]}{r_{\pi_2} (1 + \mu_o) + r_{o_1} + r_{o_2}}$$

Valor exacto (parcial) para  $r_{o_{EQ}}$  (regla 3 para  $r_{o_2}$  y  $r_{\pi_2}$ ):

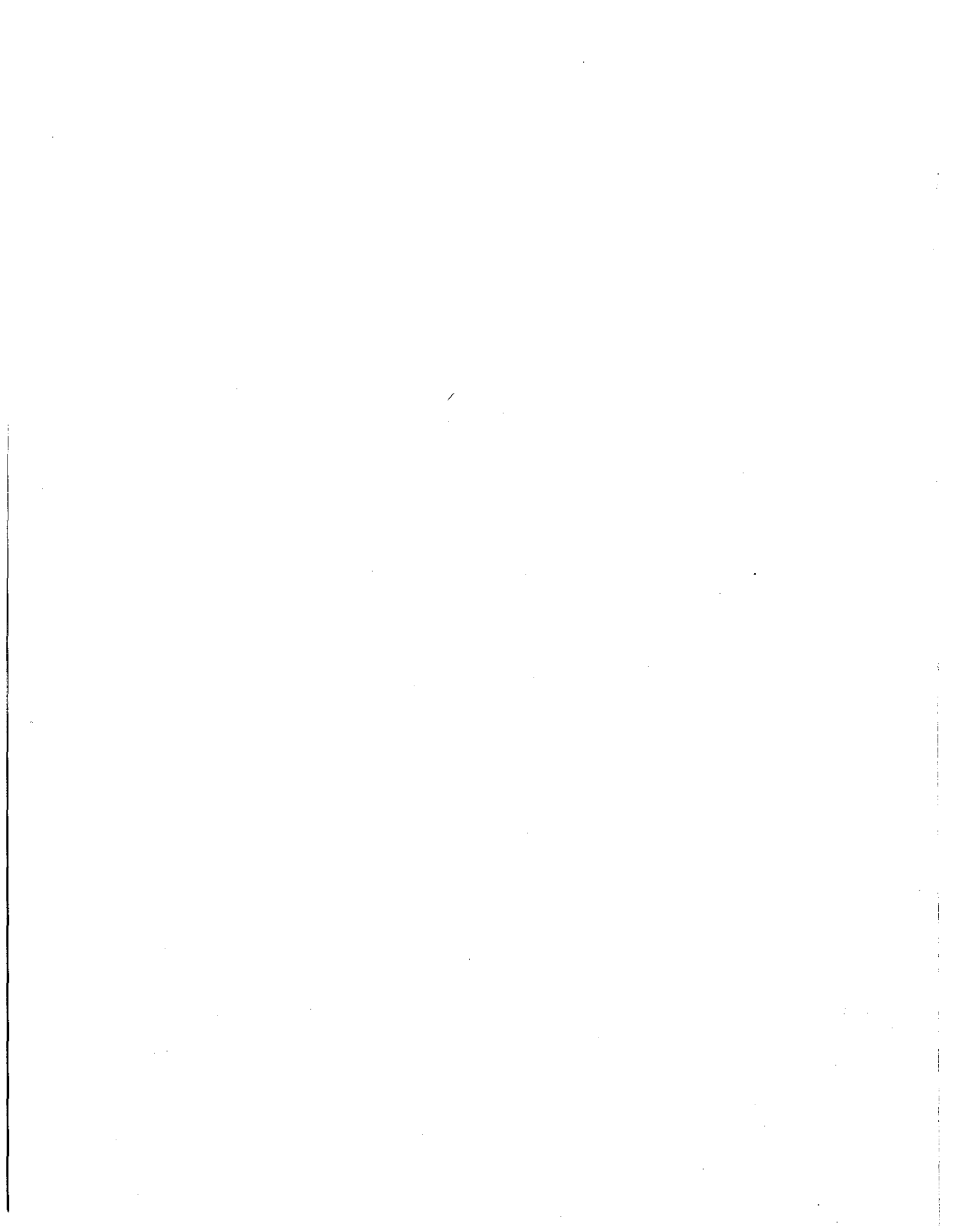
$$r_{o_{EQ}} = \frac{r_{o_2} \left[ r_{o_1} + \frac{r_{\pi_2} (r_{\pi_1} + R_s)}{r_{\pi_2} + r_{\pi_1} + R_s} \right]}{r_{o_2} (1 + \beta_o) + r_{o_1} + \frac{r_{\pi_2} (r_{\pi_1} + R_s)}{r_{\pi_2} + r_{\pi_1} + R_s}}$$

Valor exacto (total) para  $r_{o_{EQ}}$  (regla 2 para  $r_{o_1}$  y  $r_{\pi_1}$ ):

$$r_{o_{EQ}} = \frac{r_{o_2} \left[ r_{o_1} + \frac{r_{\pi_2} (r_{\pi_1} (1 + \mu_o) + R_s)}{r_{\pi_2} + r_{\pi_1} + R_s} \right]}{r_{o_2} (1 + \beta_o) + r_{o_1} + \frac{r_{\pi_2} (r_{\pi_1} (1 + \mu_o) + R_s)}{r_{\pi_2} + r_{\pi_1} + R_s}}$$



**CAPITULO III**  
**PAR DARLINGTON**



### III.1 INTRODUCCIÓN

El Par Darlington es un sistema formado por dos transistores que permite tener una ganancia en corriente elevada, por lo que se le emplea mucho en circuitos de potencia.

Existen dos tipos de pares Darlington:

1. *Par Darlington colector-común emisor-común (CC-CE).*
2. *Par Darlington emisor-común emisor-común (CE-CE).*

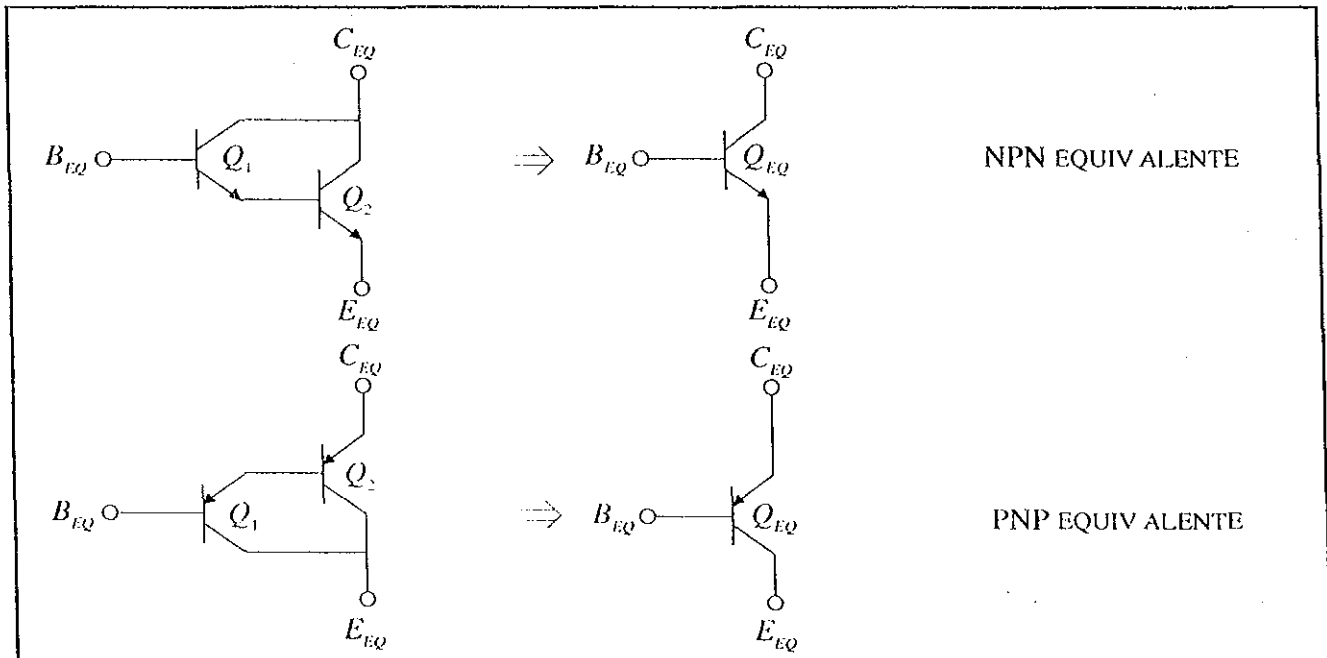
Cada tipo de Par Darlington se puede representar como un solo transistor equivalente con una  $\beta$  **equivalente** asociada a éste. A continuación se presentan cada uno de los Pares Darlington, haciendo un análisis en CD para los dos tipos y un análisis en pequeña señal para el tipo CC-CE.

### III.2 TRANSISTOR EQUIVALENTE DEL PAR DARLINGTON

*Par Darlington colector-común emisor-común*

En este tipo de Par Darlington, el primer transistor ( $Q_1$ ) se encuentra en configuración de colector-común y el segundo transistor ( $Q_2$ ) se encuentra en configuración de emisor-común.

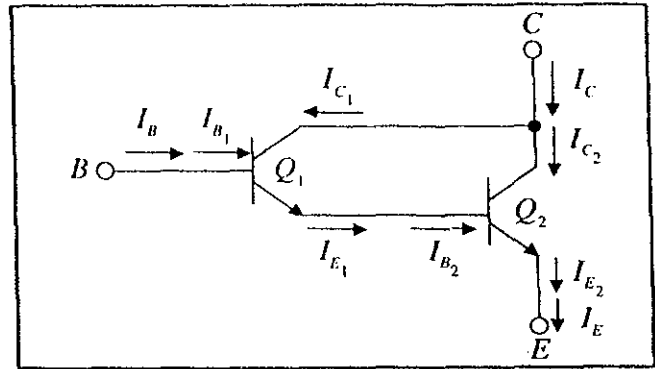
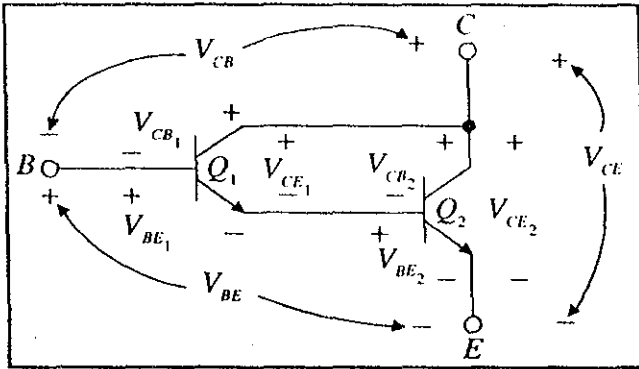
Debido al comportamiento que presentan, tanto en voltaje como en corriente, cada una de las terminales del par, se definen los siguientes transistores equivalentes:



*Análisis en CD*

Las principales relaciones de voltajes y corrientes para el Par Darlington CC-CE se presentan a continuación:





### Voltajes

$$V_{CE} = V_{CE_2}$$

$$V_{BE} = V_{BE_1} + V_{BE_2}$$

$$V_{CB} = V_{CB_1}$$

$$V_{CB_2} = V_{CE_1}$$

→ Característica principal del tipo CC-CE

→ Q<sub>2</sub> nunca se satura

### Corrientes

$$I_C = I_{C_1} + I_{C_2}$$

$$I_E = I_{E_2}$$

$$I_B = I_{B_1}$$

$$I_{B_2} = I_{E_1}$$

### Ganancia de corriente

Sean  $\beta_1 = \frac{I_{C_1}}{I_{B_1}}$  y  $\beta_2 = \frac{I_{C_2}}{I_{B_2}}$

Con base en las relaciones anteriores se define la  $\beta$  equivalente como:

$$\boxed{\beta_{oEQ} = \frac{I_C}{I_B}} \quad \text{con} \quad I_C = I_{C_1} + I_{C_2} \quad \text{e} \quad I_B = I_{B_1}$$

Pero:  $I_{C_1} = \beta_1 I_{B_1}$ ,  $I_{C_2} = \beta_2 I_{B_2}$

Como:  $I_{B_2} = I_{E_1} = (\beta_1 + 1) I_{B_1} \Rightarrow I_{C_2} = \beta_2 (\beta_1 + 1) I_{B_1}$

Sigue:  $I_C = \beta_1 I_{B_1} + \beta_2 (\beta_1 + 1) I_{B_1} = (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 + \beta_2) I_{B_1}$

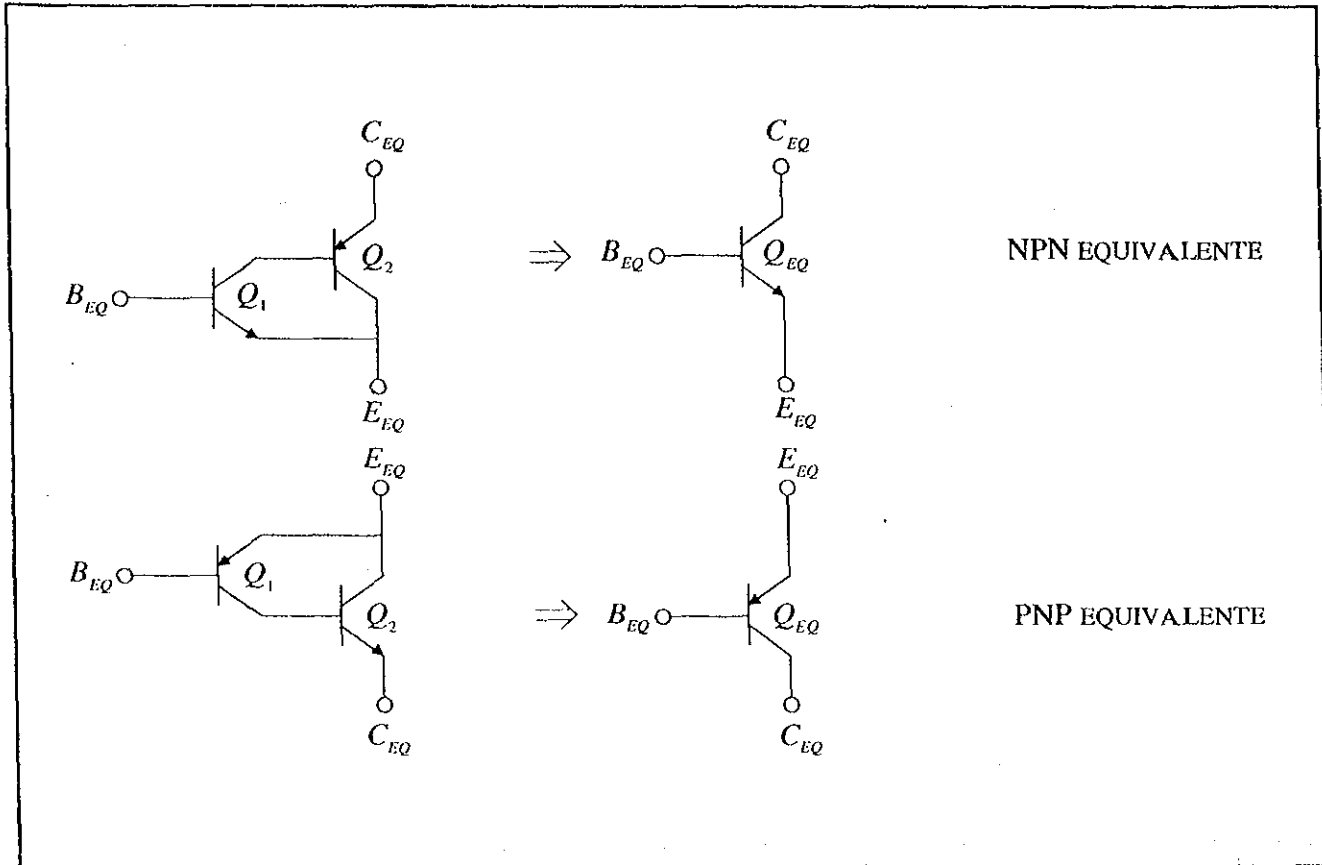
Finalmente:  $\beta_{oEQ} = \frac{(\beta_1 \beta_2 + \beta_1 + \beta_2) I_{B_1}}{I_{B_1}} = \beta_1 \beta_2 + \beta_1 + \beta_2$

$$\boxed{\beta_{oEQ} = \beta_1 \beta_2 + \beta_1 + \beta_2}$$

*Par Darlington emisor-común emisor-común*

Para este tipo de Par Darlington, los dos transistores ( $Q_1$  y  $Q_2$ ) se encuentran en configuración de emisor común.

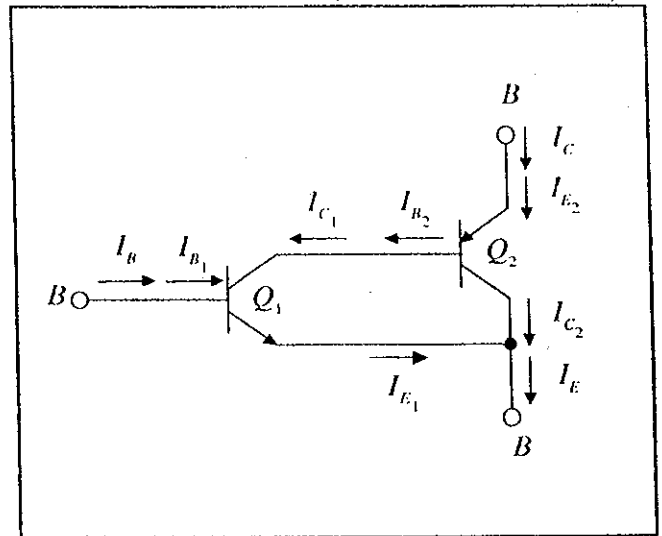
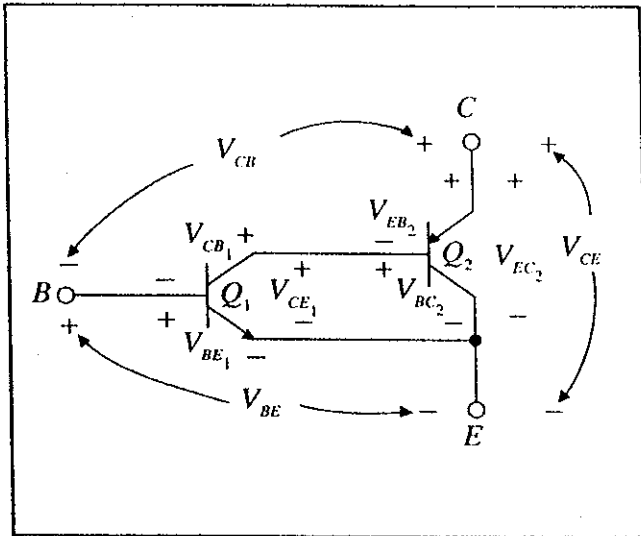
Con base en el comportamiento de voltaje y corriente de este tipo de Par Darlington, se definen los siguientes transistores equivalentes:



$Q_1$  siempre determina la posición del emisor y la polaridad del transistor equivalente en el par.

*Análisis en CD*

De la misma forma que en el caso anterior, se presentan a continuación las principales relaciones de voltajes y corrientes para el Par Darlington CE-CE:



### Voltajes

$$V_{CE} = V_{CE_2}$$

$$V_{BE} = V_{BE_1}$$

$$V_{CB} = V_{CB_1} + V_{EB_2}$$

$$V_{BC_2} = V_{CE_1}$$



Característica principal del tipo CE-CE



Q<sub>2</sub> nunca se satura

### Corrientes

$$I_C = I_{E_2}$$

$$I_E = I_{E_1} + I_{C_2}$$

$$I_B = I_{B_1}$$

$$I_{B_2} = I_{C_1}$$

### Ganancia de corriente

Sea  $\beta_1 = \frac{I_{C_1}}{I_{B_1}}$  y  $\beta_2 = \frac{I_{C_2}}{I_{B_2}}$

Tomando en cuenta las relaciones anteriores, se define la  $\beta$  equivalente como:

$$\boxed{\beta_{oEQ} = \frac{I_C}{I_B}} \quad \text{con} \quad I_C = I_{E_2} \quad \text{e} \quad I_B = I_{B_1}$$

Pero:  $I_{E_2} = (\beta_2 + 1) I_{B_2}$ ,  $I_{B_2} = I_{C_1}$ ,  $I_{C_1} = \beta_1 I_{B_1}$

Así:  $I_{E_2} = (\beta_2 + 1) \beta_1 I_{B_1} = (\beta_1 \beta_2 + \beta_1) I_{B_1}$

Queda:  $\beta_{oEQ} = \frac{(\beta_1 \beta_2 + \beta_1) I_{B_1}}{I_{B_1}} = \beta_1 \beta_2 + \beta_1$

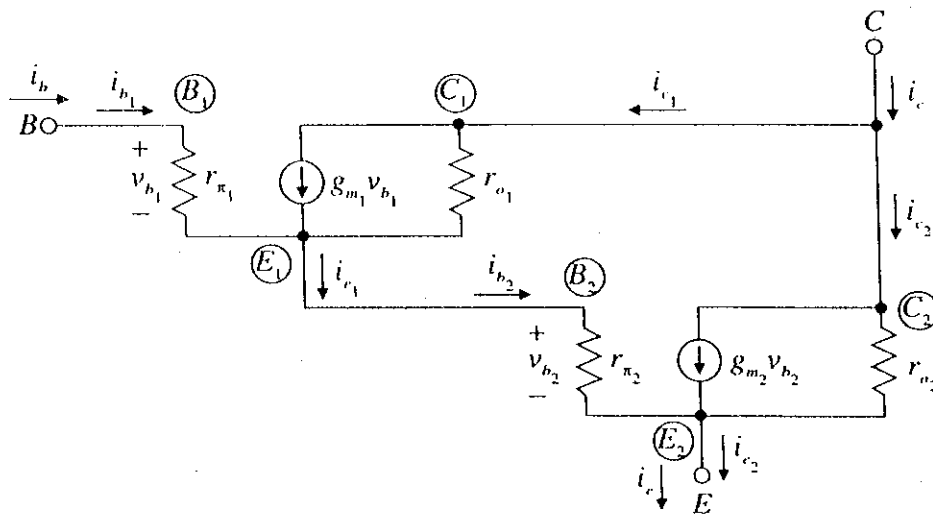
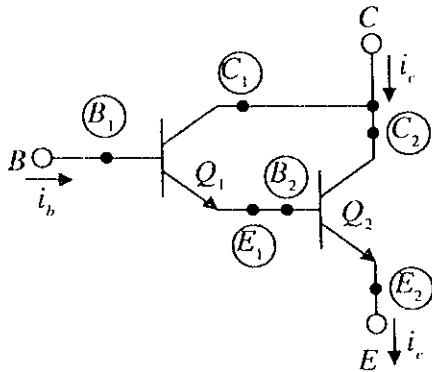
$$\beta_{v_{EQ}} = \beta_1 \beta_2 + \beta_1$$

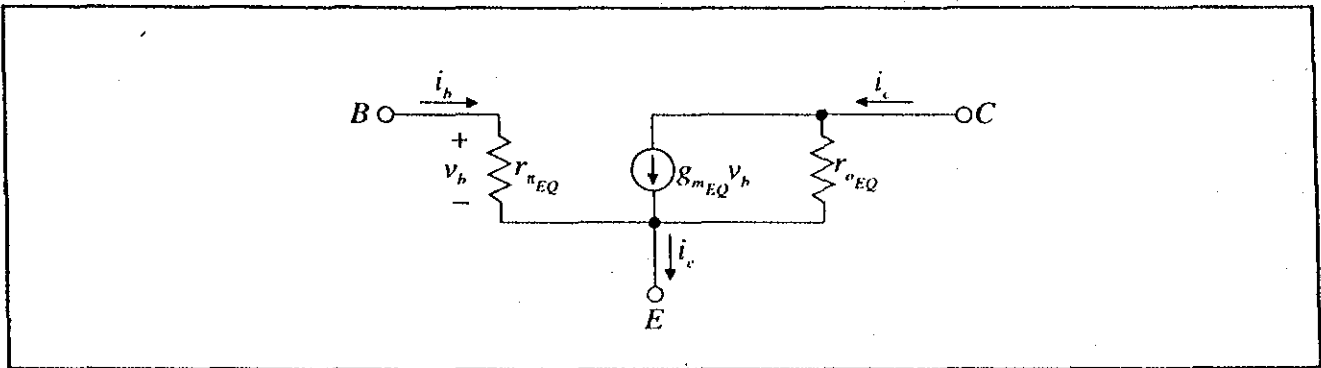
### III.3 POLARIZACION DEL PAR DARLINGTON

Debido a que cualquiera de los tipos del Par Darlington, se puede analizar como un transistor equivalente, los métodos de polarización del par serán los mismos que se emplean para polarizar a un solo transistor, usando el valor de la  $\beta_v$  equivalente en las ecuaciones correspondientes, y tomando en cuenta el voltaje de encendido de la unión base-emisor equivalente para cada configuración.

### III.4 ANALISIS EN PEQUEÑA SEÑAL DEL PAR DARLINGTON CC-CE

El análisis en pequeña señal consistirá en obtener el modelo híbrido  $\pi$  para el transistor equivalente ( $r_{\pi_{EQ}}$ ,  $r_{v_{EQ}}$ ,  $g_{m_{EQ}}$ ) en configuración de emisor-común, a partir del modelo compuesto del Par Darlington:





Para el análisis, se toma en cuenta lo siguiente:

$$\beta_1 = \frac{I_{C_1}}{I_{B_1}} = \frac{i_{c_1}}{i_{b_1}} \quad \text{y} \quad \beta_2 = \frac{I_{C_2}}{I_{B_2}} = \frac{i_{c_2}}{i_{b_2}}$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_o \gg 1$$

$$V_{A_1} = V_{A_2}$$

Puede considerarse:

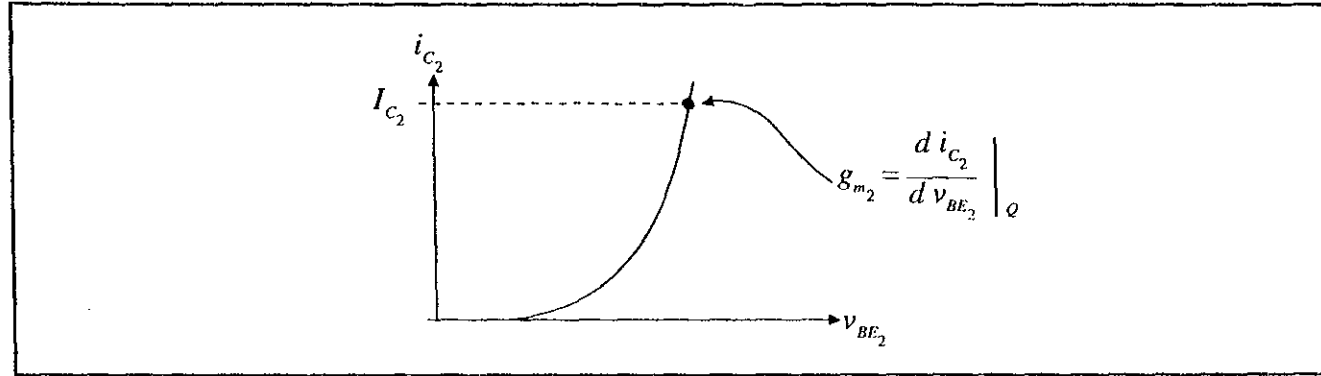
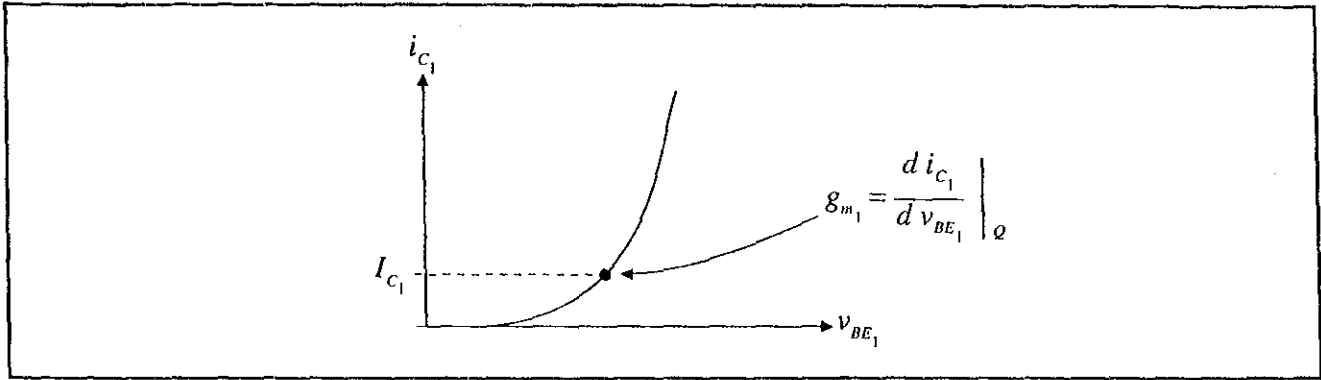
$$I_{C_1} = I_{E_1} = I_{B_2} = \frac{I_{C_2}}{\beta_o}$$

la corriente de colector de  $Q_1$  es  $\beta_o$  veces menor a la corriente de colector de  $Q_2$ :

$$\beta_o = \frac{i_{c_2}}{i_{c_1}} = \frac{i_{b_2}}{i_{b_1}}$$

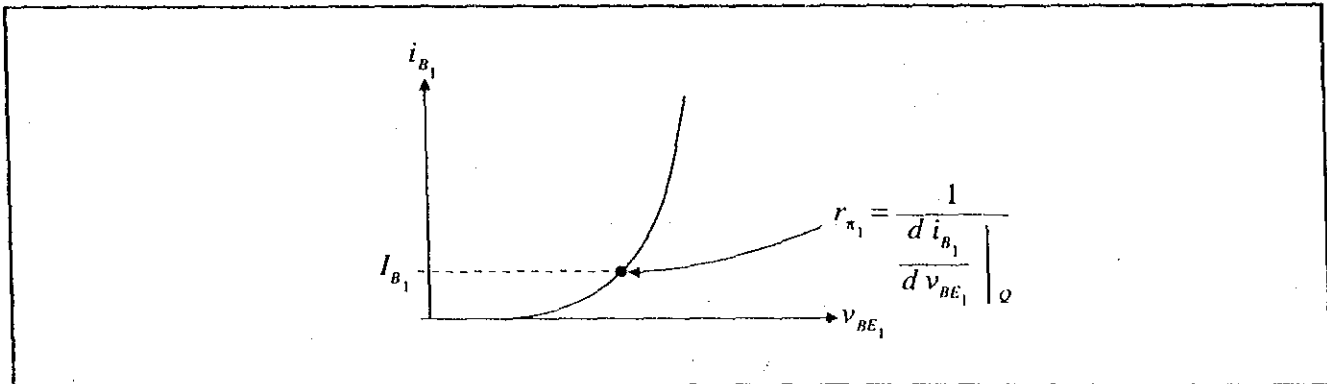
Entonces:

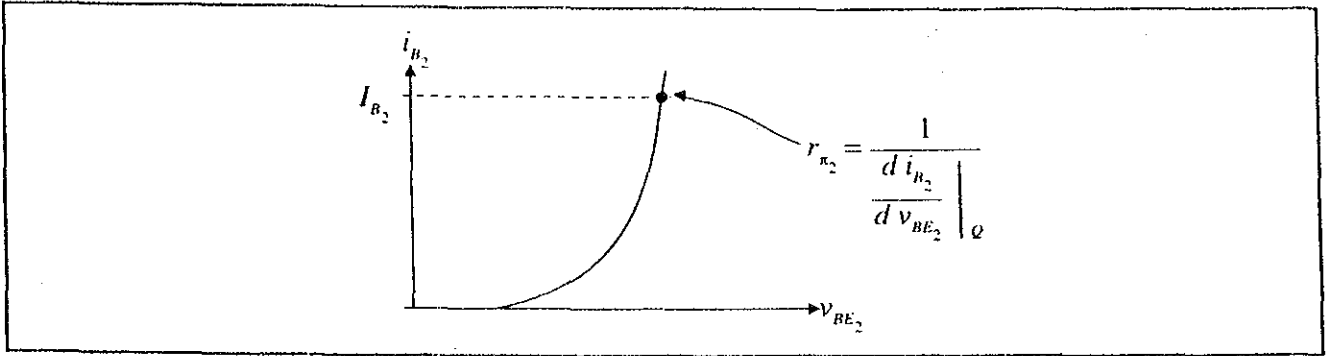
$$\left. \begin{array}{l} g_{m_1} = \frac{I_{C_1}}{V_T} \\ g_{m_2} = \frac{I_{C_2}}{V_T} \end{array} \right\} \Rightarrow g_{m_1} = \frac{g_{m_2}}{\beta_o}$$



$$I_{C2} = \beta_o I_{C1}$$

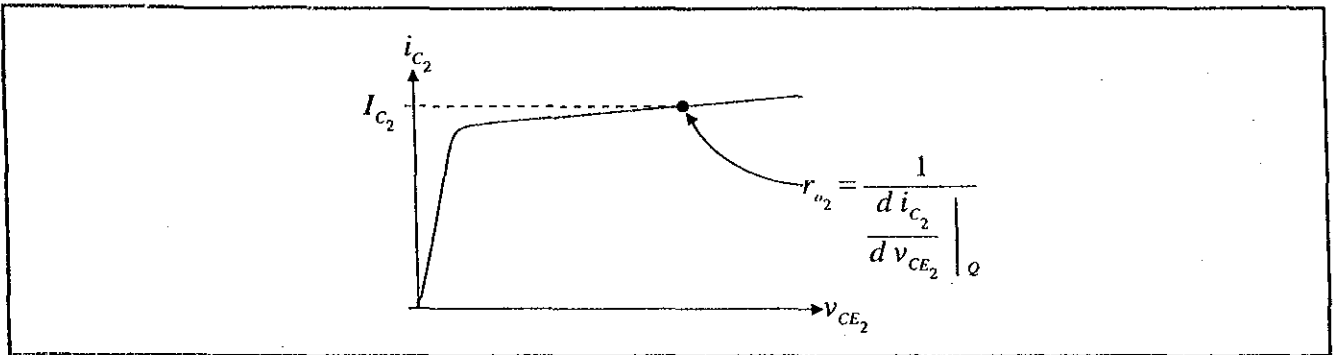
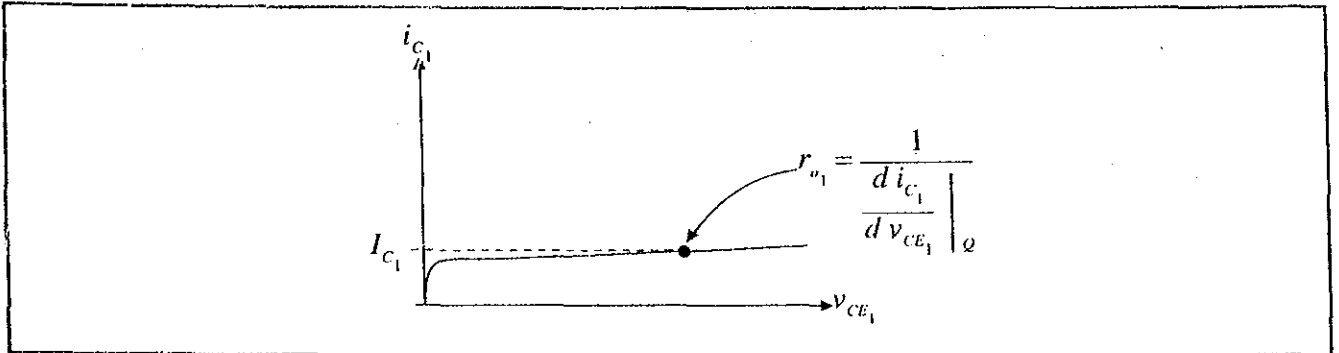
$$\begin{array}{l} r_{\pi_1} = \frac{\beta_o}{g_{m1}} \\ r_{\pi_2} = \frac{\beta_o}{g_{m2}} \end{array} \Rightarrow r_{\pi_1} = \beta_o r_{\pi_2}$$





$$I_{B2} = \beta_o I_{B1}$$

$$\begin{array}{l} r_{o1} = \frac{V_A}{I_{C1}} \\ r_{o2} = \frac{V_A}{I_{C2}} \end{array} \Rightarrow r_{o1} = \beta_o r_{o2}$$

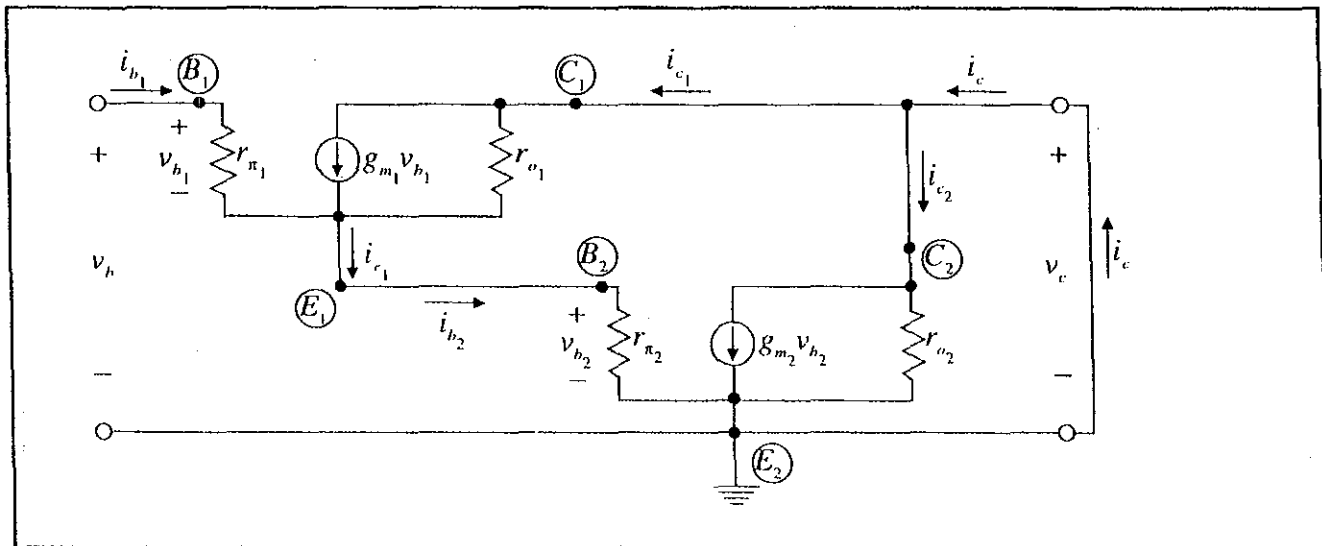


$$I_{C2} = \beta_o I_{C1}$$

## Cálculo de los parámetros del modelo híbrido $\pi$ equivalente en configuración de emisor común

### 1) Transconductancia equivalente

$$g_{mEQ} = \frac{i_c}{v_b} \Big|_{v_c = 0}$$



Se toma:  $i_c = i_{c1} + i_{c2} \approx i_{c2}$  pues  $i_{c1} \ll i_{c2}$

$$v_b = v_{b1} + v_{b2}$$

Como:  $v_{b1} = r_{\pi 1} i_{b1} = \beta_o r_{\pi 2} \cdot \frac{i_{b2}}{\beta_o} = r_{\pi 2} i_{b2} = v_{b2}$

Entonces:  $v_b = 2v_{b2}$

Por lo tanto:

$$g_{mEQ} = \frac{i_{c2}}{2v_{b2}} = \frac{g_{m2}}{2}$$

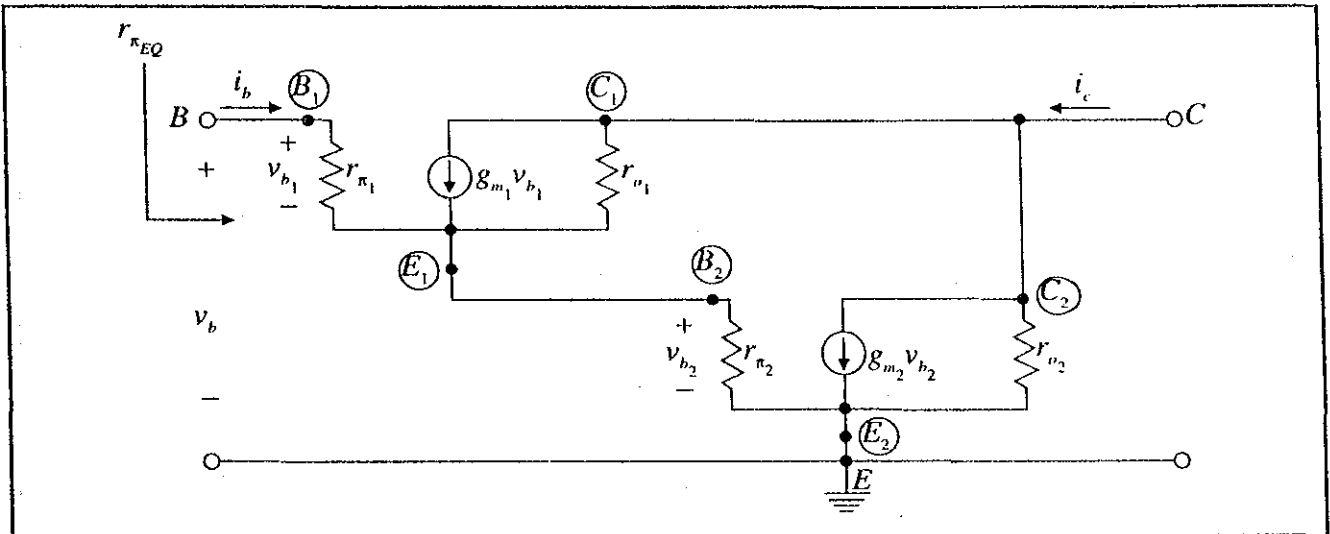
La  $g_{mEQ}$  es la  $g_m$  del transistor  $Q_2$  dividida entre 2. Esto es así porque la corriente  $i_c$  es casi igual a  $i_{c2}$ , es decir, el transistor  $Q_2$  contribuye con la **mayoría** de la corriente de salida  $i_c$ . Entonces **solamente** el voltaje  $v_{b2}$  tiene **control** sobre  $i_{c2} = i_c$ , y como se tiene que  $v_{b1} = v_{b2}$  y  $v_b = v_{b1} + v_{b2}$ , entonces solamente la mitad del voltaje de entrada  $v_b$  tiene **efecto** sobre el **control** de la corriente  $i_c$ . Por tanto, la transconductancia equivalente es:



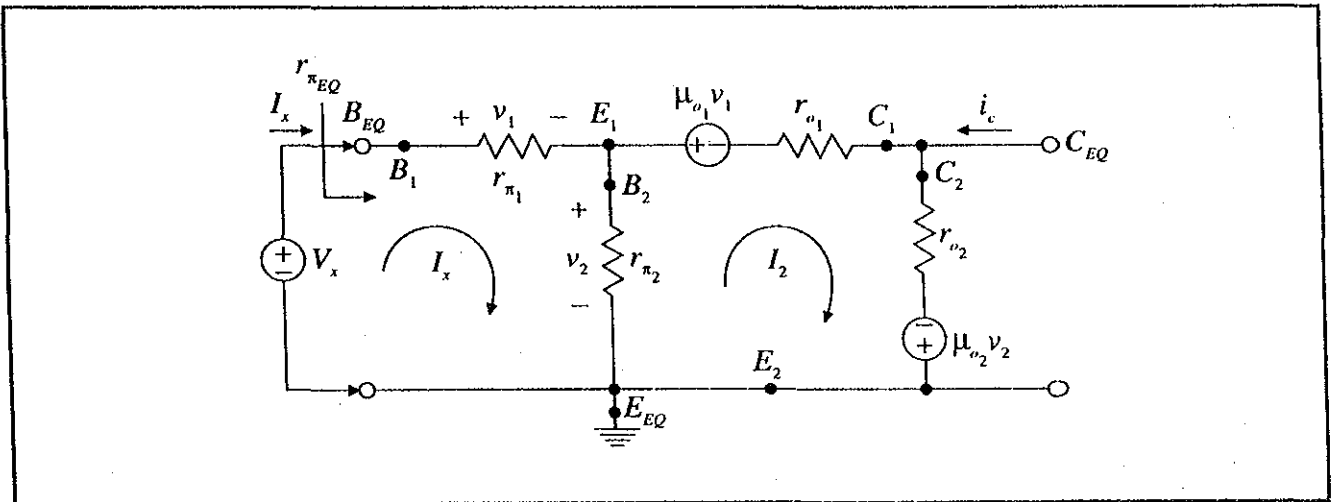
$$g_{mEQ} = \frac{g_{m2}}{2}$$

2)  $r_x$  equivalente

$$r_{\pi EQ} = \frac{v_b}{i_b}$$



Transformando el modelo del transistor a fuente de voltaje para simplificar el análisis, resulta:



**Nota:** El valor de  $r_{\pi EQ}$  depende de la terminación que tenga el circuito a la salida (entre  $C_{EQ}$  y  $E_{EQ}$ ): circuito abierto, corto circuito o algún valor de resistencia.

Cálculo de  $r_{x_{EQ}}$  con terminación de circuito abierto a la salida ( $i_c = 0$ )

Planteamiento de las ecuaciones de corrientes de malla:

- i)  $(r_{\pi_1} + r_{\pi_2}) I_x - r_{\pi_2} I_2 = V_x$
- ii)  $-r_{\pi_2} I_x + (r_{\pi_2} + r_{o_1} + r_{o_2}) I_2 = -\mu_{o_1} v_1 + \mu_{o_2} v_2$
- iii)  $v_1 = I_x r_{\pi_1}$
- iv)  $v_2 = (I_x - I_2) r_{\pi_2}$

Sustituyendo iii) y iv) en ii):

$$v) \quad \left[ \mu_{o_1} r_{\pi_1} - (\mu_{o_2} + 1) r_{\pi_2} \right] I_x + \left[ r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{o_1} + r_{o_2} \right] I_2 = 0$$

Por lo tanto, i) y v) quedan:

$$\begin{bmatrix} r_{\pi_1} + r_{\pi_2} & -r_{\pi_2} \\ \mu_{o_1} r_{\pi_1} - (\mu_{o_2} + 1) r_{\pi_2} & r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{o_1} + r_{o_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ 0 \end{bmatrix}$$

O bien:

$$AI_x + BI_2 = V_x$$

$$CI_x + DI_2 = 0$$

Resolviendo para  $I_x$ :

$$I_x = \frac{\Delta I_x}{\Delta} = \frac{V_x D}{AD - BC}$$

Entonces:

$$r_{x_{EQ}} = \frac{V_x}{I_x} = \frac{AD - BC}{D} = A - \frac{BC}{D}$$

Sustituyendo:

$$AD - BC = \left[ r_{\pi_1} + r_{\pi_2} \right] \left[ r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{o_1} + r_{o_2} \right] + r_{\pi_2} \left[ \mu_{o_1} r_{\pi_1} - (\mu_{o_2} + 1) r_{\pi_2} \right]$$

$$AD - BC = r_{\pi_1} r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{\pi_1} r_{o_1} + r_{\pi_1} r_{o_2} + r_{\pi_2}^2 (\mu_{o_2} + 1) + \dots$$

$$\dots r_{\pi_2} r_{o_1} + r_{\pi_2} r_{o_2} + r_{\pi_1} r_{\pi_2} \mu_{o_1} - r_{\pi_2}^2 (\mu_{o_2} + 1)$$

$$\frac{AD - BC}{D} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} [\mu_{o_1} r_{\pi_1} + r_{o_1} + r_{o_2}]}{[r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{o_1} + r_{o_2}]}$$

$$= r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} [r_{o_1} (\beta_o + 1) + r_{o_2}]}{[r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{o_1} + r_{o_2}]}$$

Finalmente:

$$r_{\pi_{EQ}} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} [r_{o_1} (\beta_o + 1) + r_{o_2}]}{[r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{o_1} + r_{o_2}]}$$

El resultado anterior se puede simplificar si se toman en cuenta las siguientes relaciones:

- 1)  $r_{o_1} \gg r_{o_2}$  y  $r_{o_1} (1 + \beta_o) \gg r_{o_2}$
- 2)  $r_{\pi_2} (\mu_{o_2} + 1) + r_{o_1} + r_{o_2} = r_{o_2} (1 + \beta_o) + r_{\pi_2} + r_{o_1} \approx \dots$   
 $\dots \beta_o r_{o_2} + r_{o_1} + r_{\pi_2} \approx 2r_{o_1} + r_{\pi_2} \approx 2\beta_o r_{o_2} + r_{\pi_2}$

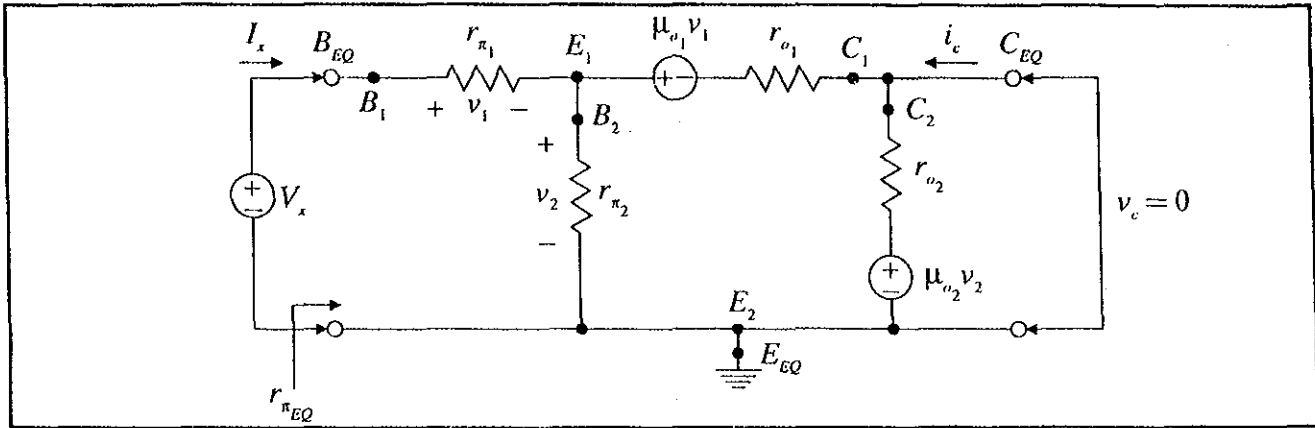
Como  $r_{o_2} \gg r_{\pi_2}$  entonces  $\beta_o r_{o_2} \gg r_{\pi_2}$   
 Por lo tanto:

$$r_{\pi_{EQ}} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} (\beta_o + 1) r_{o_1}}{2r_{o_1}} \approx r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} \beta_o}{2} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_1}}{2} = \frac{3r_{\pi_1}}{2}$$

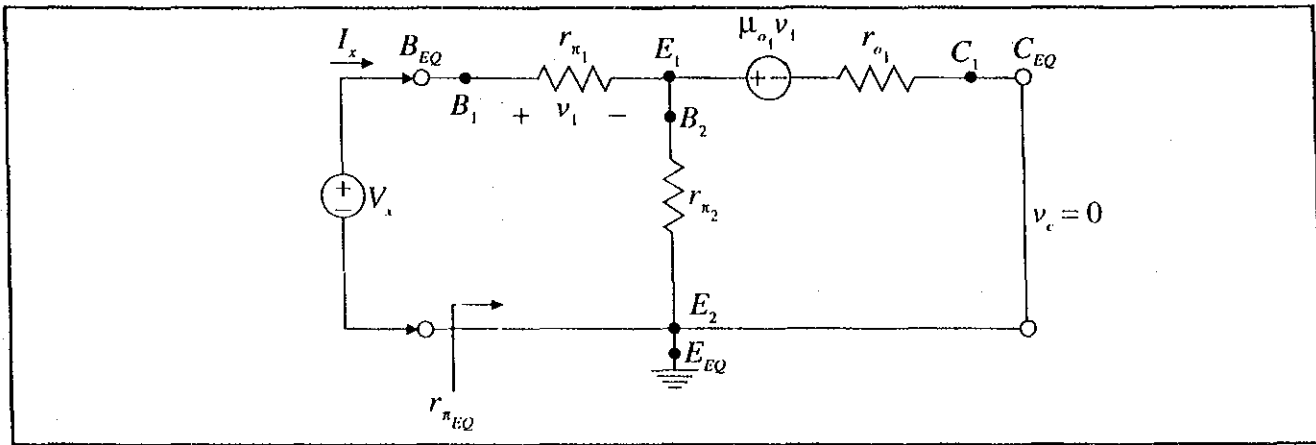
$$r_{\pi_{EQ}} = \frac{3r_{\pi_1}}{2}; \text{ para } i_c = 0 \text{ (circuito abierto a la salida)}$$

**Cálculo de  $r_{\pi_{EQ}}$  con terminación de corto circuito a la salida ( $v_c = 0$ )**

Para  $r_{\pi_{EQ}}$ , si la terminación del circuito es corto circuito, se tendrá lo siguiente:



El circuito se reduce a:



Calculando  $r_{\pi EQ}$  por el MPA:

$$r_{\pi EQ} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} r_{o_1} (1 + \beta_o)}{r_{\pi_2} + r_{o_1}} = r_{\pi_1} + (r_{\pi_2} \parallel r_{o_1}) (1 + \beta_o)$$

Simplificando la expresión anterior mediante las siguientes relaciones:

$$1) \quad r_{\pi_2} = r_{\pi_1} / \beta_o \quad \text{y} \quad 2) \quad r_{o_1} \gg r_{\pi_1} \gg r_{\pi_2}$$

Queda finalmente:

$$r_{\pi EQ} = r_{\pi_1} + \frac{r_{\pi_2} r_{o_1} (1 + \beta_o)}{r_{\pi_1}} = r_{\pi_1} + r_{\pi_2} (\beta_o + 1) = 2r_{\pi_1}$$

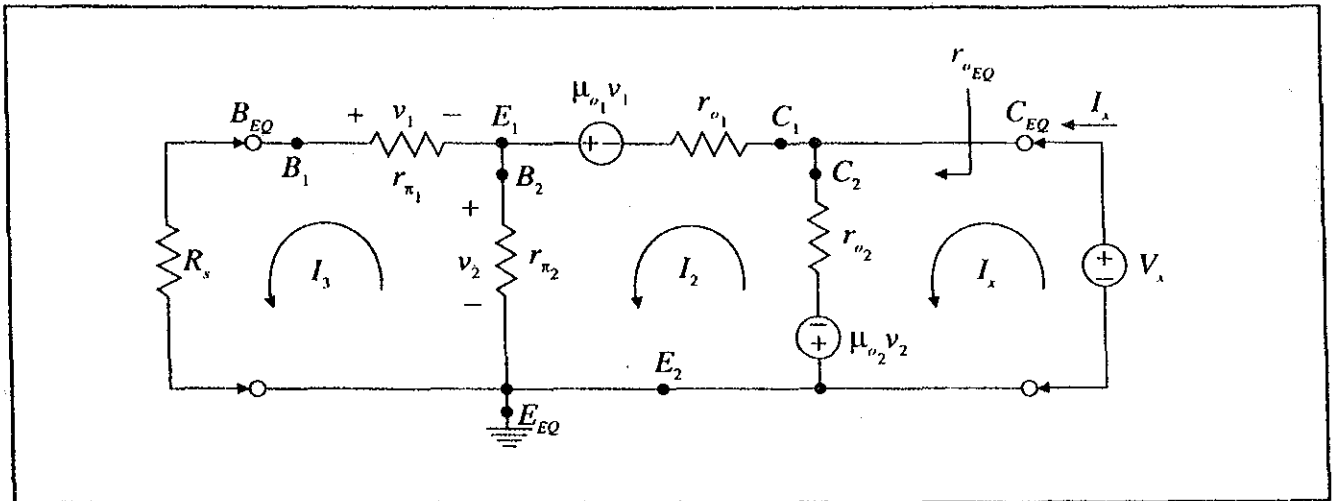
$$r_{\pi EQ} = r_{\pi_1} + r_{\pi_2} (1 + \beta_o) \approx 2r_{\pi_1} ; \text{ para } v_c = 0 \text{ (corto circuito a la salida)}$$

Resumiendo:

$r_{\pi EQ} = \frac{3}{2} r_{\pi_1}$	para $i_c = 0$	$(R_{LAC} \rightarrow \infty)$
$r_{\pi EQ} = 2r_{\pi_1}$	para $v_c = 0$	$(R_{LAC} \rightarrow 0)$

3)  $r_o$  equivalente:

$$r_{oEQ} = \frac{v_c}{i_c}$$



**Nota:**  $r_{oEQ}$  se calcula con terminación de  $R_s$  a la entrada.

Planteamiento de las ecuaciones de corrientes de malla:

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad & r_{o_2} I_x - r_{o_2} I_2 - 0 = V_x + \mu_{o_2} v_2 \\
 \text{ii)} \quad & -r_{o_2} I_x + (r_{o_1} + r_{o_2} + r_{\pi_2}) I_2 - r_{\pi_2} I_3 = \mu_{o_1} v_1 - \mu_{o_2} v_2 \\
 \text{iii)} \quad & -0 - r_{\pi_2} I_2 + (R_s + r_{\pi_1} + r_{\pi_2}) I_3 = 0
 \end{aligned}$$

Planteamiento de las ecuaciones de los voltajes de control:

$$\begin{aligned}
 \text{iv)} \quad & v_1 = -r_{\pi_1} I_3 \\
 \text{v)} \quad & v_2 = r_{\pi_2} (I_2 - I_3)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo las ecuaciones iv) y v) en las ecuaciones i) y ii):

$$i') \quad r_{o_2} I_x - (r_{o_2} + \mu_{o_2} r_{\pi_2}) I_2 + \mu_{o_2} r_{\pi_2} I_3 = V_x$$

$$ii') \quad r_{o_2} I_x + (r_{o_1} + r_{o_2} + r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}]) I_2 + (\mu_{o_1} r_{\pi_1} - r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}]) I_3 = 0$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{bmatrix} r_{o_2} & -(r_{o_2} + \mu_{o_2} r_{\pi_2}) & \mu_{o_2} r_{\pi_2} \\ -r_{o_2} & r_{o_1} + r_{o_2} + r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}] & \mu_{o_1} r_{\pi_1} - r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}] \\ 0 & -r_{\pi_2} & R_s + r_{\pi_1} + r_{\pi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema para  $I_x$ :

$$I_x = \frac{\Delta I_x}{\Delta}$$

$$\Delta = r_{o_2} \{ (R_s + r_{\pi_1} + r_{\pi_2}) (r_{o_1} + r_{o_2} + r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}]) + r_{\pi_2} (\mu_{o_1} r_{\pi_1} - r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}]) \} \dots$$

$$\dots - r_{o_2} \{ (R_s + r_{\pi_1} + r_{\pi_2}) (r_{o_2} + \mu_{o_2} r_{\pi_2}) - r_{\pi_2} \mu_{o_2} r_{\pi_2} \}$$

$$\Delta I_x = V_x \{ (R_s + r_{\pi_1} + r_{\pi_2}) (r_{o_1} + r_{o_2} + r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}]) + r_{\pi_2} (\mu_{o_1} r_{\pi_1} - r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}]) \}$$

Entonces, del circuito se observa que la resistencia  $r_{oEQ}$  será:

$$r_{oEQ} = \frac{V_x}{I_x} = \frac{V_x}{\Delta I_x / \Delta} = \frac{\Delta}{\Delta I_x} V_x$$

$$= \left[ \frac{r_{o_2}}{V_x} - \frac{r_{o_2} \{ (R_s + r_{\pi_1} + r_{\pi_2}) (r_{o_2} + \mu_{o_2} r_{\pi_2}) - r_{\pi_2} \mu_{o_2} r_{\pi_2} \}}{\Delta I_x} \right] V_x$$

$$r_{oEQ} = r_{o_2} - \frac{r_{o_2} \{ (R_s + r_{\pi_1} + r_{\pi_2}) (r_{o_2} + \mu_{o_2} r_{\pi_2}) - r_{\pi_2} \mu_{o_2} r_{\pi_2} \}}{\Delta I_x / V_x}$$

Tomando en cuenta las siguientes relaciones, se puede simplificar la expresión para  $r_{oEQ}$ :

- 1)  $r_{\pi_1} \gg r_{\pi_2} \gg R_s$  entonces  $r_{\pi_1} + r_{\pi_2} + R_s \approx r_{\pi_1}$
- 2)  $r_{o_2} + \mu_{o_2} r_{\pi_2} = r_{o_2} + \beta_o r_{o_2} = r_{o_2} (1 + \beta_o)$
- 3)  $r_{\pi_2} \mu_{o_2} r_{\pi_2} = r_{\pi_2} r_{o_2} \beta_o$
- 4)  $r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}] = r_{\pi_2} + \beta_o r_{o_2} = r_{\pi_2} + r_{o_1}$  y  $r_{o_1} \gg r_{o_2} \gg r_{\pi_2}$   
entonces  $r_{o_1} + r_{o_2} + r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}] = 2r_{o_1}$

$$5) \quad \mu_{o_1} r_{\pi_1} = \beta_o r_{o_1} \text{ y } r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}] = r_{\pi_2} + \beta_o r_{o_2} = r_{\pi_2} + r_{o_1} = r_{o_1}$$

$$\text{entonces } \mu_{o_1} r_{\pi_1} - r_{\pi_2} [1 + \mu_{o_2}] = r_{o_1} (\beta_o - 1) = \beta_o r_{o_1}$$

Por lo tanto:

$$r_{oEQ} = r_{o_2} - \frac{r_{o_2} \{ r_{\pi_1} \beta_o r_{o_2} - r_{\pi_2} r_{o_2} \beta_o \}}{r_{\pi_1} (2r_{o_1}) + r_{\pi_2} r_{o_1} \beta_o}$$

Como:  $r_{\pi_1} = \beta_o r_{\pi_2}$  y  $\beta_o \gg 1$ , entonces:

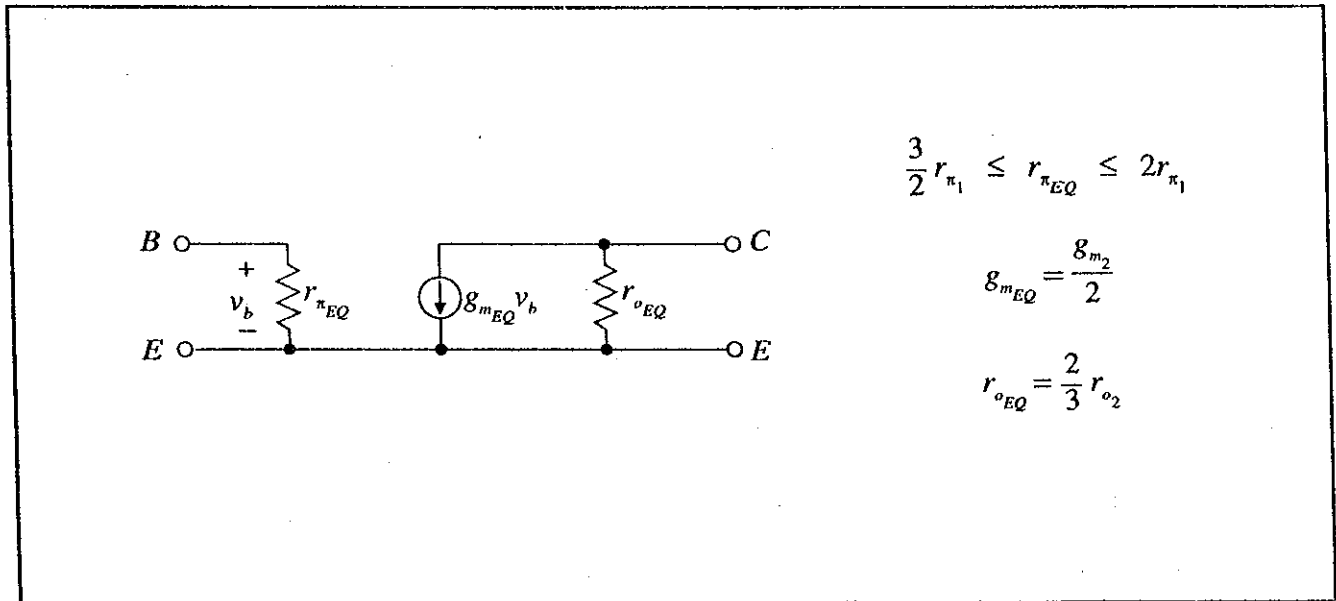
$$\begin{aligned} r_{oEQ} &\approx r_{o_2} - \frac{r_{o_2} \{ r_{\pi_1} \beta_o r_{o_2} - r_{\pi_1} r_{o_2} \}}{2r_{\pi_1} r_{o_1} + r_{\pi_1} r_{o_1}} \\ &= r_{o_2} - \frac{r_{o_2} \{ r_{\pi_1} r_{o_2} \beta_o \}}{3r_{\pi_1} r_{o_1}} \end{aligned}$$

Además:  $r_{o_1} = \beta_o r_{o_2}$ , con lo cual resulta:

$$r_{oEQ} = r_{o_2} - \frac{r_{o_2} \{ r_{\pi_1} r_{o_1} \}}{3r_{\pi_1} r_{o_1}} = r_{o_2} - \frac{r_{o_2}}{3} = \frac{2}{3} r_{o_2}$$

$$r_{oEQ} = \frac{2}{3} r_{o_2}; \text{ para } R_s \ll r_{\pi_2}$$

El Modelo Híbrido  $\pi$  equivalente en Emisor Común para la configuración Darlington resulta:



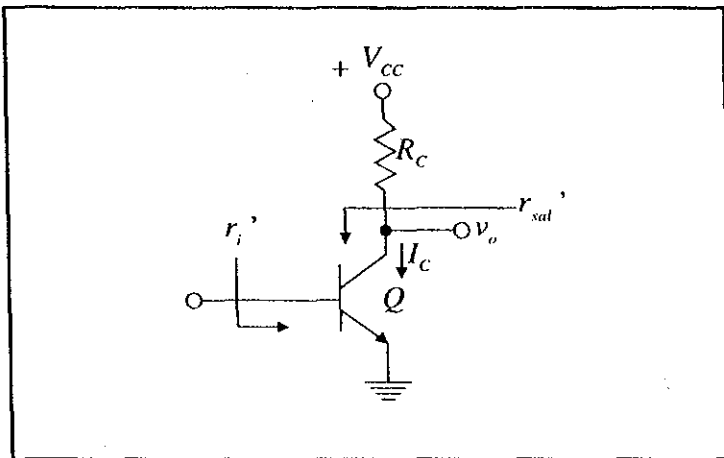
De este modelo se observa lo siguiente:

- 1) La resistencia de entrada del par es un poco mayor a la resistencia  $r_{\pi}$  del transistor  $Q_1$ . Sin embargo, como  $Q_1$  trabaja con un nivel de corriente de base que es  $\beta_o$  veces menor que la corriente de base de  $Q_2$ , la resistencia de entrada del par resulta mucho mayor que la resistencia  $r_{\pi}$  del transistor  $Q_2$ .
- 2) La resistencia de salida del par es un poco menor que la resistencia  $r_o$  del transistor  $Q_2$ . Esto se debe a la presencia del colector del transistor  $Q_1$  conectado al colector del transistor  $Q_2$ , lo cual genera una impedancia que se encuentra en paralelo con la  $r_o$  del transistor  $Q_2$ .
- 3) La transconductancia equivalente del par es la mitad del valor de la transconductancia del transistor  $Q_2$ , debido a que el voltaje aplicado a la entrada del par se divide en dos partes iguales en las uniones base-emisor de  $Q_1$  y  $Q_2$ . Además el transistor  $Q_2$  maneja casi la totalidad de la corriente de salida del par, por lo cual sólo el voltaje de entrada aplicado a la unión base-emisor de  $Q_2$  ( $1/2$  de  $v_i$ ) controlará la corriente de salida de par.

### III.5 ANALISIS COMPARATIVO ENTRE UN EMISOR COMÚN Y EL PAR DARLINGTON-CC-CE

Para este análisis se emplearán valores numéricos, considerando que los circuitos se encuentran polarizados con una corriente de colector de  $I_c = 1mA$  ( $I_{c2} = 1mA$  para el par Darlington).

#### EMISOR COMUN

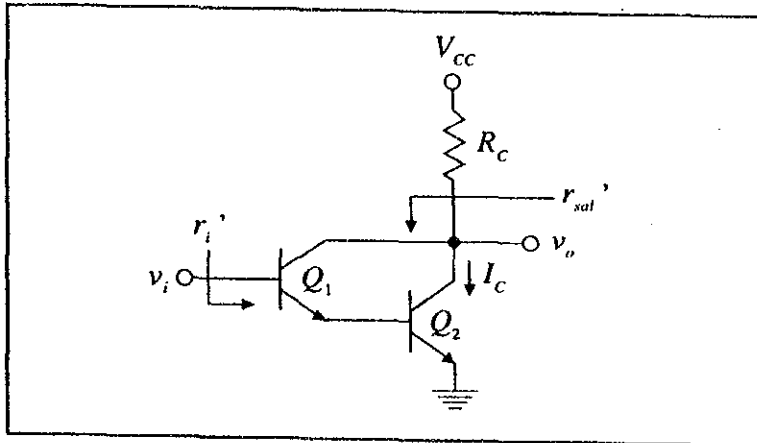


$$\begin{aligned}
 I_c &= 1mA \\
 V_A &= 100V \\
 V_T &= 25mV \\
 \beta_o &= 200 \\
 R_C &= 5K\Omega \\
 g_m &= 40mA/V \\
 r_{\pi} &= 5K\Omega \\
 r_o &= 100K\Omega \\
 r_{\mu} &= 20M\Omega
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_i' &= r_{\pi} = 5K\Omega \\
 r_{sal}' &= r_o = 100K\Omega \\
 A_v &= \frac{v_o}{v_i} = -g_m R_C = -200 ; (r_o \gg R_C) \\
 A_i &= \frac{i_c}{i_b} = \beta_o = 200
 \end{aligned}$$



# PAR DARLINGTON



$I_C = 1mA$   
 $V_A = 100V$   
 $V_T = 25mV$   
 $\beta_o = 200$   
 $R_C = 5K\Omega$

$$g_{m_1} = 0.2mA/V$$

$$g_{m_2} = 40mA/V$$

$$r_{\pi_1} = 1\Omega$$

$$r_{\pi_2} = 5K\Omega$$

$$r_{o_1} = 2M\Omega$$

$$r_{o_2} = 100K\Omega$$

$$r_{\mu_1} \approx 4000M\Omega$$

$$r_{\mu_2} \approx 20M\Omega$$

$$g_{m_{EQ}} = \frac{g_{m_2}}{2} = 20mA/V$$

$$r_{\pi_{EQ}} = 1,958,872\Omega \approx \left[ 1.5M\Omega = \frac{3r_{\pi_1}}{2}, 2M\Omega = 2r_{\pi_1} \right]$$

$$r_{o_{EQ}} = \frac{2}{3} r_{o_2} = 66.\bar{6} K\Omega$$

$$r_i' = r_{\pi_{EQ}} = 1,958,872\Omega \approx 2M\Omega$$

$$r_{sal}' = r_{o_{EQ}} = 66.\bar{6} K\Omega$$

$$A_V = \frac{v_o}{v_i} \approx -g_{m_{EQ}} R_C = -100; (r_{o_{EQ}} \gg R_C)$$

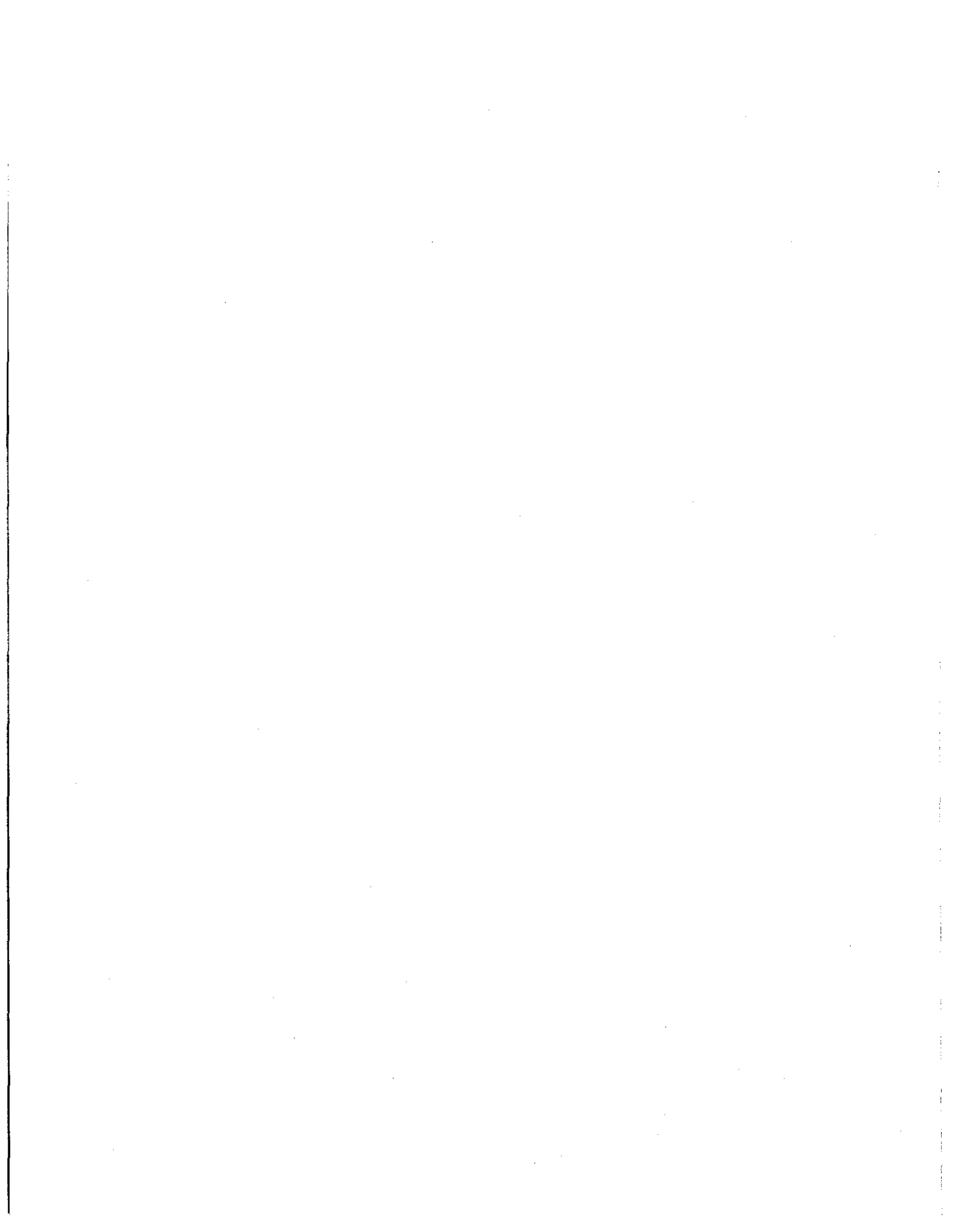
$$A_I = \frac{i_c}{i_b} = \beta_{o_{EQ}} \approx 40,000$$

Comparando los resultados entre sí se observa lo siguiente:

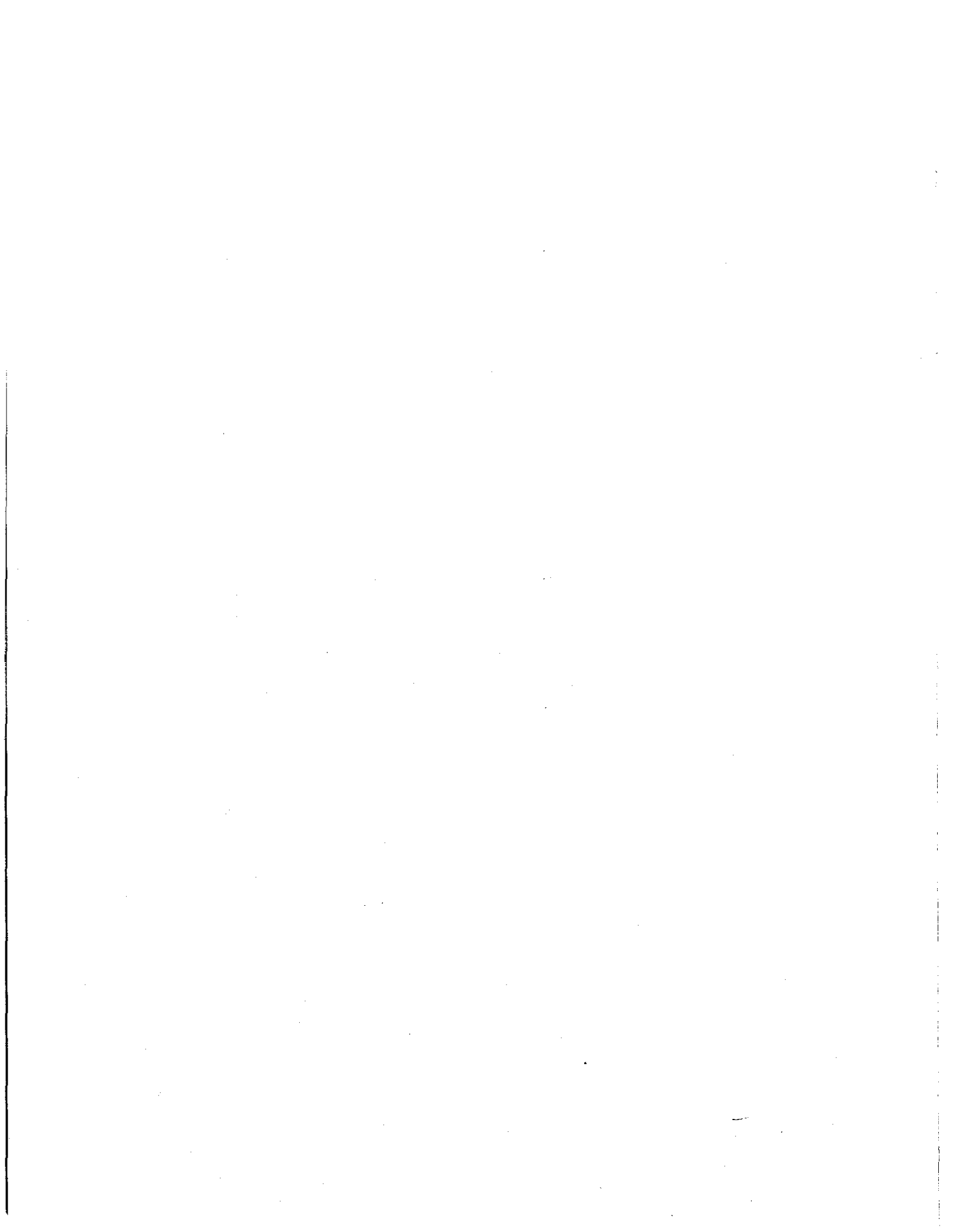
- 1) La  $r_i$  ' del Par Darlington es más grande que la del emisor común, debido a que  $Q_1$  del par, demanda una corriente de entrada  $\beta_o$  veces menor que la que demanda el emisor común.
- 2) La  $r_{sat}$  ' del Par Darlington es menor que la del emisor común.
- 3) La  $A_v = v_o / v_i$  para el Par Darlington es la mitad de la  $A_v$  del emisor común. Esto se debe a que la  $g_{mEQ}$  del Par es la mitad de la  $g_m$  del emisor común (ver el análisis que se presentó al obtener la  $g_{mEQ}$  del par Darlington).
- 4) La  $A_i = i_c / i_b$  es mucho mayor en el Par que en el emisor común, y es igual a la  $\beta_{oEQ}$  de la configuración.

El efecto de  $Q_1$  es:

- \* Aumentar la impedancia de entrada.
- \* Aumentar la ganancia de corriente.



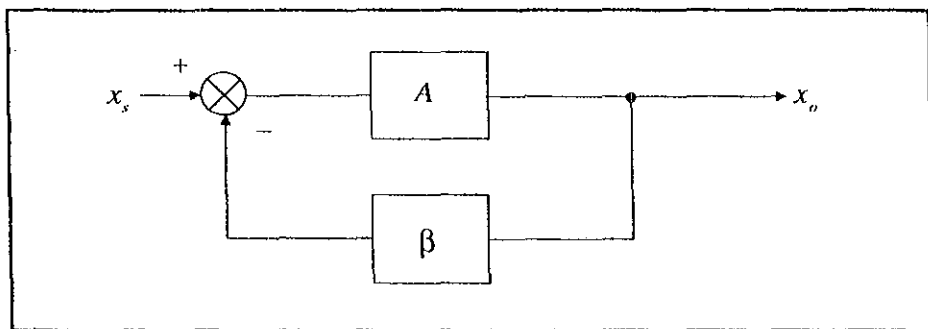
**CAPITULO IV**  
**PAR CASCODO (CE - CB)**



## IV.1 INTRODUCCIÓN

En un sistema electrónico retroalimentado, si la ganancia del bloque amplificador es elevada, se puede lograr desensibilizar al sistema con respecto a variaciones de sus parámetros, como son:  $h_{FE}$ ,  $V_{BEON}$ ,  $V_T$ ,  $V_{CC}$ , etc., además de mejorar su linealidad, respuesta en frecuencia, impedancias de entrada y salida, etc.

Por ejemplo, para un sistema retroalimentado como el que se muestra:

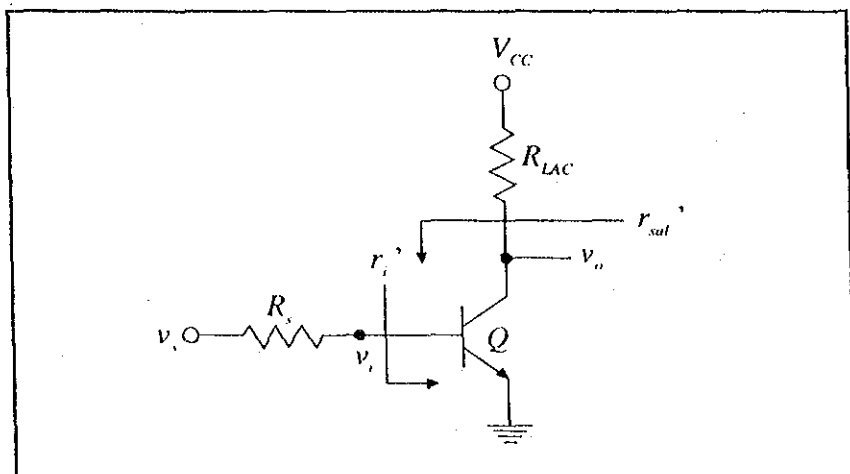


$$A_f = \frac{x_o}{x_s} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

Si  $A \rightarrow \infty$  entonces  $A_f \rightarrow 1/\beta$  y, por lo tanto, la ganancia del sistema retroalimentado no dependerá de los parámetros del bloque A, el cual puede estar formado por transistores.

La búsqueda de configuraciones con transistores que permitan lograr altas ganancias para emplearse dentro de sistemas retroalimentados (obteniéndose las ventajas que se mencionaron anteriormente), ha llevado al desarrollo de la configuración Par Cascodo, el cual, además, presenta un ancho de banda grande.

Las características de un transistor en configuración de emisor común son:



$$r_i' = r_\pi$$

$$r_{sal}' = r_o$$

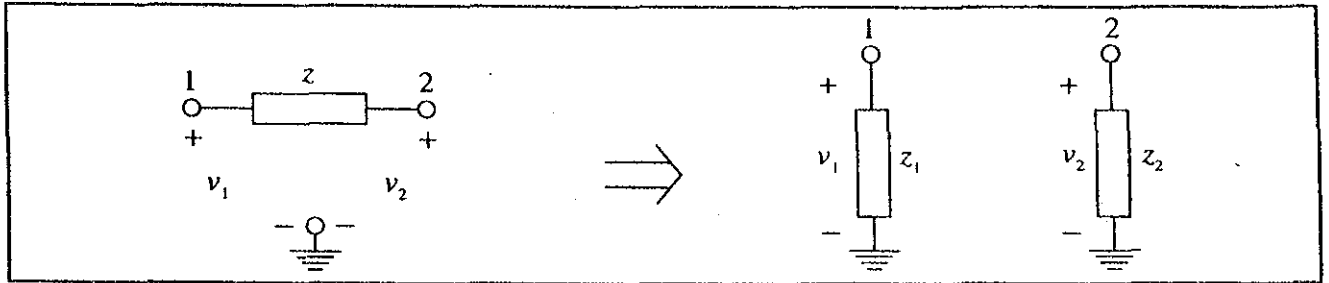
$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m (r_o \parallel R_{LAC})$$

Como se puede observar la  $r_{sal}'$  está limitada por el valor de  $r_o$  y, por lo tanto, la ganancia  $A_v$  máxima que se podría obtener estaría limitada al valor de  $-g_m r_o = -\mu_o$ , en el caso de que  $R_c$  fuera mucho mayor que  $r_o$ .

En cuanto a la respuesta en frecuencia del emisor común, se puede asegurar que el ancho de banda (BW) para  $A_v' = v_o/v_i$  se reduce conforme se aumenta la ganancia en voltaje  $A_v = v_o/v_i$ . Esto se debe a

que la capacitancia colector-base ( $C_{\mu}$ ) del transistor se **refleja** hacia la base  $A_v$  veces más grande que su valor original.

Por Miller:

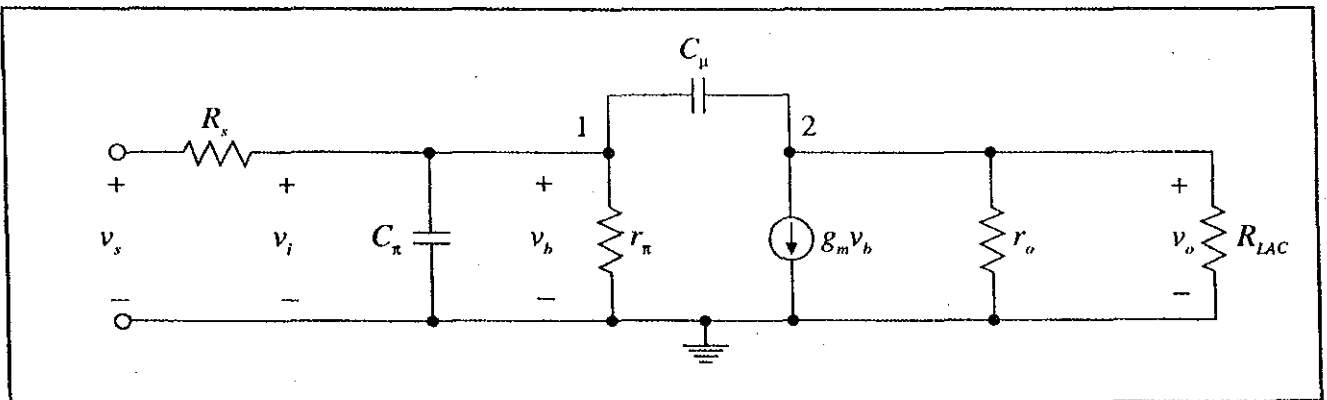


Donde:

$$z_1 = \frac{z}{1-k} \quad ; \quad z_2 = \frac{kz}{k-1}$$

$$k = \frac{v_2}{v_1} < 1$$

Considerando a  $z$  como la reactancia capacitiva de  $C_{\mu}$  y aplicando el Teorema de Miller al modelo de pequeña señal del emisor común se obtiene:



$$z = \frac{1}{sC_{\mu}} \quad ; \quad v_1 = v_i \quad ; \quad v_2 = v_o$$

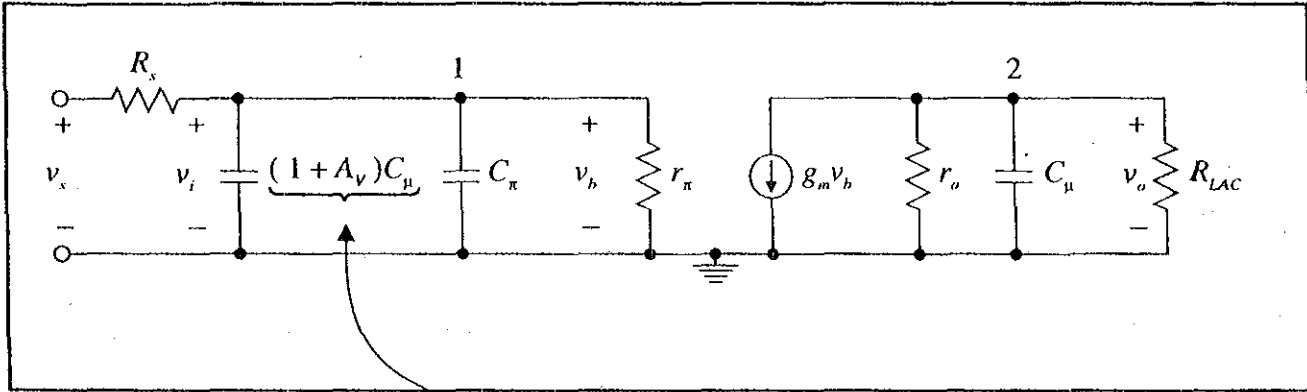
$$k = A_v = \frac{v_o}{v_i} < 1$$

$$z_1 = \frac{1}{s(1-A_v)C_{\mu}}$$

si  $|A_v| \gg 1$

$$z_2 = \frac{A_v}{s(A_v - 1)C_\mu} \approx \frac{1}{sC_\mu}$$

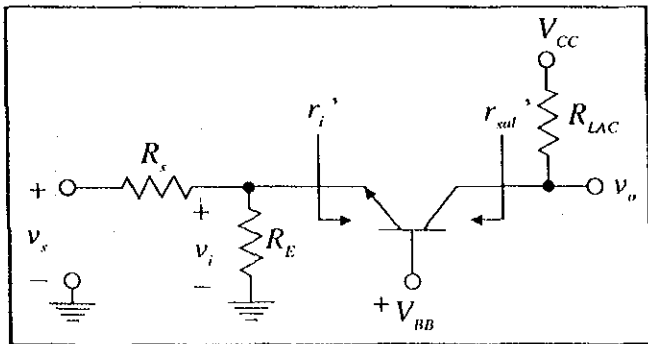
El circuito resultante quedaría ( $A_v \gg 1$ ):



Si la ganancia es alta ( $A_v \gg 1$ ), esta capacitancia tendrá un valor elevado, lo cual produce que su reactancia sea pequeña a una **frecuencia menor** que si su valor fuera cercano a  $C_\mu$  (lo cual ocurriría si la ganancia en voltaje  $A_v$  fuera menor o igual a la unidad).

Este hecho no permite que un emisor común con ganancia elevada de voltaje, se pueda emplear como amplificador de banda ancha (BW grande) o en altas frecuencias.

Las características de un transistor en configuración de base común son:



$$r_i \approx r_{e_j} = \frac{r_\pi}{\beta}$$

$$r_{sal} = r_o + (R_E \parallel R_s \parallel r_\pi) (1 + \mu_o)$$

$$A_v = g_m (r_{sal} \parallel R_{LAC})$$

La configuración base común presenta un ancho de banda (BW) muy grande comparado con el de emisor común. Esto se debe a que la configuración de CB no presenta alguna capacitancia en el trayecto de retroalimentación  $v_o$  (colector) a  $v_i$  (emisor).

Otra ventaja de CB es su elevada resistencia de salida, con la cual se podría lograr una ganancia en voltaje máxima de  $A_v = g_m r_{sal}$  ( $r_{sal} \gg r_o$ ) mucho mayor que la ganancia máxima de un emisor común.

La desventaja de CB es su resistencia de entrada baja comparada con la que presenta un CE. Si la configuración se va a emplear como amplificador de voltaje, entonces se requiere de una  $r_i'$  alta, como la de CE.



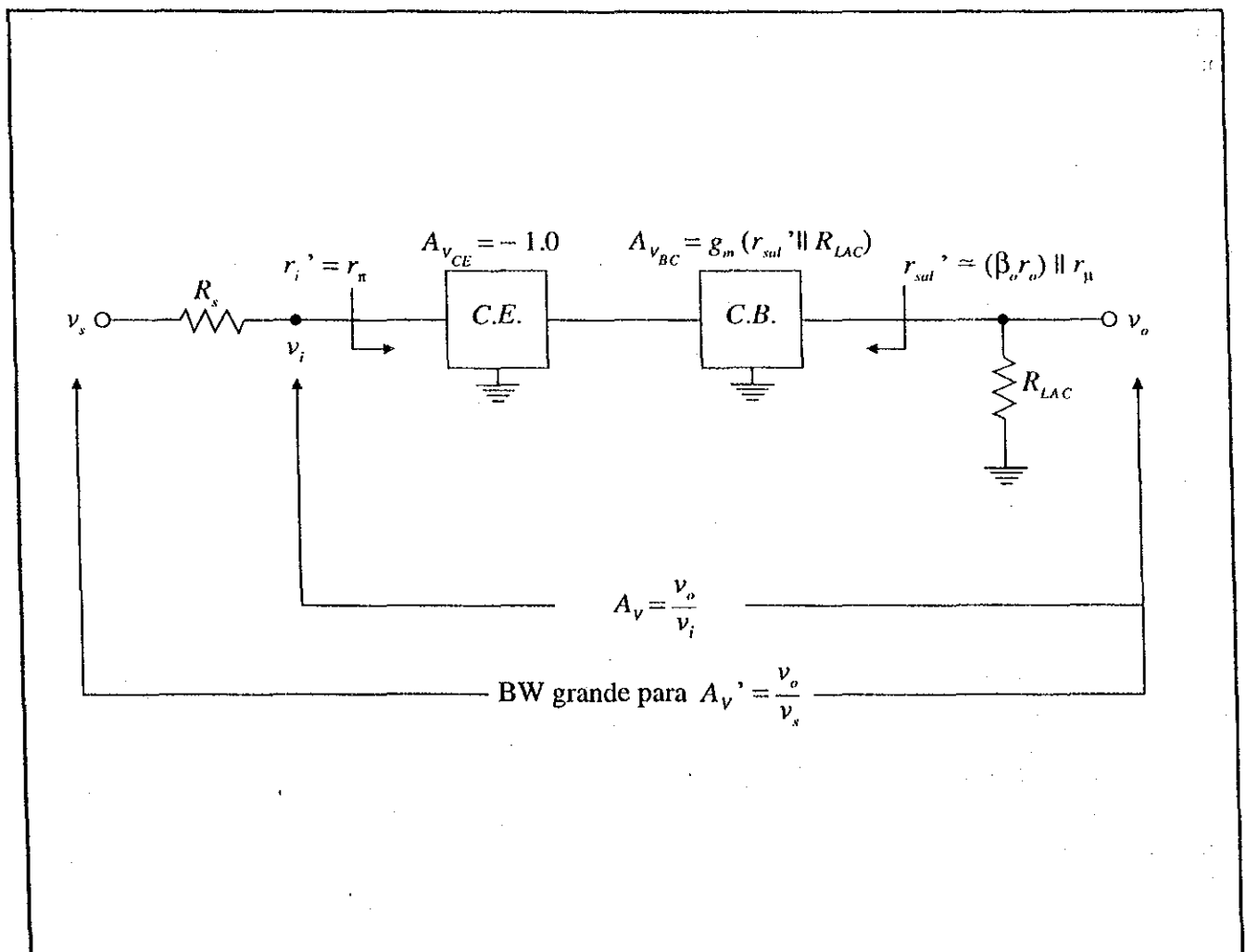
Del análisis anterior se concluye que para obtener un amplificador con un ancho de banda elevado, resistencia de entrada alta, resistencia de salida alta y ganancia en voltaje elevada, se necesitan combinar las características de las configuraciones anteriores: CE y CB.

## IV.2 CONFIGURACIÓN DEL CIRCUITO PAR CASCODO

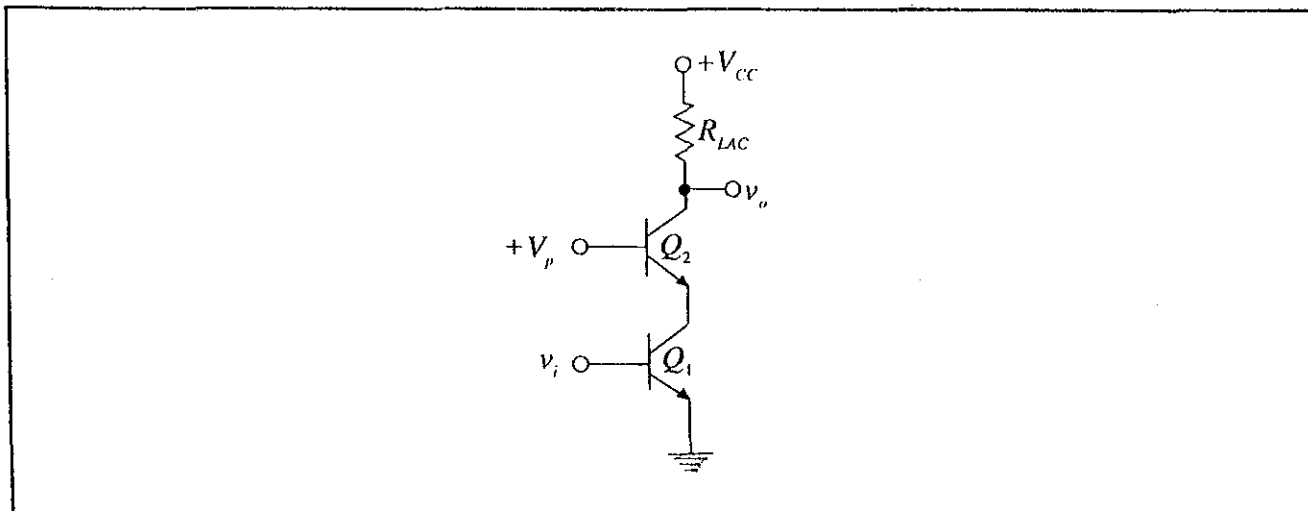
El Par Cascodo es un circuito de acoplamiento directo formado por una etapa de entrada en emisor común y una etapa de salida en base común.

La característica de resistencia de entrada alta la proporciona el emisor común, y la resistencia de salida alta y ganancia en voltaje elevada las proporciona el circuito en base común.

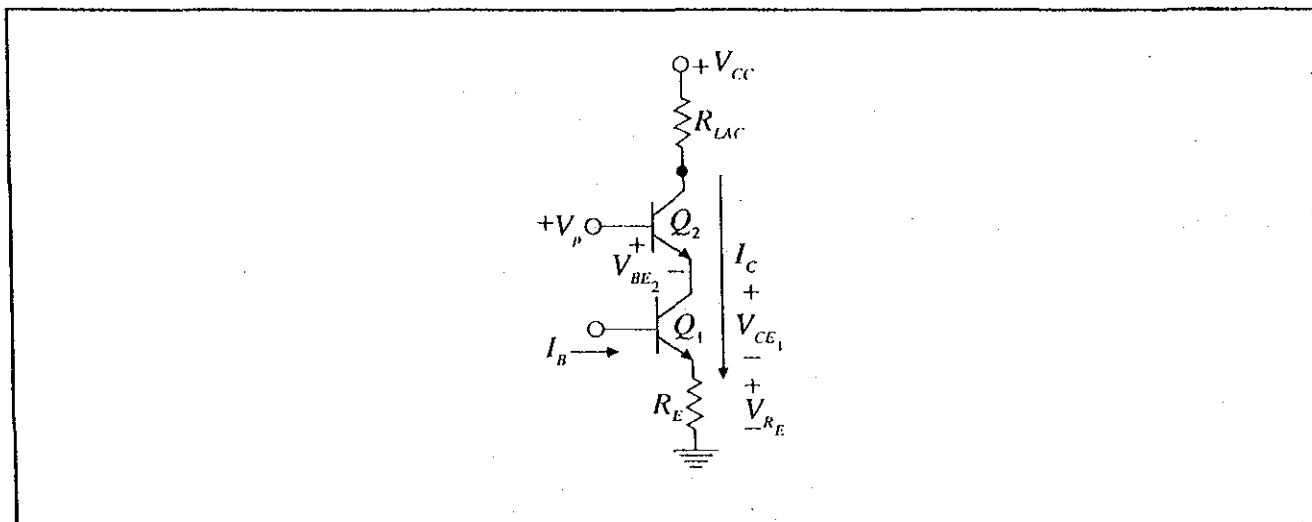
Como base común presenta un ancho de banda grande, entonces la etapa del emisor común deberá presentar también un ancho de banda grande, para lo cual se requiere que su ganancia en voltaje sea mínima (para el caso del Par Cascodo, la ganancia en voltaje del emisor común es  $A_v = -1.0$  para  $R_{LAC} \ll r_o$ ).



Circuito con transistores:



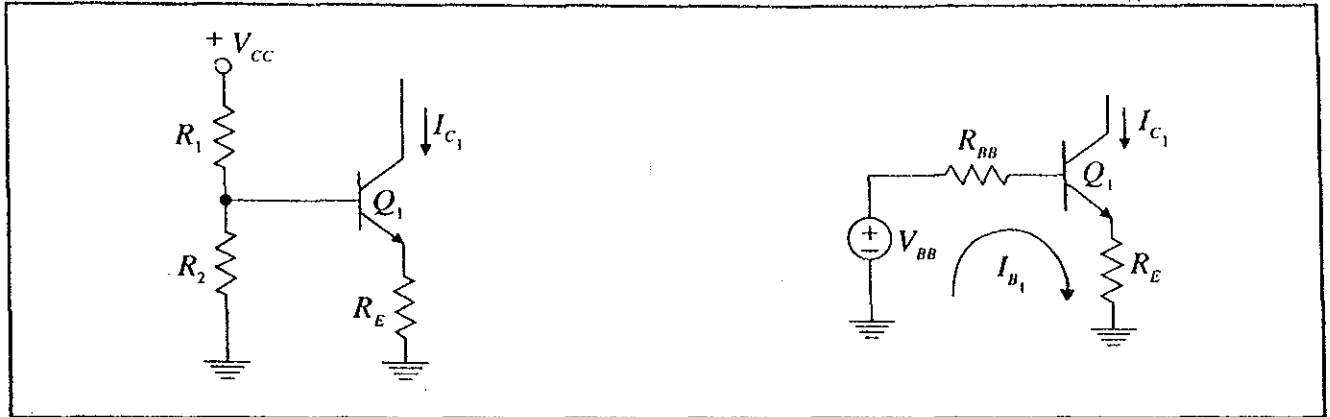
### IV.3 ANALISIS EN CD (POLARIZACION)



Del circuito se observa que los dos transistores manejan la misma corriente de colector  $I_C$  (suponiendo  $\beta_n \gg 1$ ), por lo que los valores de los parámetros del modelo híbrido  $\pi$  de los dos transistores son iguales.

Para polarizar el Par Cascodo, se fija la corriente  $I_C$  polarizando primero al transistor  $Q_1$  en emisor común por el método conocido ( $R_{BB} \ll \beta_n R_E$ ).

Del siguiente circuito para  $Q_1$ :



$$V_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

$$R_{BB} = R_1 \parallel R_2$$

Se obtiene la ecuación para  $I_{C_1}$ :

$$I_{B_1} = \frac{V_{BB} - V_{BE_{ON}}}{R_{BB} + (\beta + 1) R_E}$$

$$I_{C_1} = \frac{\beta (V_{BB} - V_{BE_{ON}})}{(\beta + 1) \left[ R_E + \frac{R_{BB}}{\beta + 1} \right]}$$

Ahora, haciendo que se cumpla que  $R_E \gg \frac{R_{BB}}{\beta}$  se obtiene lo siguiente:

$$I_{C_1} \approx \frac{(V_{BB} - V_{BE_{ON}})}{R_E}$$

O bien:

$$I_{C_1} \approx \frac{1}{R_E} \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} - V_{BE_{ON}} \right]$$

Como el transistor  $Q_1$  presenta una ganancia en voltaje de -1.0 (se demostrará más adelante), y si se aplica voltaje de pequeña señal en la base de  $Q_1$ , en su colector no habrá una variación muy grande de  $v_{CE_1}$ , por lo que el voltaje colector-emisor de polarización de  $Q_1$  ( $V_{CE_1}$ ) se puede fijar a un valor cercano a  $V_{CE_{SAT_1}}$ , para que el resto del voltaje disponible de la fuente de alimentación lo pueda aprovechar el transistor  $Q_2$ , el cual sí va a proporcionar toda la ganancia en voltaje del Par Cascodo.

Basándose en este criterio, se establece que el valor del voltaje de polarización  $V_p$  para  $Q_2$  debe cumplir con la condición:

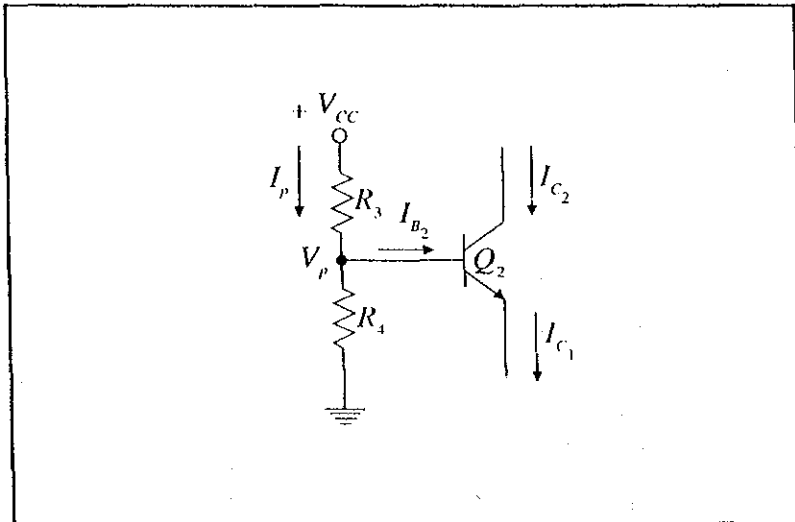
$$V_p \geq V_{BE_2} + V_{CE_{SAT_1}} + V_{R_E}$$

donde:

- $V_{BE_2}$  = Voltaje de encendido de la unión base-emisor de  $Q_2$  (0.6 V).
- $V_{CE_{SAT_1}}$  = Voltaje de colector-emisor de saturación de  $Q_1$  ( $\approx 0.6$  V).
- $V_{R_E}$  = Caída de tensión en la resistencia de emisor de  $Q_1$  ( $R_E$ ), si existe.

El circuito de polarización para  $Q_2$  se diseña tomando en cuenta que el valor de voltaje  $+ V_p$  debe ser independiente, lo más posible, de la conexión de la base del transistor  $Q_2$ . Esto se logra haciendo que la corriente  $I_p$  a través de las resistencias  $R_3$  y  $R_4$  sea mucho mayor que la corriente de base  $I_{B_2}$  de  $Q_2$ .

Del siguiente circuito para  $Q_2$ :



$$I_{B_2} = \frac{I_{C_2}}{\beta + 1}$$

$$I_p \gg I_{B_2}$$

Tomando un factor de 10 para relacionar  $I_p$  e  $I_{B_2}$ , se tiene:

$$I_p \geq 10 I_{B_2}$$

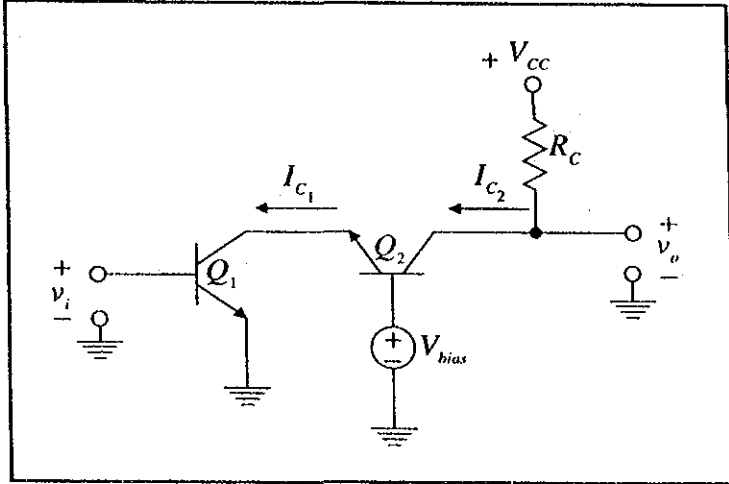
Por tanto, las ecuaciones para calcular  $R_3$  y  $R_4$  serán:

$$\frac{V_{CC}}{R_3 + R_4} \geq 10 \frac{I_{C_2}}{\beta} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} V_{CC} \geq V_{BE_2} + V_{CE_{SAT_1}} + V_{R_E} \dots\dots\dots (2)$$

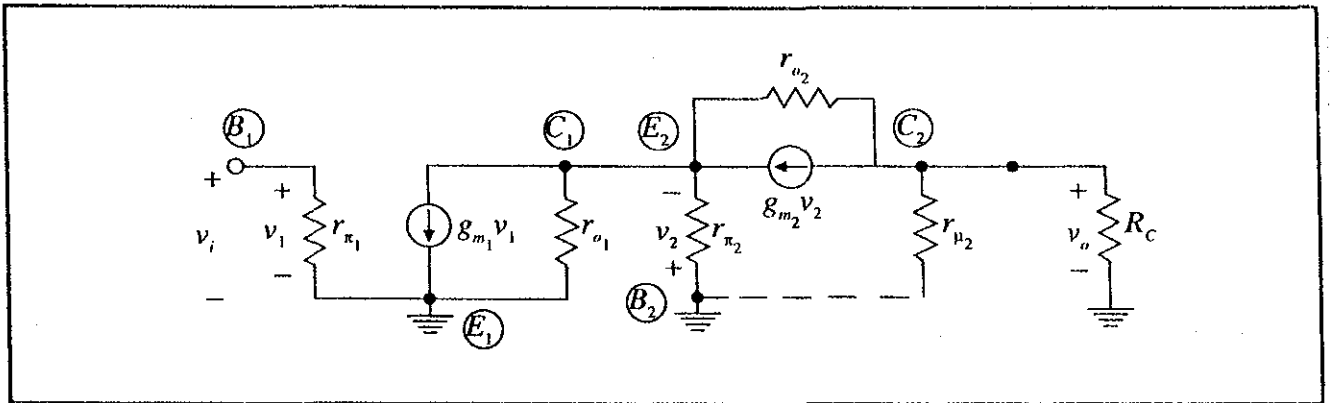
#### IV.4 ANALISIS EN PEQUEÑA SEÑAL

El análisis en pequeña señal consistirá en obtener el modelo para el circuito equivalente del Par Cascodo ( $r_{\pi EQ}, r_{o EQ}, g_{m EQ}$ ) en emisor común a partir del modelo completo del par.

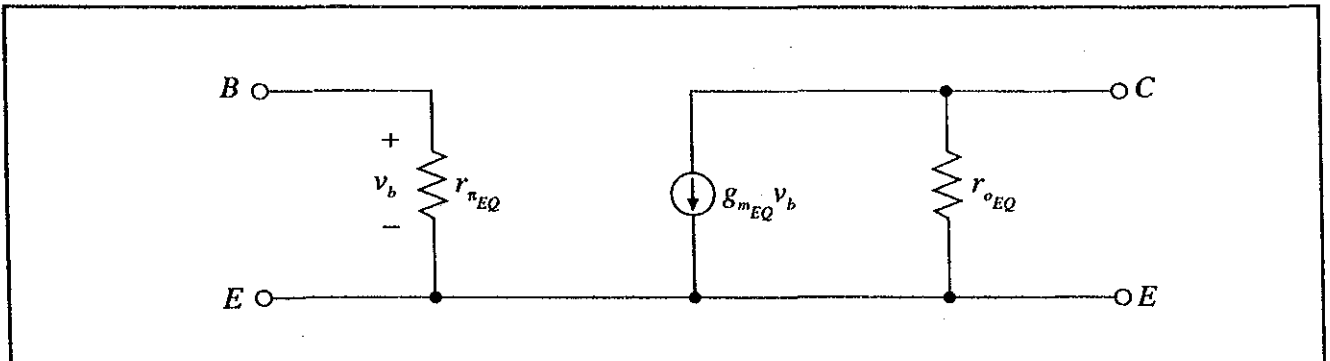


$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_2 = \beta_o \gg 1 \\ V_{A1} &= V_{A2} \\ I_{C2} &= I_{C1} \\ g_{m1} &= g_{m2} = g_m \\ r_{\pi1} &= r_{\pi2} = r_{\pi} \\ r_{o1} &= r_{o2} = r_o \\ r_{\mu1} &= r_{\mu2} = r_{\mu} \end{aligned}$$

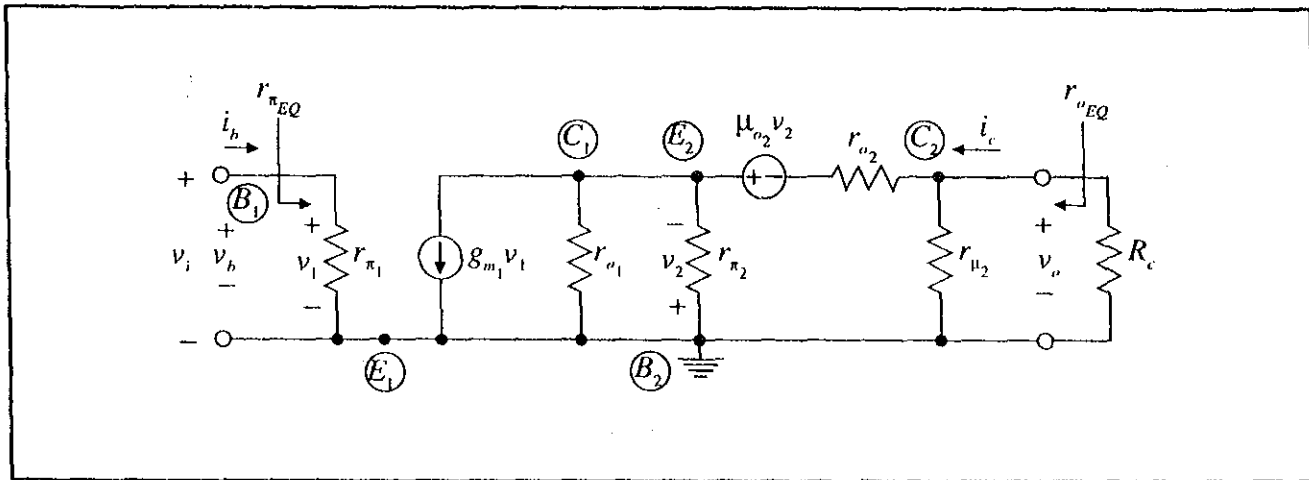
Considerando el modelo híbrido  $\pi$  CE para  $Q_1$  y  $Q_2$ :



A partir de este circuito se obtendrá el modelo siguiente para el circuito equivalente:



Redibujando el circuito original se tiene:



Cálculo de los parámetros del modelo híbrido  $\pi$  equivalente en configuración de Emisor Común

1)  $r_{\pi}$  equivalente:

$$r_{\pi EQ} = \frac{v_i}{i_b}$$

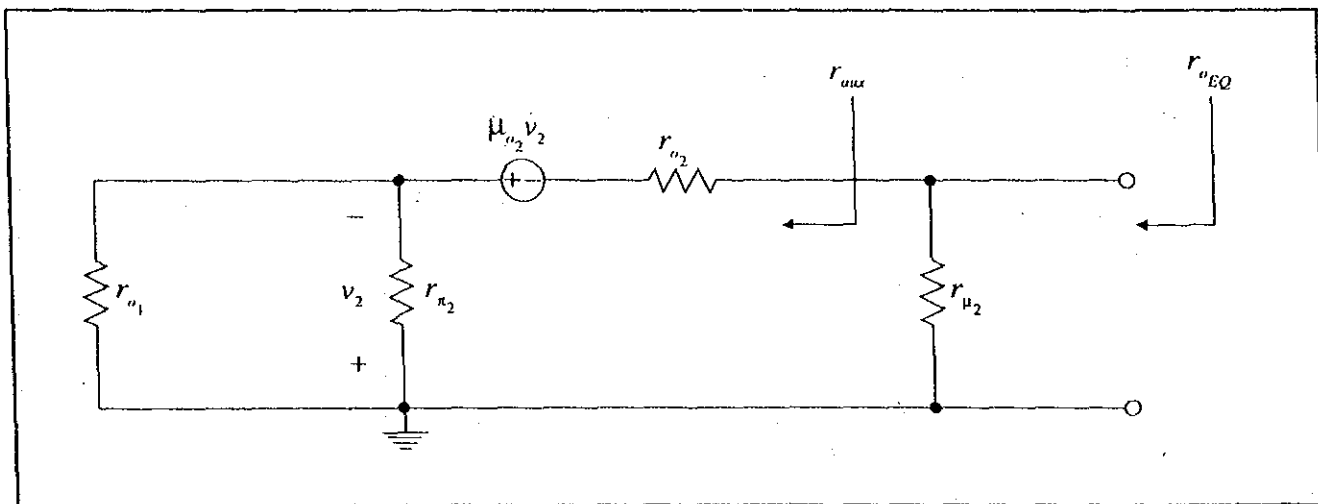
Por simple observación  $r_{\pi EQ} = r_{\pi_1} = r_{\pi}$

$$r_{\pi EQ} = r_{\pi}$$

2)  $r_o$  equivalente:

$$r_{o EQ} = \frac{v_o}{i_c}$$

Haciendo  $v_i = 0$ , entonces  $v_1 = 0$  y  $g_{m_1} v_1 = 0$  y el circuito se reduce a:



Por el MPA:

$$r_{aux} = r_{o2} + \frac{r_{o1} r_{\pi2} (1 + \mu_{o2})}{r_{o1} + r_{\pi2}} \longleftarrow \text{VALOR EXACTO}$$

Considerando  $\mu_{o2} \gg 1$ ,  $\mu_{o2} = g_{m2} r_{o2}$  y  $r_{o1} \gg r_{\pi2}$ , queda:

$$r_{aux} = r_{o2} + \frac{r_{o1} r_{\pi2} \mu_{o2}}{r_{o1}} = r_{o2} + r_{\pi2} g_{m2} r_{o2} = r_{o2} (1 + \beta_{o2}) = \beta_{o2} r_{o2}$$

$$r_{aux} = \beta_o r_o$$

Entonces:

$$r_{oEQ} = \beta_o r_o \parallel r_{\mu}$$

Ahora:

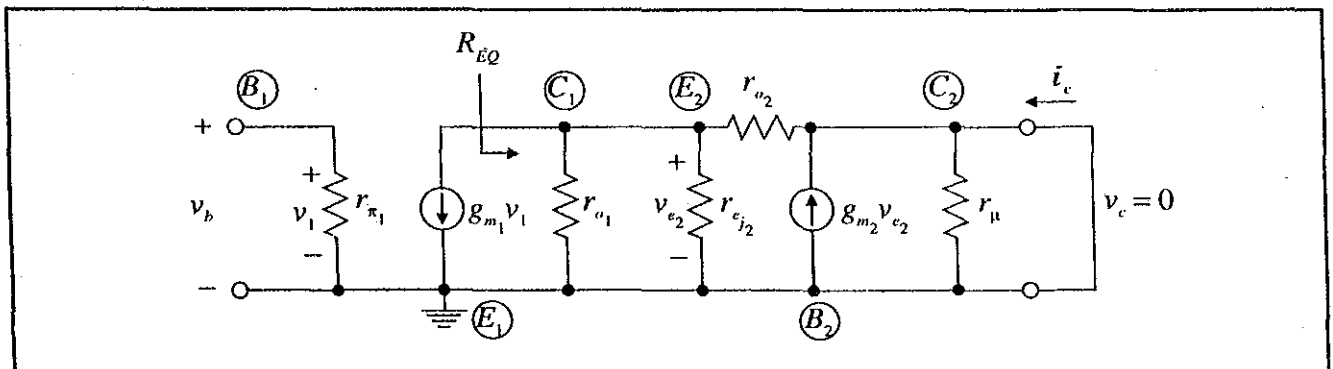
$$r_{oEQ} = \beta_o r_o \text{ si } r_{\mu} \gg \beta_o r_o$$

$$r_{oEQ} = \frac{\beta_o r_o}{2} \text{ si } r_{\mu} = \beta_o r_o$$

### 3) Transconductancia equivalente

$$g_{mEQ} = \left. \frac{i_c}{v_b} \right|_{v_c = 0}$$

Para el cálculo de la  $g_{mEQ}$  se prefiere considerar el modelo híbrido  $\pi$  CE para  $Q_1$  y el modelo híbrido  $\pi$  CB para  $Q_2$  (consultar el apéndice B), con lo cual se facilita el análisis.



Tomando  $v_b = v_1$  e  $i_c = i_{c_2} = -g_m v_{e_2}$  cuando  $v_c = 0$ .  
 Del circuito se observa que la carga del colector de  $Q_1$  es:

$$R_{EQ} = r_{o_1} \parallel r_{c_2} \parallel r_{o_2} = \frac{r_o}{2} \parallel r_{c_j}$$

pero  $r_{c_j} = \frac{1}{g_m} = \frac{r_\pi}{\beta_o} \ll r_o$ , entonces:

$$R_{EQ} = r_{c_j}$$

Por lo tanto:

$$v_{e_2} = -g_{m_1} R_{EQ} v_1 = -g_m r_{c_j} v_1 = -g_m \frac{1}{g_m} v_1 = -v_1$$

La amplificación de voltaje de  $Q_1$  es:

$$A_{v_1} = \frac{v_{e_2}}{v_1} = -1.0$$

Este valor de amplificación de voltaje de  $Q_1$  (emisor común) sólo es válido para el caso en que  $R_c \ll r_o$ . Si esto no se cumple, entonces el valor de la ganancia de voltaje de  $Q_1$  varía (no es -1.0). Ver el apéndice C para los casos en que  $R_{LAC} = r_o$  y  $R_{LAC} \gg r_o$ .

Continuando con el análisis:

$$i_1 = g_m v_{e_2} = -g_m (-v_1) = g_m v_1 = g_m v_b$$

Por lo tanto:

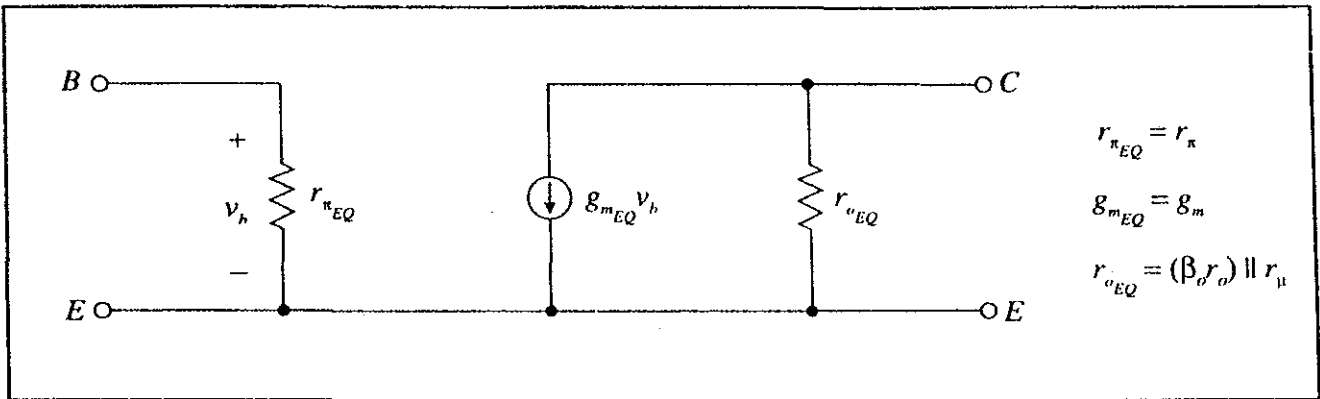
$$g_{m_{EQ}} = \left. \frac{i_c}{v_b} \right|_{v_c = 0} = \frac{g_m v_b}{v_b} = g_m$$

$$g_{m_{EQ}} = g_m$$

La transconductancia del circuito ( $g_{m_{EQ}}$ ) es igual a la transconductancia de cualquiera de los dos transistores  $Q_1$  o  $Q_2$ .



El modelo híbrido  $\pi$  equivalente para la configuración Cascodo es:



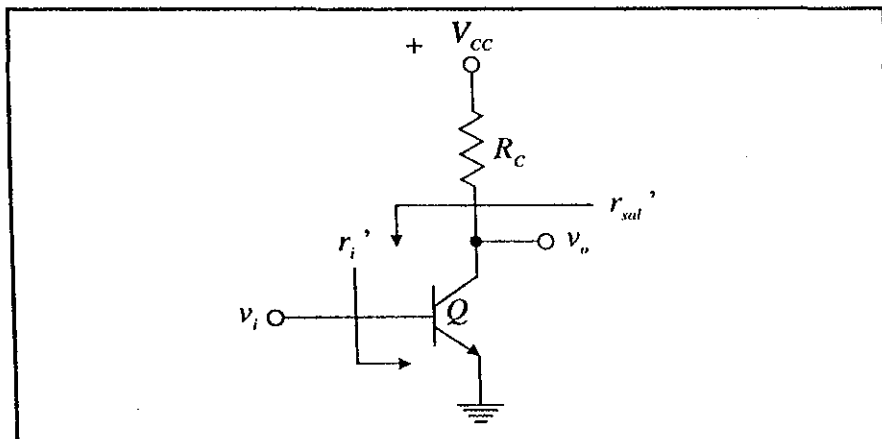
De este modelo se observa lo siguiente:

- 1) La resistencia de entrada del par es alta, igual al valor de la resistencia de entrada de la configuración de un solo transistor en emisor común.
- 2) La resistencia de salida del Par es muy alta comparada con el valor de la resistencia  $r_o$  del transistor  $Q_2$ . Esto se debe a que el emisor del transistor  $Q_2$  no se encuentra conectado a tierra, sino que tiene una resistencia (entre emisor y tierra) de valor  $r_o$ , la cual, junto con  $r_{\pi}$  y  $R_s$ , se reflejan hacia el colector de  $Q_2$ , produciendo así un valor muy grande para  $r_{o EQ}$ .
- 3) La transconductancia equivalente es igual a la transconductancia de cualquiera de los transistores, debido a que ambos transistores manejan la misma corriente de colector, la cual está controlada con el voltaje de la unión base-emisor ( $v_b$ ) del transistor  $Q_1$ .
- 4) Como no existe un trayecto de retroalimentación ( $C_{\mu}$ ) de la salida (colector) hacia la entrada (base) en el circuito equivalente, el Par Cascodo presenta una buena respuesta en frecuencia, es decir, tiene un ancho de banda grande.

#### IV.5 ANALISIS COMPARATIVO ENTRE UN EMISOR COMUN Y EL PAR CASCODO CE-CB

Para este análisis se considera que ambos circuitos se encuentran polarizados con una corriente de colector  $I_C = 1mA$ .

##### EMISOR COMUN



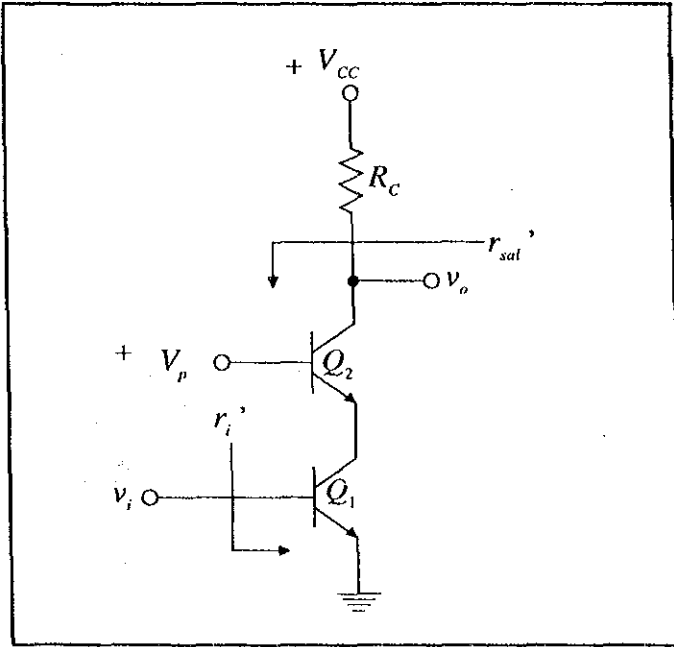
$I_C = 1mA$	$g_m = 40mA/V$
$V_A = 100V$	$r_{\pi} = 5K\Omega$
$V_T = 25mV$	$r_o = 100K\Omega$
$\beta_o = 200$	$r_{\mu}$
$R_C = 5K\Omega$	

$$r_i' = r_\pi = 5K\Omega$$

$$r_{sal}' = r_o = 100K\Omega$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m R_C = -200; (r_o \gg R_C)$$

### PAR CASCODO



$$I_C = 1mA$$

$$g_{m1} = g_{m2} = 40mA/V$$

$$V_A = 100V$$

$$r_{o1} = r_{o2} = 100K\Omega$$

$$V_T = 25mV$$

$$r_{\mu1} = r_{\mu2}$$

$$\beta_o = 200$$

$$r_{e1} = r_{e2} = 25\Omega$$

$$R_C = 5K\Omega$$

$$r_{\pi EQ} = r_\pi = 5K\Omega$$

$$g_{m EQ} = g_m = 40mA/V$$

$$r_{o EQ} = (\beta_o r_o) \parallel r_\mu = 20M\Omega \parallel r_\mu$$

$$r_i' = r_{\pi EQ} = 5K\Omega$$

$$r_{sal}' = r_{o EQ} = 20M\Omega \parallel r_\mu$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_{m EQ} R_C = -200; (r_{o EQ} \gg R_C)$$

De los resultados anteriores se observa lo siguiente:

- 1)  $r_i'$  y  $A_v$  tienen el mismo valor para los dos circuitos.
- 2)  $r_{sal}'$  es mucho mayor para el Par Cascodo que para el emisor común.
- 3) El ancho de banda del Par Cascodo es mayor que el del emisor común, debido a que la etapa de emisor común del Par Cascodo tiene ganancia de -1.0, con lo cual su ancho de banda es grande.

La función de  $Q_1$  es la de proporcionar una impedancia de entrada grande, mientras que  $Q_2$  tiene la función de proporcionar una impedancia de salida alta, con lo cual se puede lograr también una ganancia en voltaje elevada (recuérdese que el Par Cascodo se comporta como un amplificador de transconductancia).

#### IV.6 CIRCUITOS CON CARGAS ACTIVAS

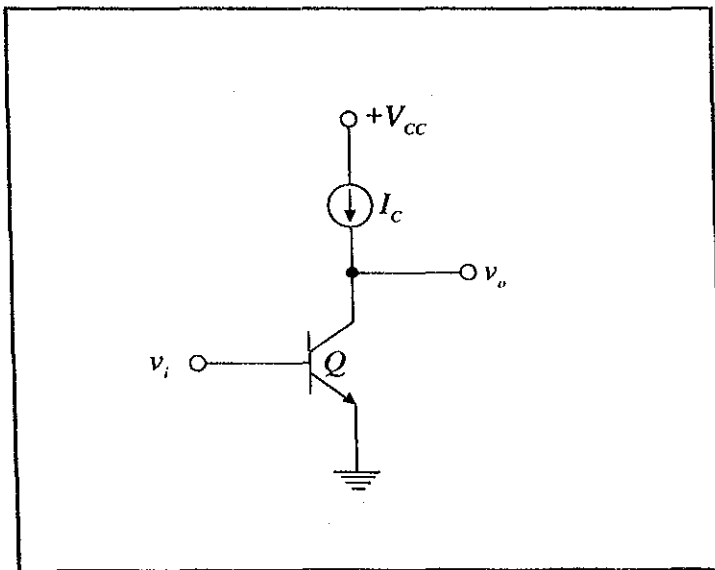
En algunos sistemas electrónicos se requiere obtener ganancias elevadas (de voltaje o corriente) para mejorar las características del mismo, como en el caso de los sistemas retroalimentados, en los cuales, al tener una ganancia de lazo elevada, el sistema mejora en su respuesta en frecuencia, distorsión, no linealidad, impedancias de entrada y salida, variaciones de  $V_{CC}$ , etc. Como ejemplo, los amplificadores operacionales tienen una etapa de amplificación de voltaje diferencial (con una ganancia muy elevada  $A_v \rightarrow \infty$ ).

Tanto en el circuito de emisor común como en el Par Cascodo, para lograr obtener las ganancias máximas de éstos, se necesitarían emplear resistencias físicas de carga de valor muy alto  $R_{LAC} \gg r_o$  o  $R_{LAC} \gg \beta_o r_o$ . Esto traería como consecuencia la necesidad de emplear valores muy altos de la fuente de alimentación  $V_{CC}$  debido a la gran caída de tensión que se produciría en la resistencia de colector (en CD).

Este problema se puede resolver utilizando fuentes de corriente como cargas activas en los circuitos. La característica de las fuentes de corriente es que presentan una resistencia de valor muy elevado en CA, con pequeñas caídas de tensión entre sus terminales en CD. Una fuente de corriente ideal puede soportar cualquier caída de tensión entre sus terminales y presenta una resistencia infinita a las señales de CA.

Considerando fuentes de corriente ideales, las ganancias en voltaje máximas que tendrían las configuraciones de emisor común y Par Cascodo serían:

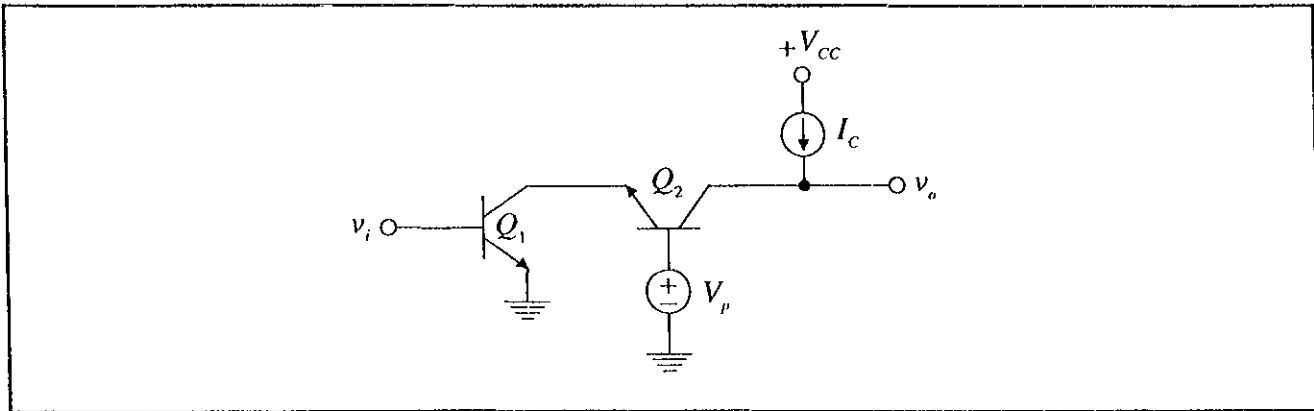
#### EMISOR COMUN CON CARGA ACTIVA



para  $g_m = 40\text{mA/V}$  y  $r_o = 100\text{K}\Omega$

$$A_{v_{MAX}} = -g_m r_o = -\mu_o \quad (-4000)$$

## PAR CASCODO CON CARGA ACTIVA



Para  $g_m = 40\text{mA/V}$ ,  $r_o = 100\text{K}\Omega$  y  $\beta_o = 200$  :

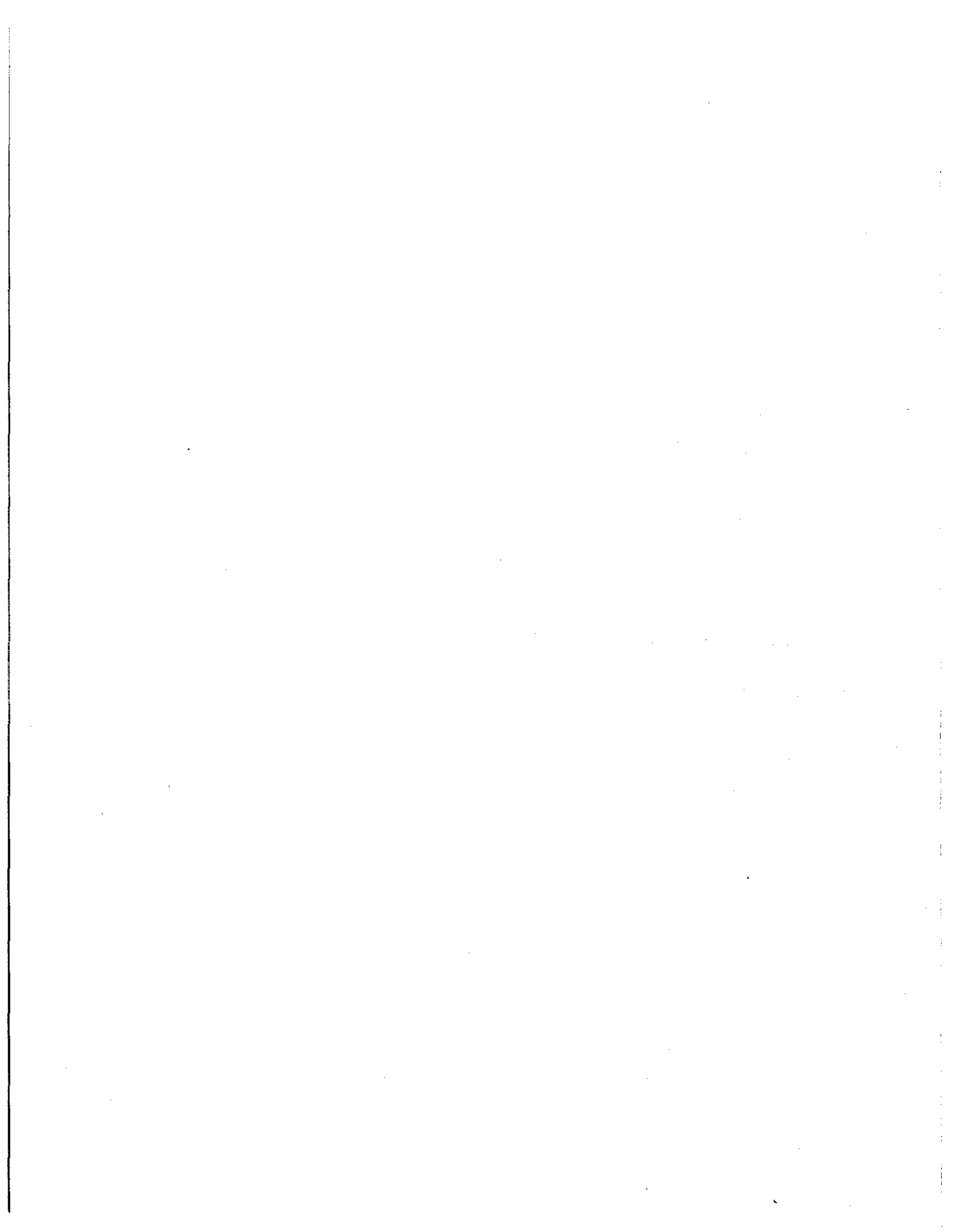
Si  $r_\mu \gg \beta_o r_o$  :

$$A_{v_{MAX}} = -g_m \beta_o r_o = -\beta_o \mu_o \quad (-800,000)$$

Si  $r_\mu = \beta_o r_o$  :

$$A_{v_{MAX}} = -g_m \frac{\beta_o r_o}{2} = -\frac{\beta_o r_o}{2} \quad (-400,000)$$

Sin embargo, las fuentes de corriente reales construidas con transistores, presentan resistencias de valor finito a las se\u00f1ales de CA, por lo que la ganancia en voltaje m\u00e1xima que se puede obtener con estos circuitos, se ver\u00e1 afectada por la resistencia asociada a las fuentes de corriente como cargas activas.



**CAPITULO V**  
**CIRCUITOS DE CORRIENTE**  
**CONSTANTE**



## V.1 INTRODUCCION

Las Fuentes de Corriente (reguladores) con transistores tienen dos usos principales en los circuitos integrados analógicos:

### 1) Como Elementos de Polarización

Son más económicos que los resistores en términos del área de integración, particularmente cuando el valor de la corriente de polarización es pequeña. Es insensible a las variaciones de la fuente de alimentación (voltaje) y a las variaciones de temperatura.

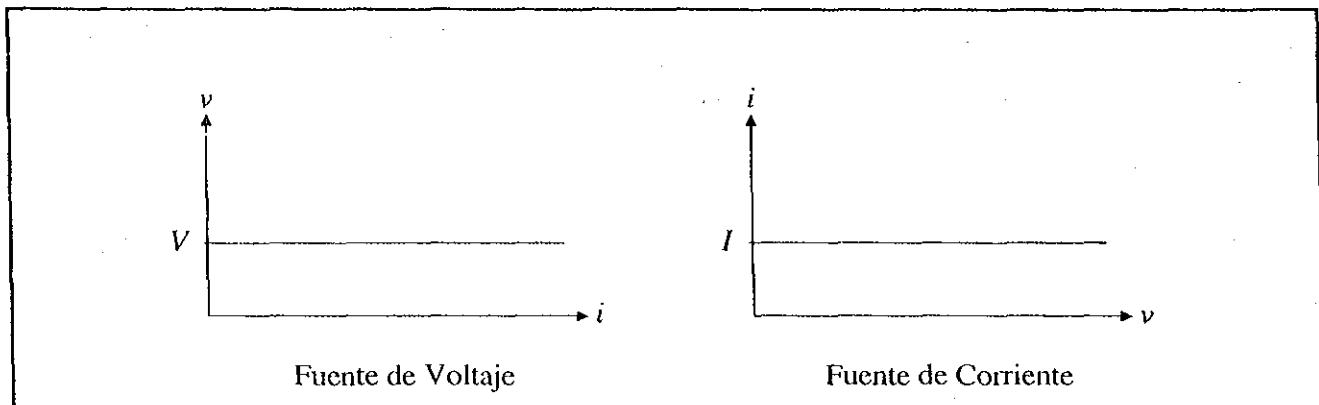
### 2) Como Dispositivos de Carga en Etapas de Amplificación (Cargas Activas)

La resistencia incremental de la Fuente de Corriente es muy alta, lo cual permite tener ganancias de voltaje elevadas con bajos voltajes de alimentación.

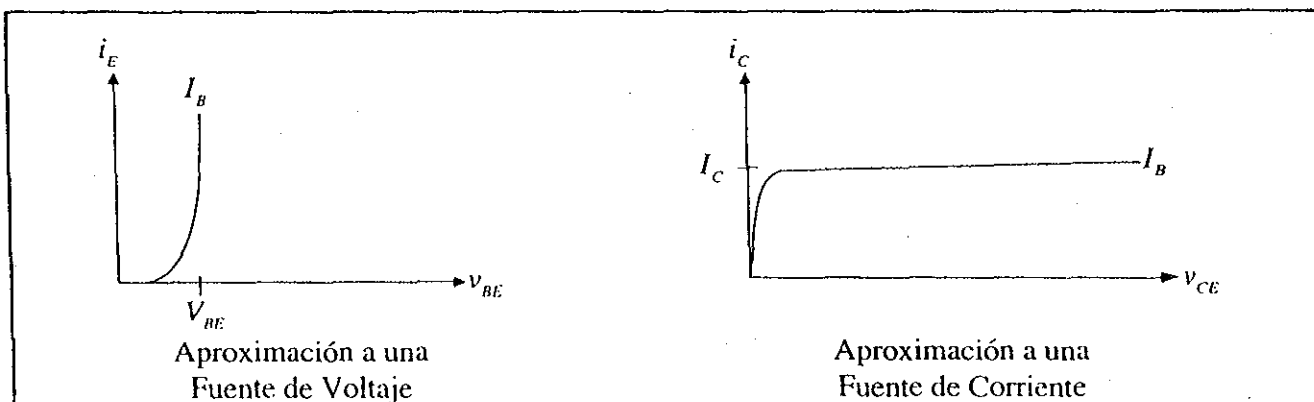
Una **Fuente de Voltaje** es un elemento natural que se puede generar por química o por mecánica.

Una **Fuente de Corriente** no existe. Existen **Reguladores de Corriente** que emplean generación de voltaje como fuente de energía primaria.

Las características ideales para una Fuente de Voltaje y para una Fuente (Regulador) de corriente se muestran a continuación:

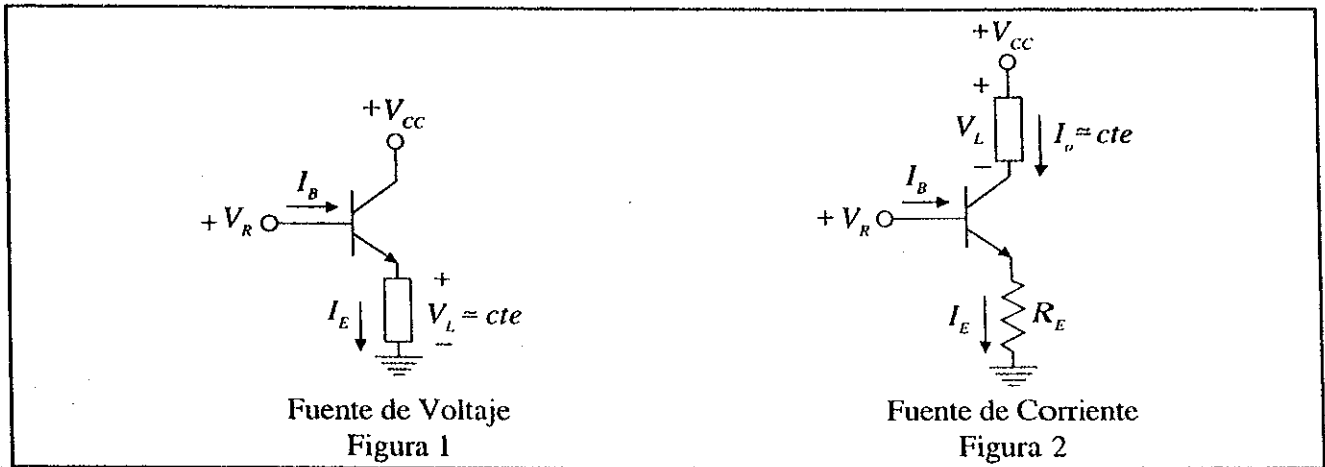


Para construir dichas fuentes, se pueden emplear transistores bipolares de unión, ya que las características de éste se aproximan bastante a las características ideales de las fuentes. Obsérvense las características de  $i_E$  vs  $v_{BE}$  y de  $i_C$  vs  $v_{CE}$  como aproximaciones a las características ideales de las Fuentes de Voltaje y Corriente respectivamente.





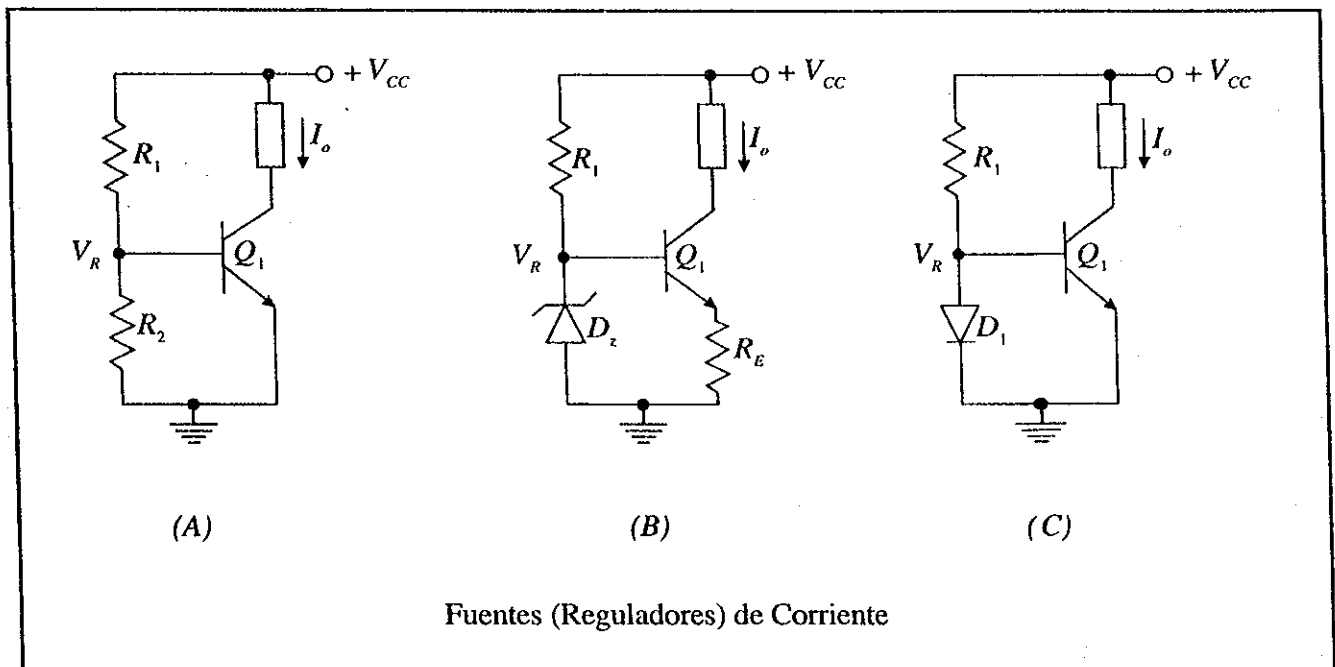
De lo anterior se observa que si la carga en un circuito con transistores se encuentra conectada en el emisor, el transistor se comporta como Fuente de Voltaje (ver la figura 1); y si la carga se encuentra en el colector, el transistor se comportará como un Regulador de Corriente (ver la figura 2).



Para ambos circuitos se requiere de un voltaje de referencia  $V_R$ . El transistor se emplea para transformar los niveles de corriente que maneja la carga respecto a la corriente ( $I_B$ ) que se demanda del voltaje de referencia ( $V_R$ ). Esto es, al demandar un nivel bajo de corriente al voltaje de referencia, se asegura que el valor de éste permanezca lo más constante posible, permitiendo obtener así una buena regulación del voltaje en la carga ( $V_L$ ) o de la corriente en la carga ( $I_o$ ).

Uno de los problemas que se presenta en los dos circuitos anteriores, es lograr un voltaje de referencia constante, independiente de las variaciones de  $V_{CC}$ ,  $h_{FE}$ , temperatura, etc.

Algunos circuitos que permiten lograr un voltaje de referencia a partir de la fuente de alimentación se muestran a continuación.

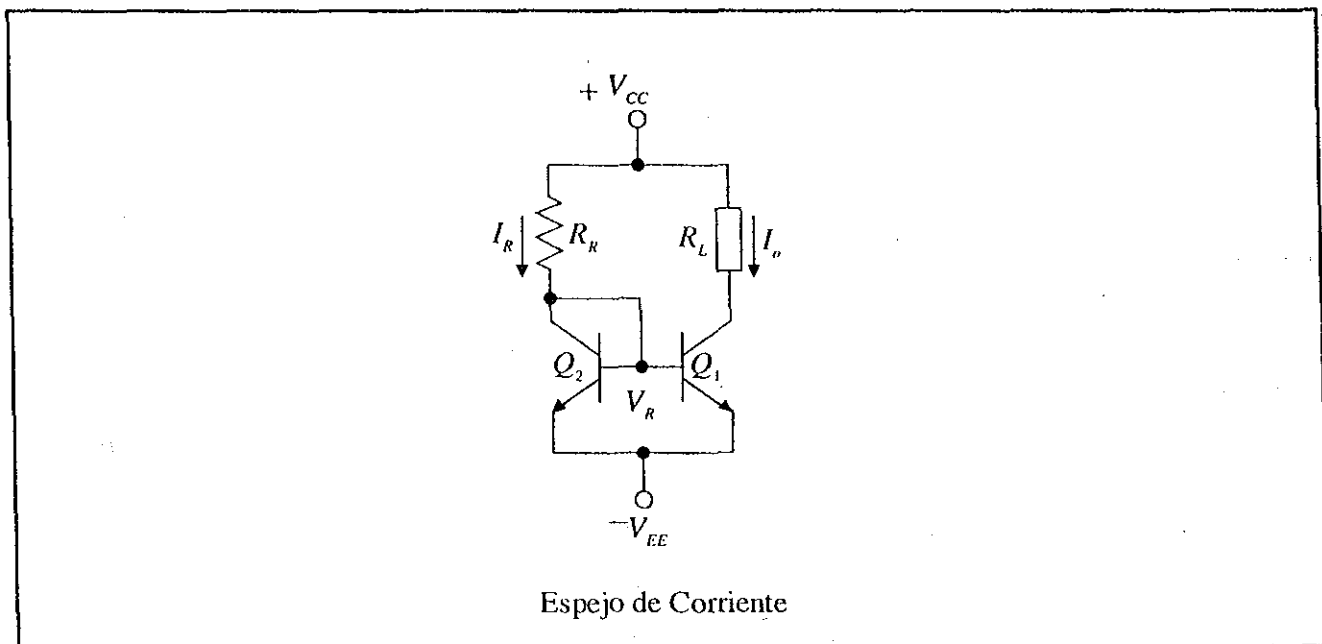


En el circuito (A),  $V_R$  es sensible a las variaciones de  $V_{CC}$ ,  $h_{FE}$  y temperatura.

En el circuito (B),  $V_R$  y  $V_{BE}$  presentan distinta variación respecto a la temperatura.

En el circuito (C) se presenta el mismo problema que tiene el circuito (B), a menos que el diodo  $D_1$  presente las mismas características de la unión BE del transistor.

Si el diodo  $D_1$  en el circuito (C) se sustituye por una unión base-emisor de un transistor  $Q_2$  que sea idéntico al transistor  $Q_1$ , entonces el Regulador de Corriente será insensible a las variaciones de temperatura, pues el voltaje de referencia  $V_R$ , producido por la unión BE del transistor  $Q_2$ , compensará las variaciones producidas en la unión BE del transistor  $Q_1$ . Un ejemplo de este circuito es el Espejo de Corriente.



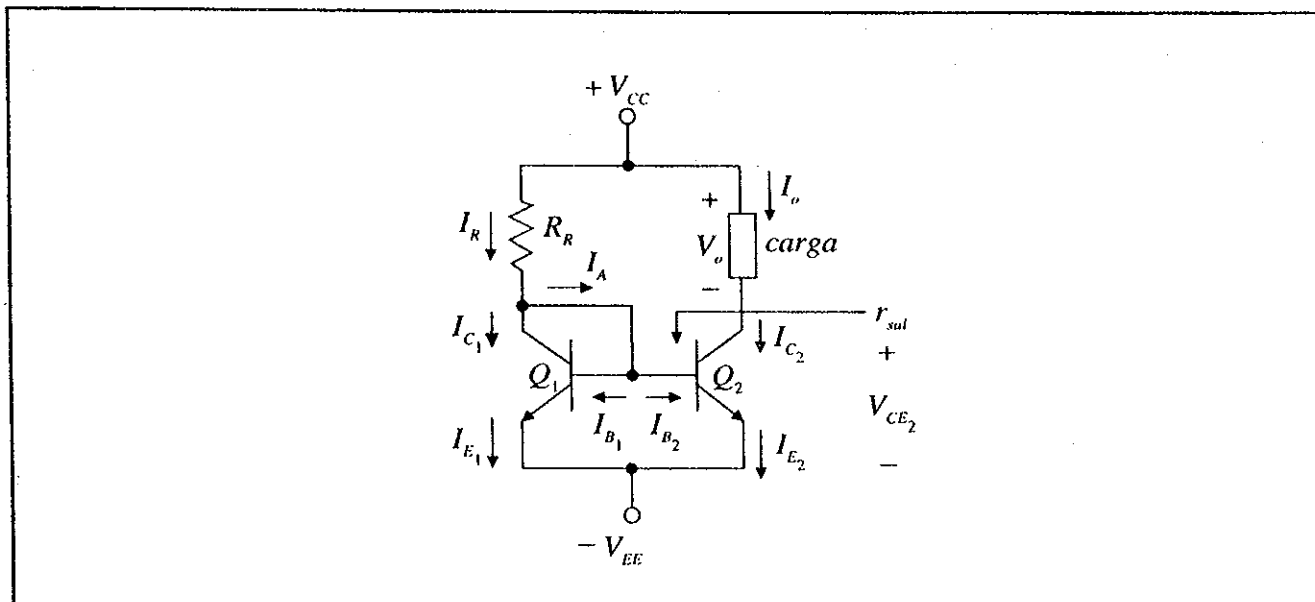
## V.2 ESPEJO DE CORRIENTE

En este circuito, el voltaje de referencia se genera mediante la caída de tensión en la unión base-emisor del transistor  $Q_2$ . En la rama formada por la resistencia  $R_R$  y el transistor  $Q_2$  fluye una corriente de referencia  $I_R$ , que se **reflejará** a la rama formada por la carga y el transistor  $Q_1$  como una corriente  $I_o$ . Por esta razón al circuito se le llama **Espejo de Corriente**.

El valor de la corriente de salida  $I_o$  puede ser insensible a variaciones de las fuentes de alimentación (si  $V_{CC} - (-V_{EE}) \gg V_{BE}$ ) y a variaciones de  $\beta$  y temperatura (si  $Q_1$  es idéntico a  $Q_2$  y  $\beta \gg 1$ ).

A continuación se presentan los análisis en CD y en CA para el Espejo de Corriente.

### V.2.1 Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]



Suponiendo que  $Q_1$  y  $Q_2$  son idénticos:

$I_{s1} = I_{s2}$ , corrientes de saturación inversa

$\beta_1 = \beta_2 = \beta_o \gg 1$  ( $\beta_f = \beta_o$ )

queda:

$$I_A = I_{B1} + I_{B2} = 2 \frac{I_{C1}}{\beta_o}; \quad I_o = I_{C2}; \quad V_{BE1} = V_{BE2}$$

Sumando corrientes en el colector de  $Q_1$ :

$$I_R - I_{C1} - \frac{2I_{C1}}{\beta_o} = 0 \Rightarrow \boxed{I_{C1} = \frac{I_R}{1 + \frac{2}{\beta_o}} = I_{C2} = I_o} \quad (1)$$

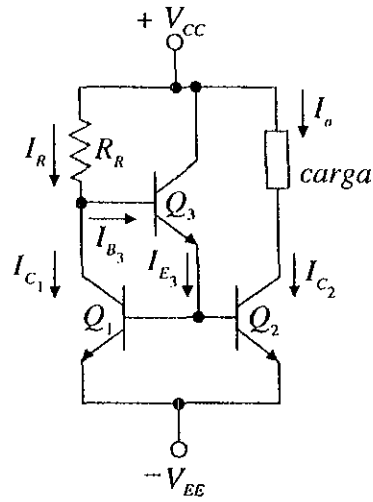
Si  $\beta_o \gg 1$  entonces:

$$\boxed{I_{C2} \approx I_R = \frac{V_{CC} - (-V_{EE}) - V_{BE1}}{R_R}}$$

Este circuito se utiliza en circuitos monolíticos, en los cuales se puede lograr que los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$  sean idénticos.

Si el valor de  $\beta_o$  no es mucho mayor que 1, entonces de la ecuación (1) se observa que  $I_o = I_{C2} \neq I_R$ .

Para reducir este error si los transistores no tienen una  $\beta_o$  muy alta, se emplea el siguiente circuito:



En el colector de  $Q_1$  se obtiene:

$$I_R = I_{C_1} + I_{B_3}$$

pero:

$$I_{B_3} = \frac{I_{E_3}}{\beta_n + 1} = \frac{2(I_{C_2}/\beta_n)}{\beta_n + 1} = \frac{2}{\beta_n(\beta_n + 1)} I_{C_2}$$

entonces:

$$I_R = I_{C_1} + \frac{2}{\beta_n(\beta_n + 1)} I_{C_2}$$

Pero como  $Q_1 \equiv Q_2$  y  $V_{BE_1} = V_{BE_2}$ , se cumple que  $I_{C_1} = I_{C_2} = I_o$  y resulta:

$$I_o = I_{C_2} = \frac{I_R}{1 + \frac{2}{\beta_n^2 + \beta_n}}$$

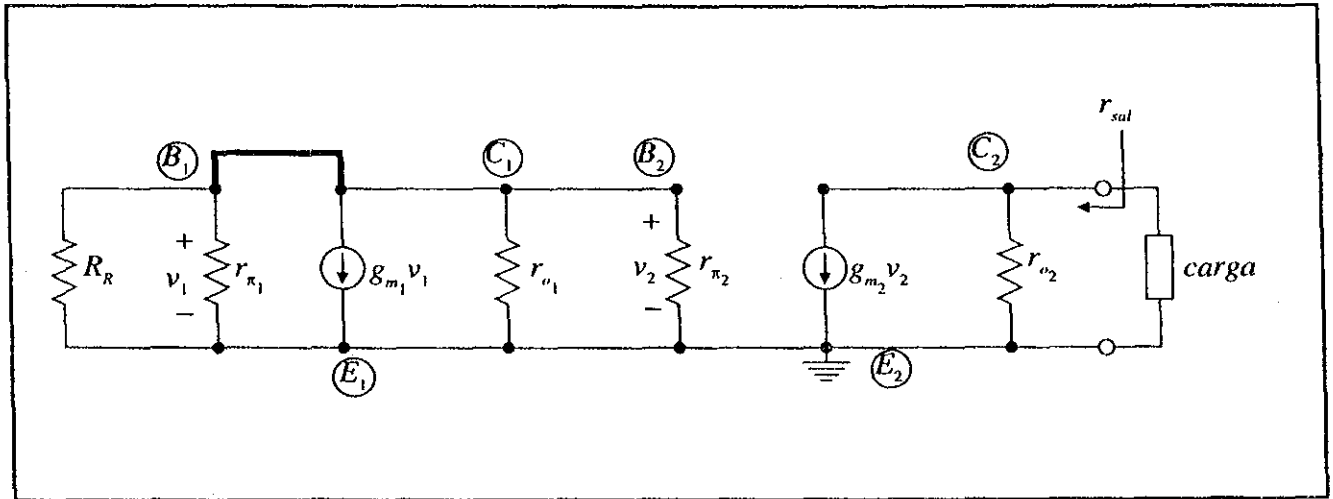
$I_o$  difiere en un factor de  $2/(\beta_n^2 + \beta_n)$  de la  $I_R$ . Aun cuando  $\beta_n$  no sea muy alta, se puede considerar que:

$$I_o \approx I_R$$

En algunos circuitos, como en este caso, se utilizan dos fuentes de alimentación:  $+V_{CC}$  y  $-V_{EE}$ . Esto se hace así con el objeto de poder realizar **acoplamiento directo** con otros circuitos.

### V.2.2 Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]

Dibujando el circuito de pequeña señal del Espejo de Corriente original, se obtiene lo siguiente:



Como el emisor de  $Q_2$  está conectado a tierra y como  $v_1 = v_2 = 0$ , entonces:

$$r_{sal} = r_{o2} = r_o$$

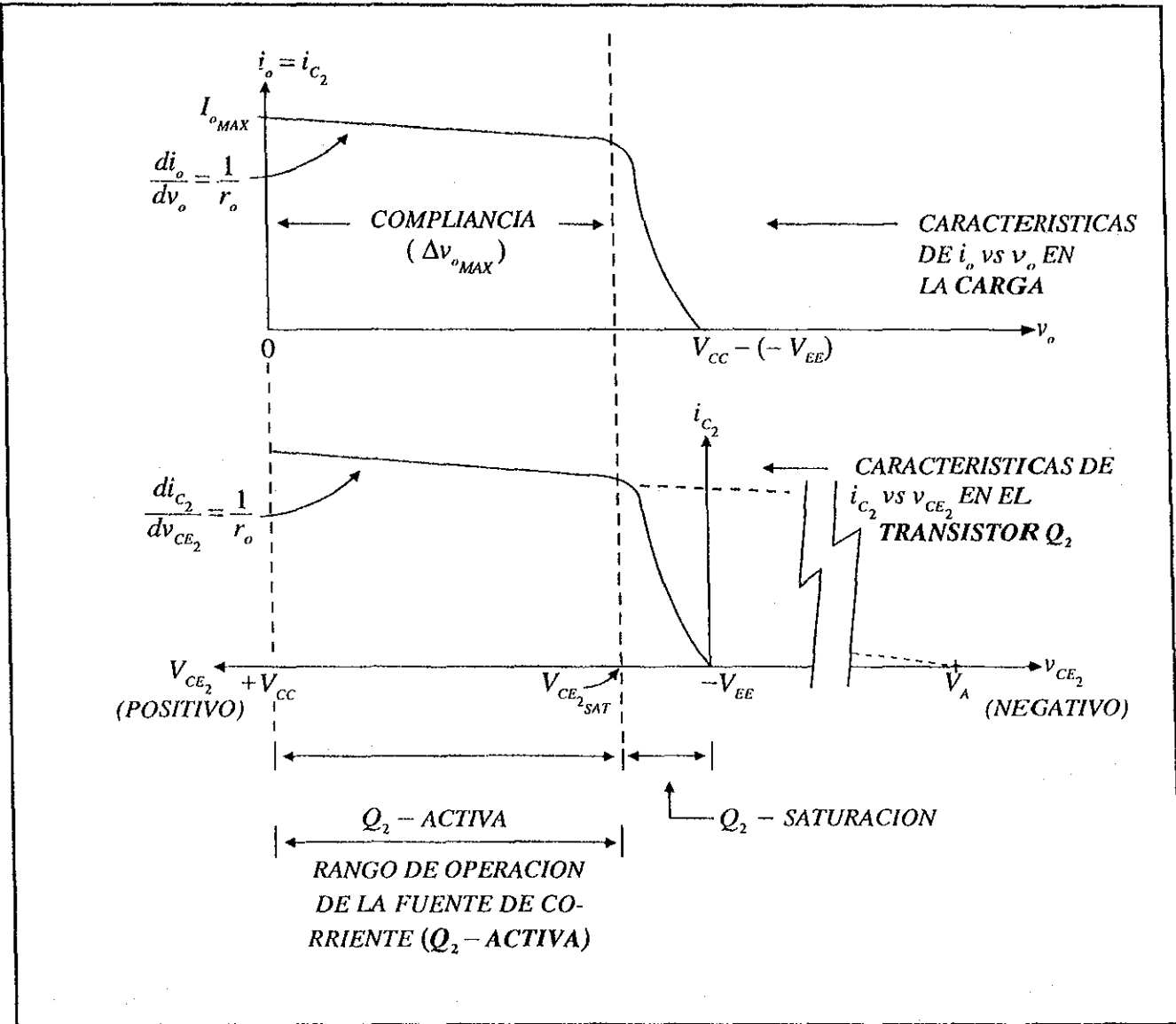
Si  $I_o = 1mA$  y tomando los demás valores de referencia:  $r_{sal} = r_o = 100K$ .

### V.3 CARACTERISTICAS DE LA FUENTE DE CORRIENTE

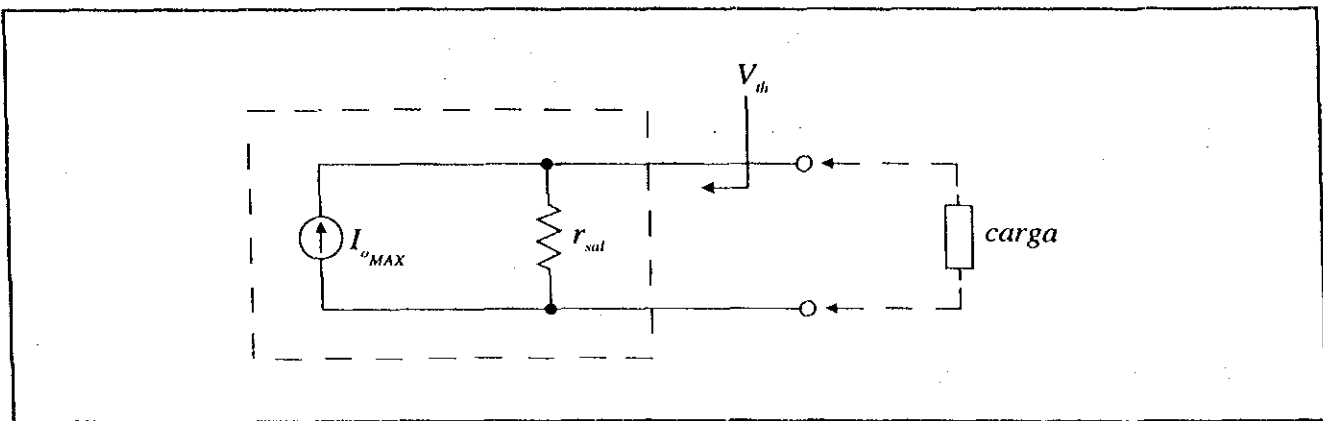
Para los Reguladores de Corriente, se definen cuatro características principales: **Compliancia**, **Rango de Operación**, **% de Regulación** y **Figura de Mérito**.

A continuación se presenta la definición de cada una de ellas, basándose en el análisis del Espejo de Corriente presentado anteriormente.

Las gráficas para  $i_o$  vs.  $v_o$  e  $i_{c2}$  vs.  $v_{CE2}$  para el circuito del Espejo de Corriente, se muestra a continuación:



El Espejo de Corriente se puede modelar como:



A partir de las gráficas anteriores y del modelo de la Fuente, se definen las siguientes características:

### 1) Compliancia

Es el máximo incremento de voltaje  $v_o$  que se puede generar en la carga ( $\Delta v_{o_{MAX}}$ ) sin que el circuito pierda su funcionamiento como **Regulador de Corriente**. Para lograr esto se necesita que los transistores que forman la fuente se mantengan operando en la región de **activa directa**.

Para el Espejo de Corriente anterior, la compliancia es:

$$\text{Compliancia} = (+V_{CC}) - (V_{CE_{2SAT_{EOS}}}) - (-V_{EE})$$

### 2) Rango de Operación

El Rango de Operación para la Fuente de Corriente se define como el **intervalo de voltajes** dentro del cual, los transistores que forman la Fuente de Corriente operan en la **región de activa directa**.

Para el circuito anterior, este rango sería:

$$\text{Rango de Operación: } [(-V_{EE} + V_{CE_{2SAT_{EOS}}}), (+V_{CC})]$$

### 3) % de Regulación

Es el porcentaje de variación de la corriente de salida respecto a la corriente  $I_{o_{MAX}}$ , cuando se conecta una carga al Regulador de Corriente.

$$\% \text{ de Regulación} = \frac{I_{o_{MAX}} - I_{o \text{ CON CARGA}}}{I_{o_{MAX}}} \cdot 100\%$$

### 4) Figura de Mérito

La Figura de Mérito se define como el voltaje de Thevenin del Regulador de Corriente a circuito abierto. Entre más alto es el valor de la Figura de Mérito, son mejores las características del Regulador: mayor  $r_{sal}$ , mejor regulación, etc.

Para el Espejo de Corriente anterior, la figura de mérito es:

$$\text{Figura de Mérito} = V_{th} = I_{o_{MAX}} r_{sal}$$

Como:  $I_{o_{MAX}} = I_{C_2}$  y  $r_{sal} = r_o$ , entonces:

$$V_{th} = I_{C_2} r_o = I_{C_2} \frac{V_A}{I_{C_2}} = V_A$$

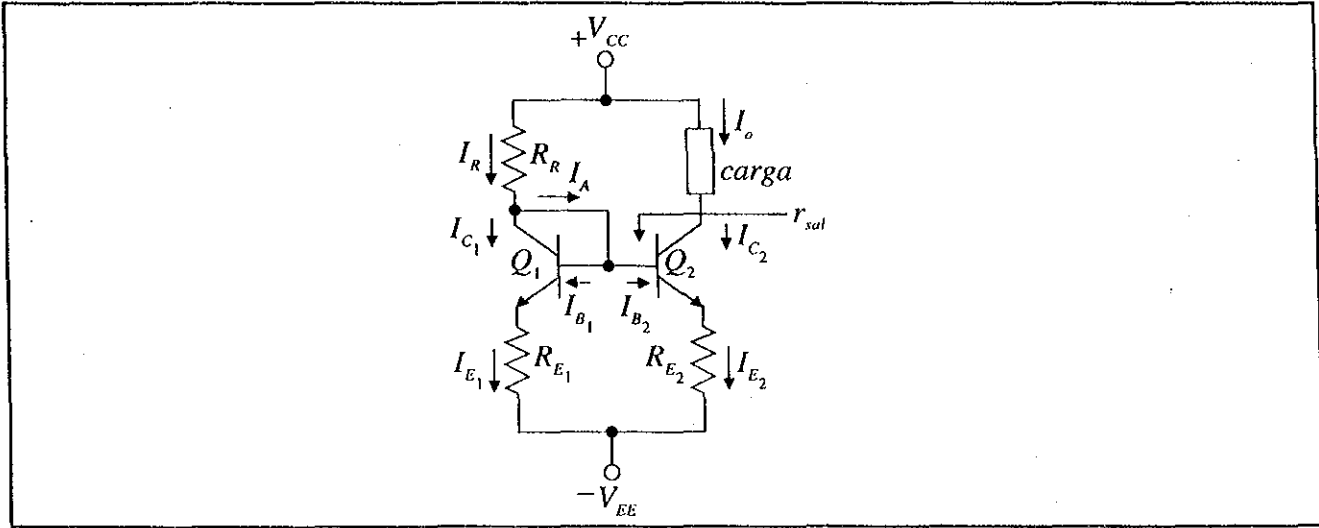
$$V_{th} = V_A$$

Tomando los valores de referencia  $V_{th} = V_A = 100V$ .

## V.4 ESPEJO DE CORRIENTE MEJORADO

Para mejorar las características del Espejo de Corriente, se puede aumentar el valor de la resistencia de salida incluyendo resistencias en los emisores de los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$ . Esto permite mejorar el % de Regulación y la Figura de Mérito de la Fuente.

### V.4.1 Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]



Se supone, solamente:

$$\beta_1, \beta_2 \gg 1$$

Entonces:

$$I_R \approx I_{C1} = I_{E1}, I_o \approx I_{C2} = I_{E2}$$

En la malla formada por las junturas BE de  $Q_1$  y  $Q_2$  y las resistencias de emisor:

$$V_{BE1} + R_{E1} I_{E1} - R_{E2} I_{E2} - V_{BE2} = 0$$

$$V_{BE1} + R_{E1} I_R - R_{E2} I_o - V_{BE2} = 0$$

$$R_{E1} I_R - R_{E2} I_o = V_{BE2} - V_{BE1}$$

Si se tiene:  $R_{E1} \approx R_{E2}$ , entonces  $I_R \approx I_o$ ,  $I_{C1} \approx I_{C2}$  y  $V_{BE1} \approx V_{BE2}$ .

Por tanto:  $V_{BE2} - V_{BE1} \rightarrow 0$ , son valores muy próximos entre sí.

Como consecuencia:

$$R_{E1} I_R - R_{E2} I_o = 0 \Rightarrow I_o = \frac{R_{E1}}{R_{E2}} I_R$$



Donde:

$$I_R = \frac{V_{CC} - (-V_{EE}) - V_{BE_1}}{R_R + R_{E_1}}$$

El funcionamiento de este circuito prácticamente no depende de los transistores siempre y cuando:

- A)  $Q_1$  y  $Q_2$  sean razonablemente parecidos (del mismo tipo).
- B) No haya diferencia de temperatura entre  $Q_1$  y  $Q_2$ .
- C) La razón  $R_{E_1}/R_{E_2}$  no sea extremadamente grande o pequeña.

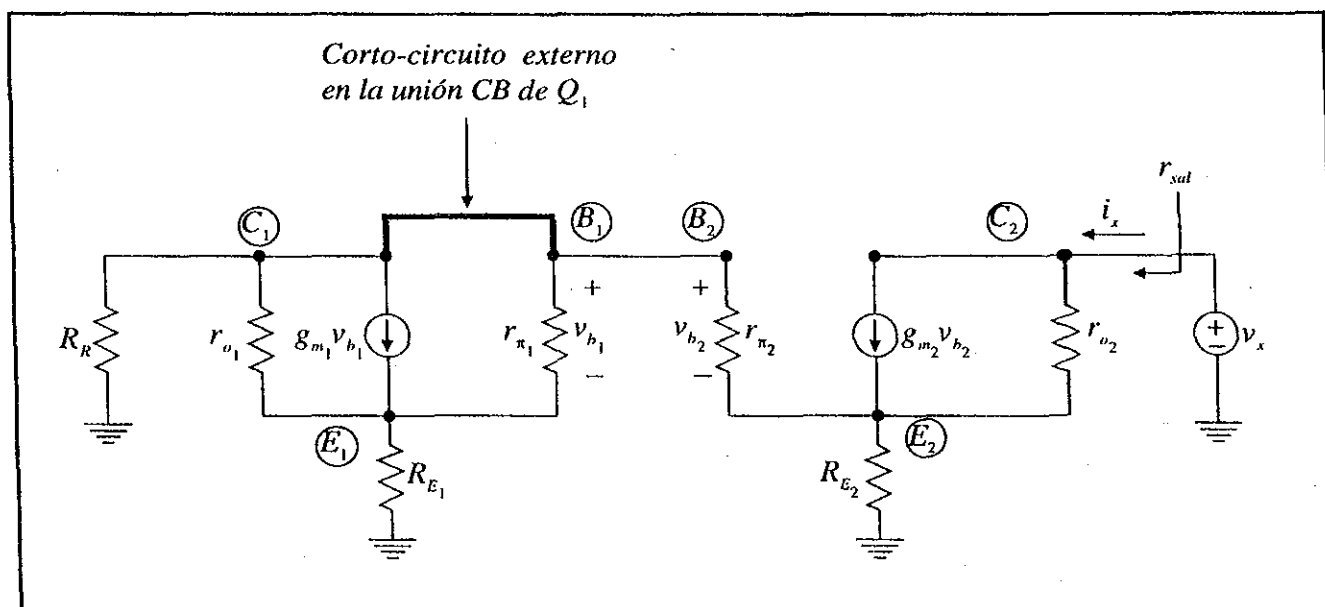
En la práctica:

$$0.2 \leq \frac{R_{E_1}}{R_{E_2}} \leq 5.0$$

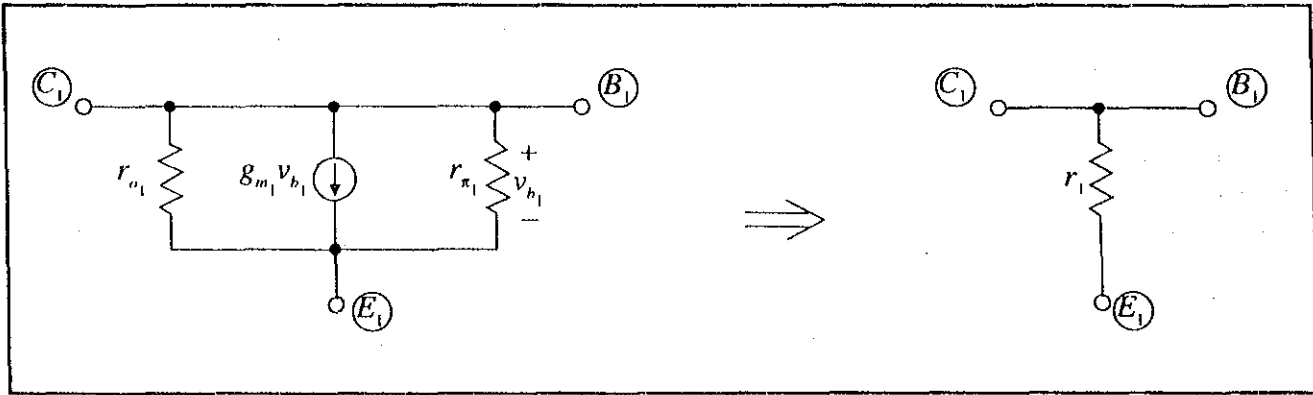
Si no se observa esta restricción, la discrepancia entre los valores de  $V_{BE_1}$  y  $V_{BE_2}$  causará que ya no se cumpla la relación entre  $I_o$  e  $I_R$ .

#### V.4.2 Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]

Para el cálculo de  $r_{sal}$ , se considera el circuito completo con los modelos de pequeña señal pues el emisor de  $Q_2$  no está puesto a tierra de CA.



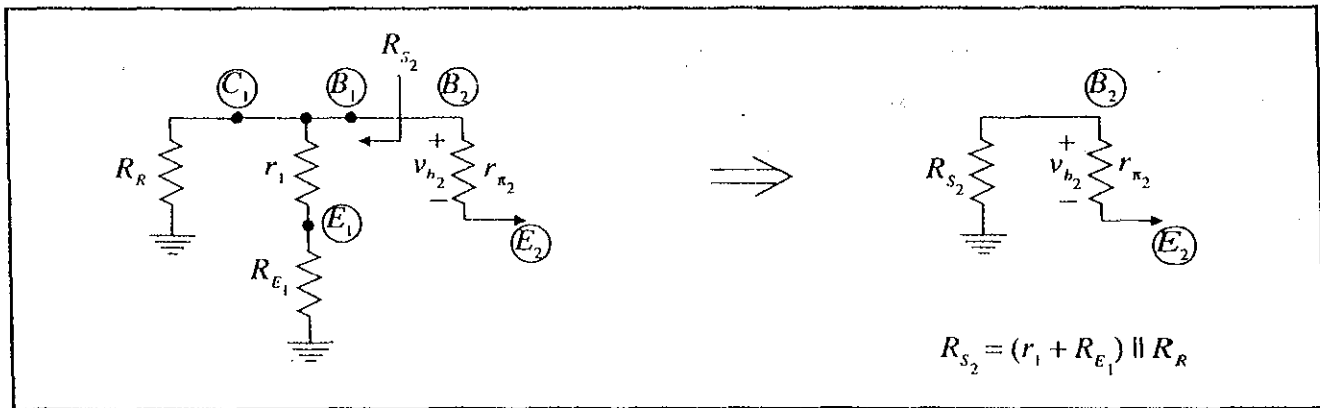
El transistor  $Q_1$  con el corto-circuito en la unión CB se modela como sigue: ...



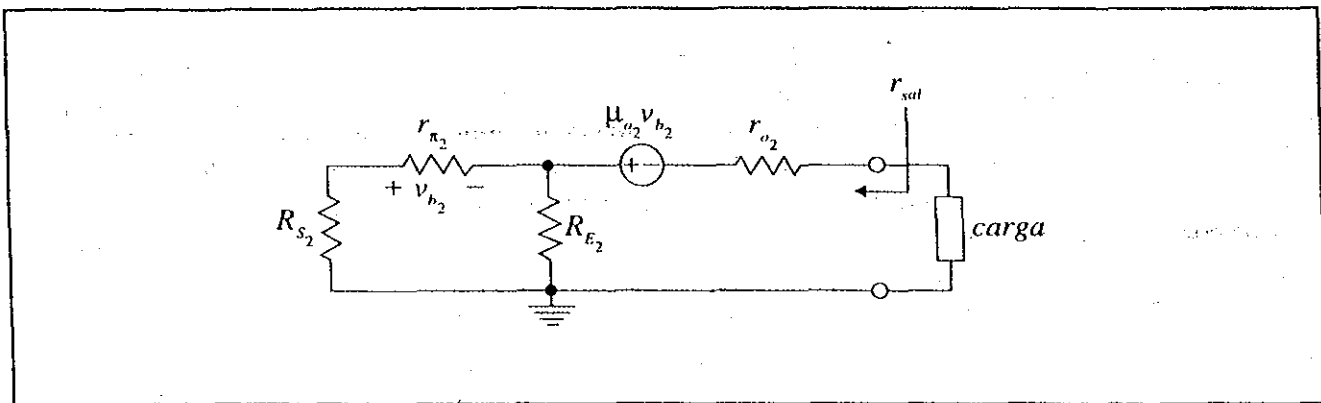
$$r_1 = r_{\pi_1} \parallel \frac{1}{g_{m_1}} \parallel r_{o_1} = \frac{1}{g_{m_1}} = r_{e_{j_1}}$$

donde  $r_{e_{j_1}}$  es la resistencia de juntura del emisor.

De este modo, la base de  $Q_2$  "ve" una terminación a tierra formada por  $R_R$ ,  $R_{E_1}$  y el equivalente de  $Q_1$ :



Aplicando el MPA al circuito completo resulta:



$$r_{sal} = r_{o_2} + \frac{R_{E_2} [ R_{S_2} + r_{\pi_2} ( 1 + \mu_{o_2} ) ]}{R_{E_2} + R_{S_2} + r_{\pi_2}} \quad \longleftarrow \text{Valor exacto}$$

De este resultado se observa que la  $r_{sal}$  para este circuito es *mayor* que la  $r_{sal}$  del Espejo de Corriente sin resistencias de emisor.

Si se cumple que  $R_{S_2} \ll R_E$  y  $R_E \ll r_{\pi}$ , entonces se obtiene lo siguiente:

$$r_{sal} = r_{o_2} + R_{E_2} ( 1 + \mu_{o_2} ) \quad \longleftarrow \begin{array}{l} \text{La resistencia de emisor} \\ R_{E_2} \text{ se refleja hacia el colector} \\ \text{de } Q_2 \text{ como } R_{E_2} ( 1 + \mu_{o_2} ) \end{array}$$

*Criterio para determinar el valor de  $R_{E_2}$*

$R_{E_2}$  no puede ser muy pequeña porque la  $r_{sal}$  de la fuente disminuye (tiende a  $r_o$ ).

$R_{E_2}$  no puede ser muy alta porque la caída de tensión en ella en CD será muy alta y se pierde compliancia de la fuente, ( $v_{R_{E_2}} = R_{E_2} \cdot I_o$ ).

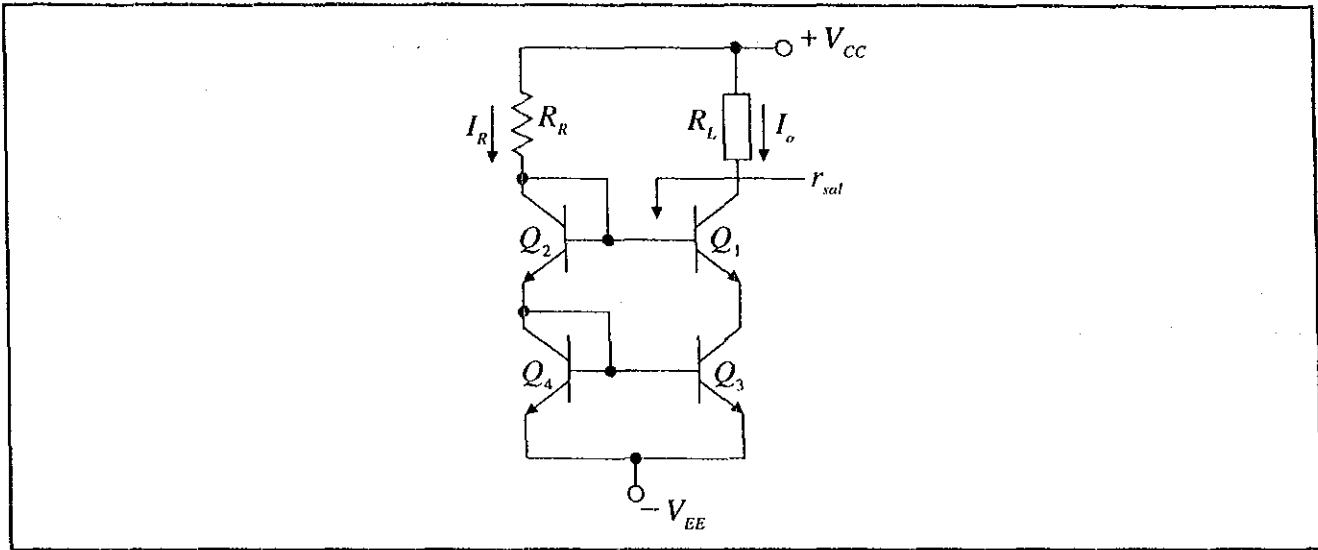
$R_{E_1}$  y  $R_{E_2}$  se escogen de tal manera que la caída de tensión en ellas [ $R_{E_1} \cdot I_R$  o  $R_{E_2} \cdot I_o$ ], sea del orden del  $V_{BE}$  de cualquiera de los dos transistores.

$$R_{E_{1,2}} \left\{ \begin{array}{l} R_{E_2} \cdot I_o \\ R_{E_1} \cdot I_R \end{array} \right\} \approx V_{BE_{1,2}}$$

## V.5 ESPEJO DE CORRIENTE CASCODO

Para aumentar todavía más la resistencia de salida del Espejo de Corriente, se necesita aumentar el valor de la resistencia de emisor ( $R_{E_2}$ ), pero esto ocasionaría que la Compliancia de la Fuente se redujera demasiado. Para evitar esto, se usa la resistencia de salida de un emisor común ( $r_o$ ) como resistencia de emisor  $R_{E_2}$ , lo cual evita que se genere una caída de tensión elevada sobre  $r_o$ , permitiendo así tener una Compliancia alta para la Fuente. Obsérvese en el diagrama del Espejo de Corriente Cascodo, que el transistor  $Q_3$  actúa como fuente de corriente para el emisor del transistor  $Q_1$ , presentándole una resistencia de valor  $r_o$ .

Considerando  $V_{BE} = 0.6V$  y  $V_{CE_{SAT_{EOS}}} = 0.6V$ , se tiene del circuito que  $V_{CE_3} = 0.6V$ , lo cual permite lograr la máxima compliancia para la Fuente, pues  $Q_3$  está al borde de saturación (EOS):



$$V_{CE_3} = V_{BE_4} + V_{BE_2} - V_{BE_1} = 0.6V \text{ (EOS)}$$

### V.5.1 Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]

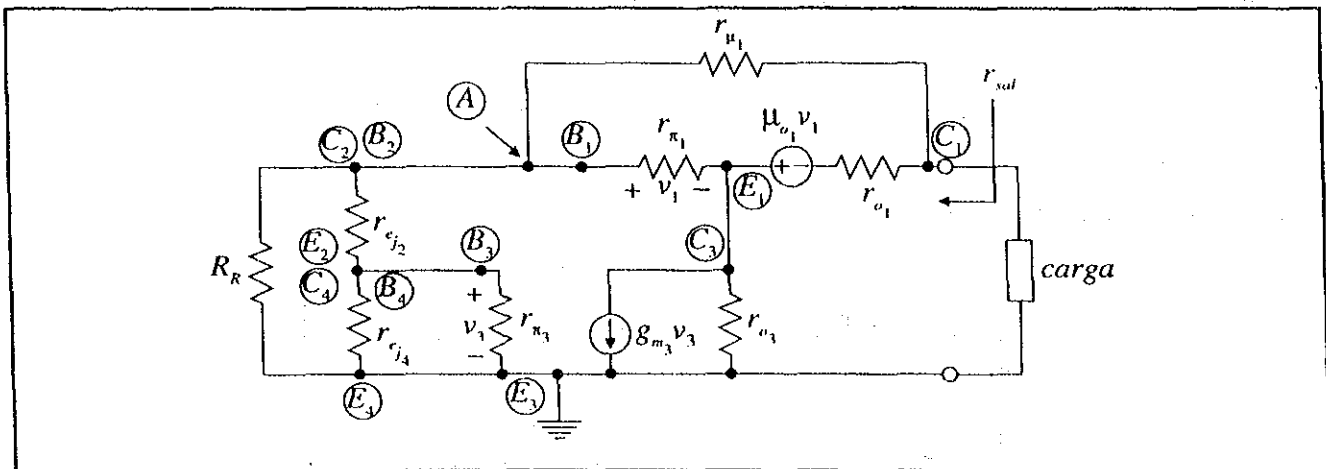
Haciendo un análisis en CD similar al que se realizó para el Espejo de Corriente anterior, se puede demostrar que:

$$I_o = I_{C_1} = \frac{V_{CC} - 2V_{BE} - (-V_{EE})}{R_R} \quad \text{y}$$

$$I_{C_1} = I_{C_2} = I_{C_3} = I_{C_4} \quad \text{para } \beta_o \gg 1$$

### V.5.2 Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]

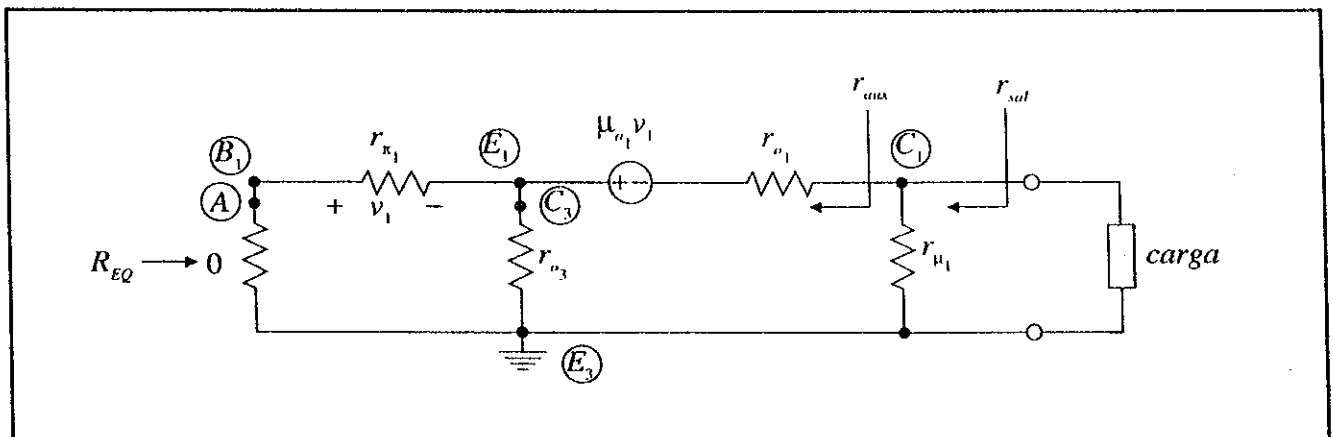
Para calcular el valor de  $r_{sal}$  por el MPA, se plantea el siguiente circuito, en el cual los transistores  $Q_2$  y  $Q_4$  se consideran como resistencias de valor  $r_{c_j}$  ( $= 1/g_m$ ) debido a la conexión que presentan (colector y base en corto circuito):



Como  $r_{e_{j_2}} = r_{e_{j_4}} \ll r_{\pi_3}$  y suponiendo  $R_R \gg (r_{e_{j_2}} + r_{e_{j_4}})$  y  $r_{e_{j_2}} + r_{e_{j_4}} \rightarrow 0$ , entonces:

- 1)  $r_{e_{j_4}} \parallel r_{\pi_3} = r_{e_{j_4}}$
- 2)  $(r_{e_{j_4}} + r_{e_{j_2}}) \parallel R_R = r_{e_{j_4}} + r_{e_{j_2}}$
- 3)  $v_3 \rightarrow 0$

Por lo tanto, el nodo A se comporta, aproximadamente, como una tierra virtual (su potencial es muy cercano a cero volts porque  $r_{e_{j_2}}$  y  $r_{e_{j_4}}$  son muy pequeñas), por lo que el circuito simplificado queda como sigue:



Aplicando el MPA para calcular  $r_{aux}$  resulta:

$$r_{aux} = r_{o_1} + \frac{r_{o_3} \{ r_{\pi_1} (1 + \mu_{o_1}) \}}{r_{o_3} + r_{\pi_1}} \text{ y } r_{sal} = r_{aux} \parallel r_{\mu_1} \quad \leftarrow \text{Valor exacto}$$

Tomando en cuenta que  $\mu_o \gg 1$  y  $r_{o_3} \gg r_{\pi_1}$ , el resultado se puede simplificar:

$$r_{aux} = r_{o_1} + \mu_{o_1} r_{\pi_1} = r_{o_1} + g_{m_1} r_{\pi_1} r_{o_1} = r_{o_1} (\beta_o + 1) = \beta_o r_{o_1}$$

Entonces, el valor de  $r_{sal}$  es:

$$r_{sal} = \beta_o r_{o_1} \parallel r_{\mu_1}; \quad \text{si } r_{\mu_1} = \beta_o r_{o_1} \Rightarrow r_{sal} = \frac{\beta_o r_{o_1}}{2}$$

$$\text{si } r_{\mu_1} \gg \beta_o r_{o_1} \Rightarrow r_{sal} = \beta_o r_{o_1}$$

Para  $I_o = 1mA$  y con los valores de referencia:

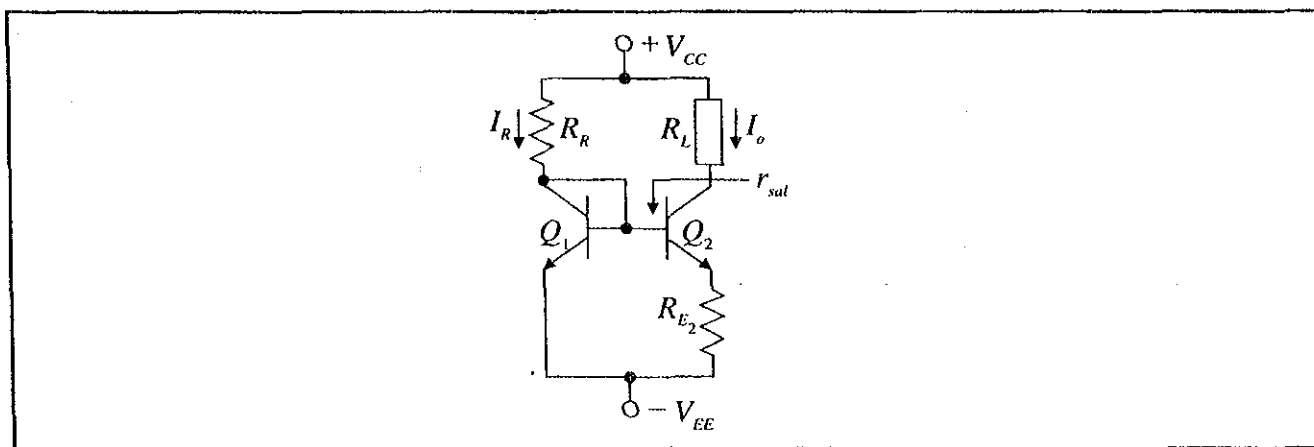
$$r_{sat} = \frac{200 \times 100K}{2} = 10M \quad \text{si} \quad r_{\mu} = \beta_o r_o$$

$$r_{sat} = 200 \times 100K = 20M \quad \text{si} \quad r_{\mu} \gg \beta_o r_o$$

## V.6 FUENTE DE CORRIENTE WIDLAR

Esta Fuente es una variación del Espejo de Corriente. Se pueden obtener corrientes de salida muy pequeñas con corrientes de referencia grandes, lo cual permite que la resistencia de referencia  $R_R$  no sea de valor grande, ahorrando de esta manera área de integración.

### V.6.1 Análisis en CD [ $I_o = F(I_R)$ ]



Suponiendo  $V_A \rightarrow \infty$ ;  $\beta_o \gg 1$  e  $I_{B1} = I_{B2} \rightarrow 0$ :

$$V_{BE1} - V_{BE2} - I_{C2} R_{E2} = 0$$

y utilizando la ecuación del transistor:

$$V_T \ln \frac{I_{C1}}{I_{S1}} - V_T \ln \frac{I_{C2}}{I_{S2}} - I_{C2} R_{E2} = 0$$

Si  $Q_1 \approx Q_2$  se cumple que  $I_{S1} = I_{S2}$  y:

$$\boxed{V_T \ln \frac{I_{C1}}{I_{C2}} = I_{C2} R_{E2}}$$

donde  $I_{C1} > I_{C2}$

O bien:

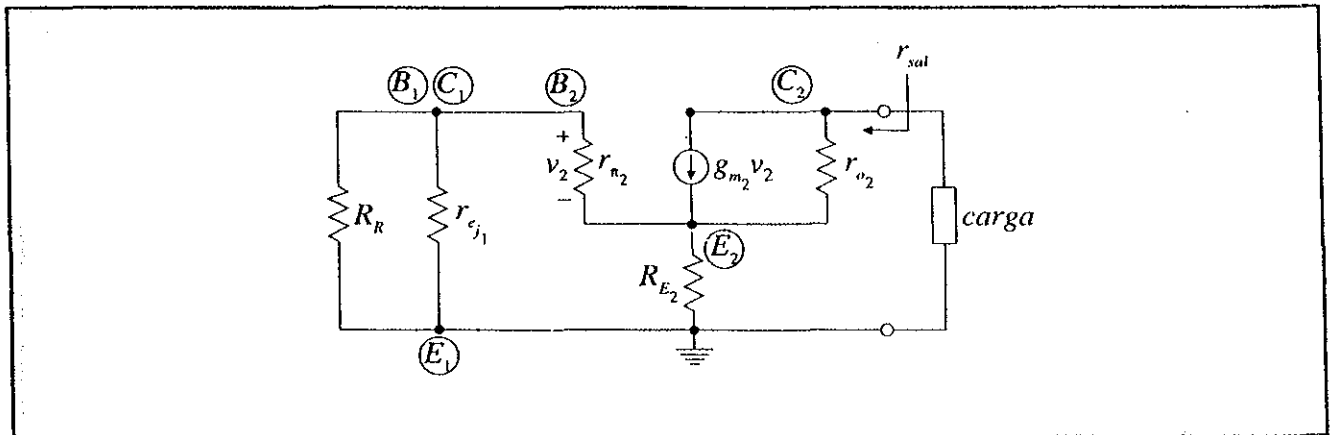
$$\boxed{V_T \ln \frac{I_R}{I_o} = I_o R_{E2}}$$

con  $I_R > I_o$

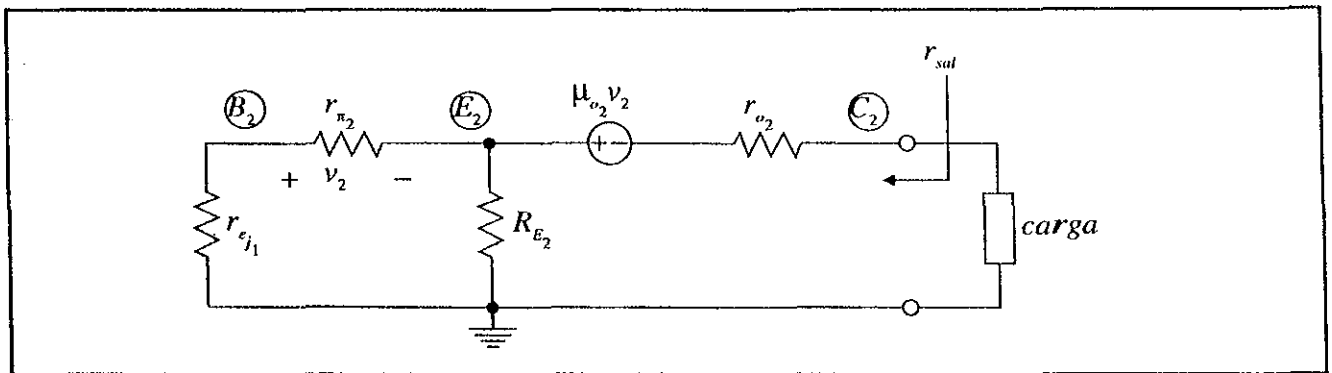
Para propósitos de diseño,  $I_R$  e  $I_o$  son datos conocidos y permiten determinar el valor requerido para  $R_{E_2}$ .

### V.6.2 Análisis en CA [Cálculo de $r_{sal}$ a pequeña señal]

El circuito de pequeña señal de la Fuente de Corriente *Widlar*, se dibuja considerando que el transistor  $Q_1$  se comporta como una resistencia de valor  $r_{e_{j_1}}$ , debido al corto circuito que presenta entre colector y base.



Redibujando el circuito y considerando  $R_R \parallel r_{e_{j_1}} \approx r_{e_{j_1}}$ , ( $r_{e_{j_1}} \ll R_R$ ), resulta:



Aplicando el MPA para calcular  $r_{sal}$  se obtiene:

$$r_{sal} = r_{o_2} + \frac{R_{E_2} [r_{e_{j_1}} + r_{\pi_2} (1 + \mu_{o_2})]}{R_{E_2} + r_{\pi_2} + r_{e_{j_1}}} \quad \leftarrow \text{Valor exacto}$$

Como  $r_{\pi_2} \gg r_{e_{j_1}}$ :

$$r_{sal} = r_{o_2} + (R_{E_2} \parallel r_{\pi_2}) (1 + \mu_{o_2})$$

Si se cumple que  $R_{E_2} \ll r_{n_2}$ , entonces:

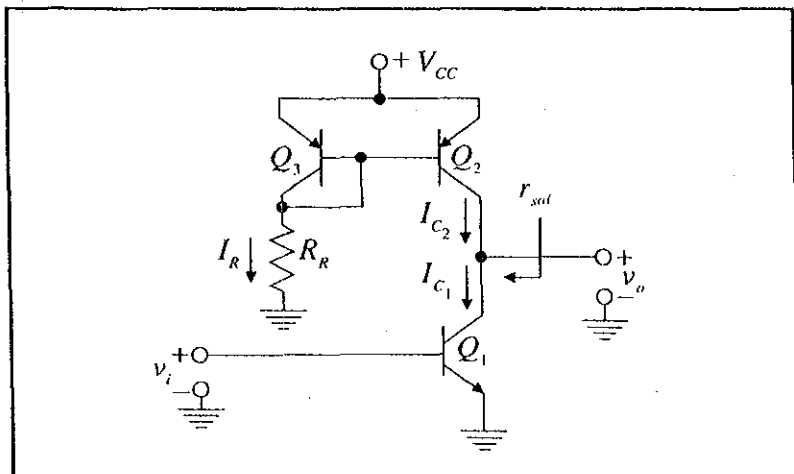
$$r_{sal} = r_{a_2} + R_{E_2} (1 + \mu_{a_2})$$

Para esta Fuente de Corriente se tiene la ventaja de que la  $r_{sal}$  es alta comparada con la del Espejo de Corriente sencillo.

## V.7 FUENTE DE CORRIENTE COMO CARGA ACTIVA

Una de las aplicaciones de las Fuentes (Reguladores) de Corriente, es como carga activa en circuitos amplificadores. A continuación se muestra el análisis de un circuito emisor común con carga activa (la aplicación de la Fuente de Corriente como elemento de polarización se verá en el siguiente capítulo correspondiente al Par Diferencial).

### V.7.1 Análisis en CD

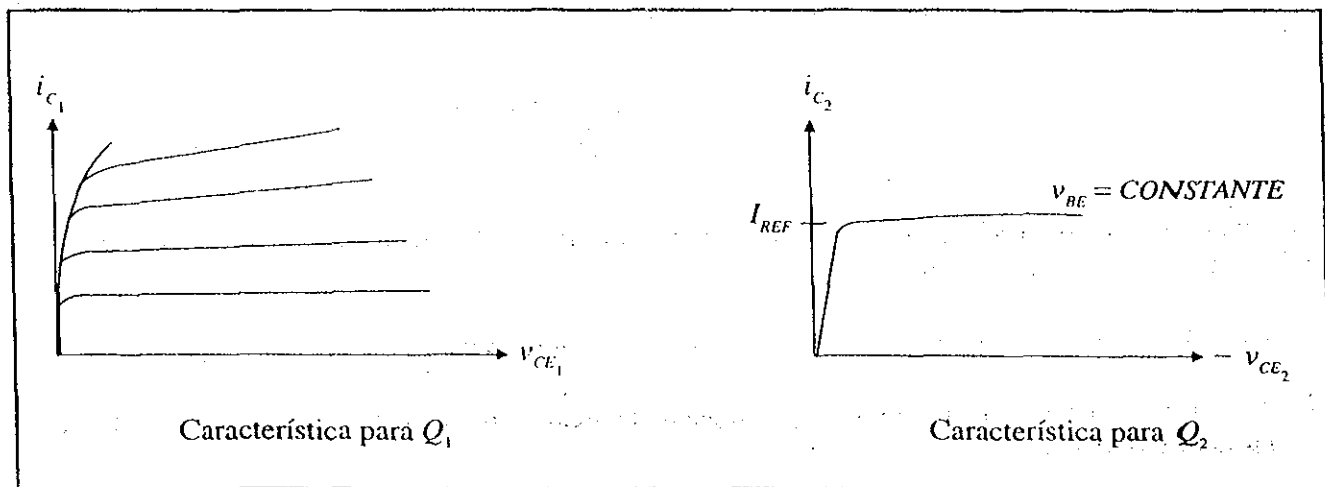


Del circuito:

$$I_{C_1} = I_{C_2}$$

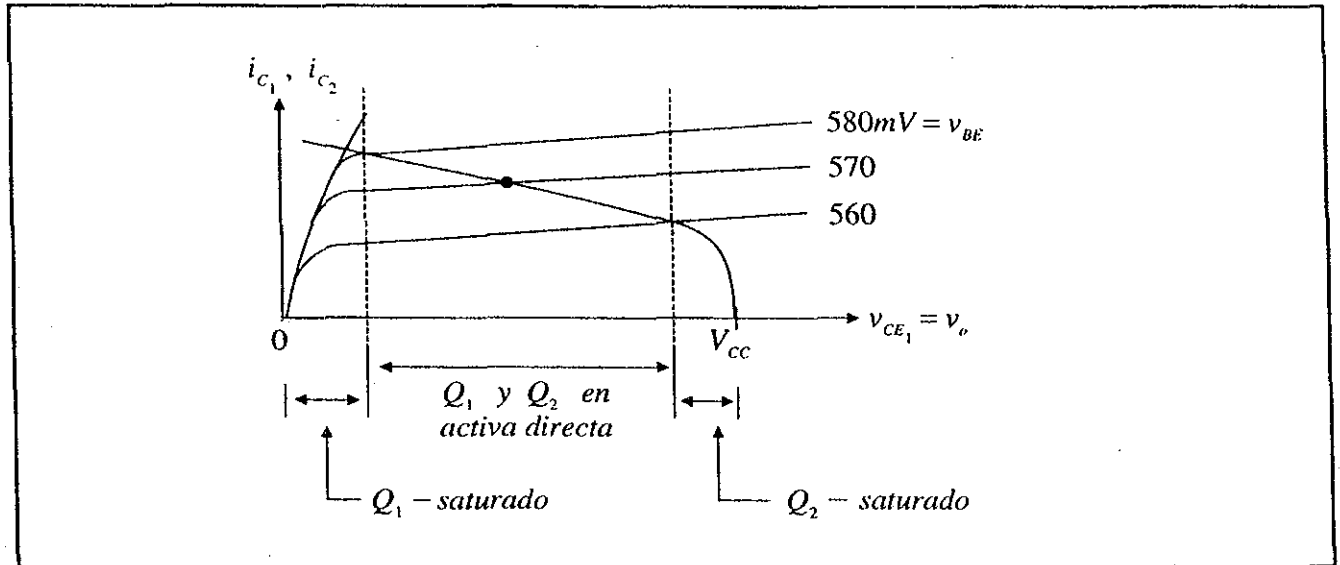
$$V_{EC_2} = V_{CC} - V_{CE_1}$$

Las curvas de  $i_c$  vs.  $v_{ce}$  para  $Q_1$  y  $Q_2$  se muestran a continuación:

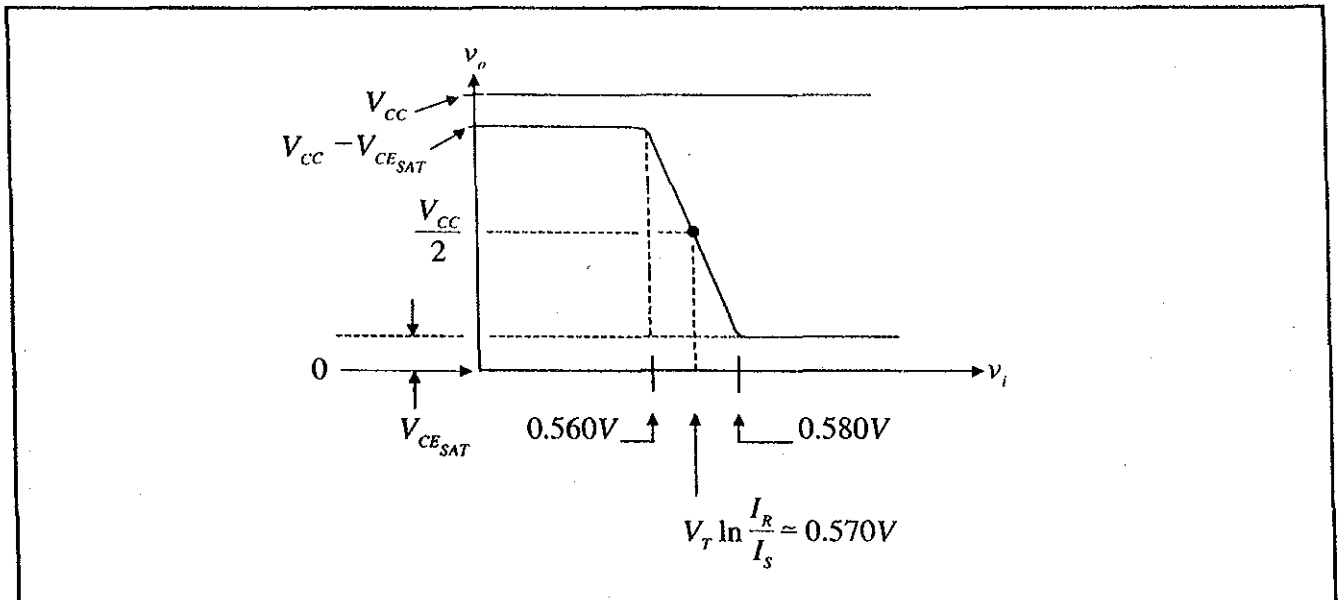




Superponiendo las gráficas anteriores en una soía, resulta:



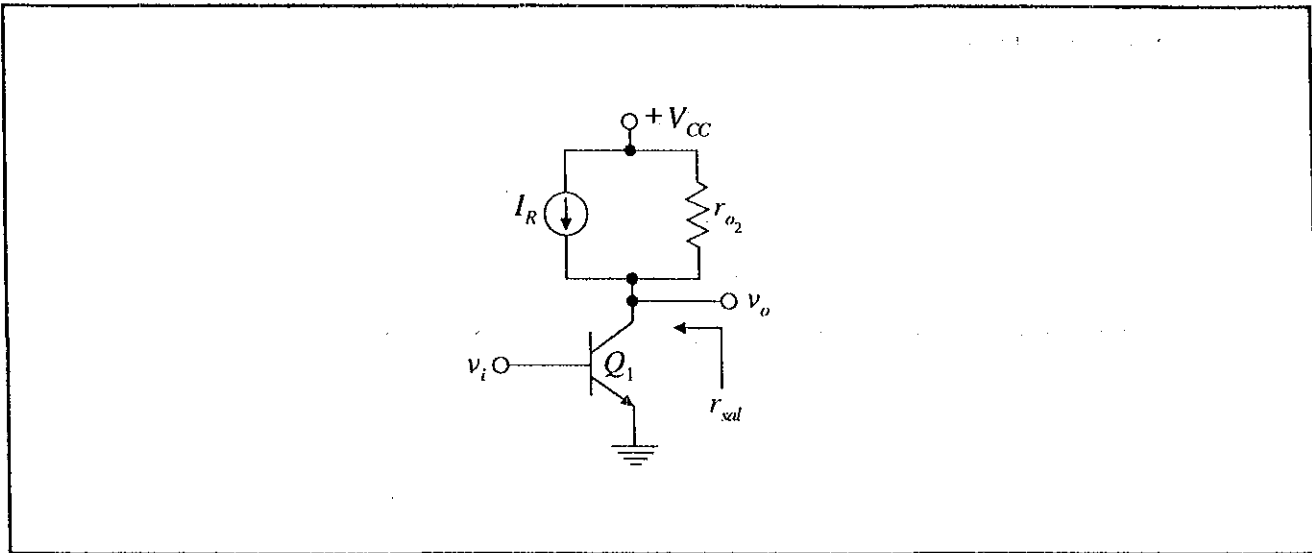
De la gráfica anterior se puede obtener la función de transferencia entre  $v_o$  y  $v_i$ :



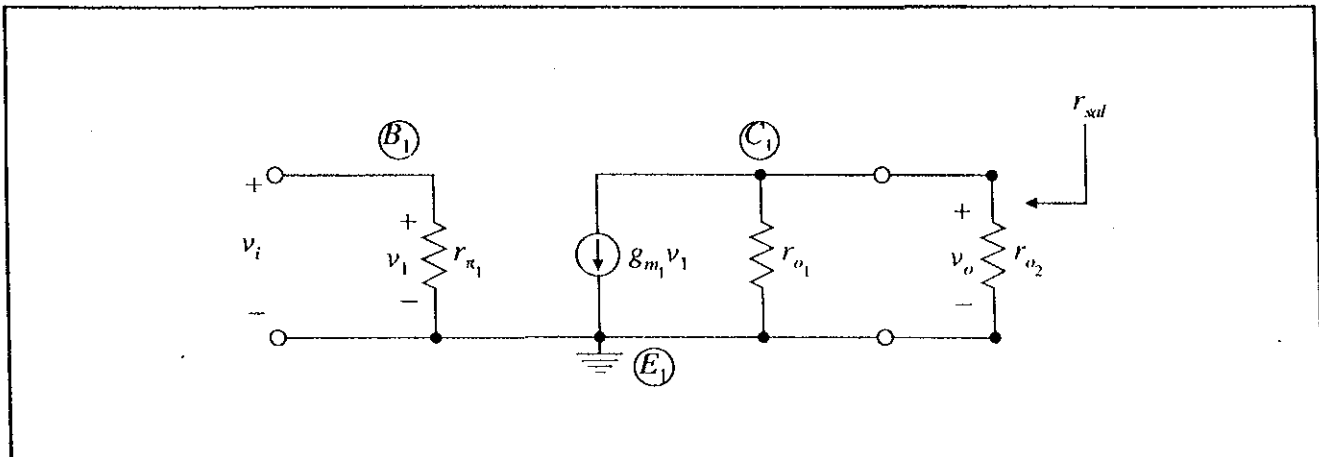
De esta función de transferencia se observa que el circuito presentará una ganancia en voltaje muy alta debido a la pendiente de la curva.

### V.7.2 Análisis en CA [Cálculo de $r_{sat}$ y $A_v = v_o/v_i$ a pequeña señal]

La Fuente de Corriente formada por  $Q_2$  y  $Q_3$  se puede modelar como una Fuente de Corriente ideal con su resistencia asociada.



A pequeña señal, la resistencia que presenta la Fuente de Corriente al colector del transistor  $Q_1$  es  $r_{sul_2} = r_{o_2}$ . Por lo tanto, el modelo del circuito a pequeña señal queda:



$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m (r_{o_1} \parallel r_{o_2}) = -g_m \frac{r_o}{2} = -\frac{\mu_o}{2}$$

$$r_{sul} = r_{o_1} \parallel r_{o_2} = \frac{r_o}{2}$$

$$A_v = -\frac{\mu_o}{2}$$

$$r_{sul} = \frac{r_o}{2}$$

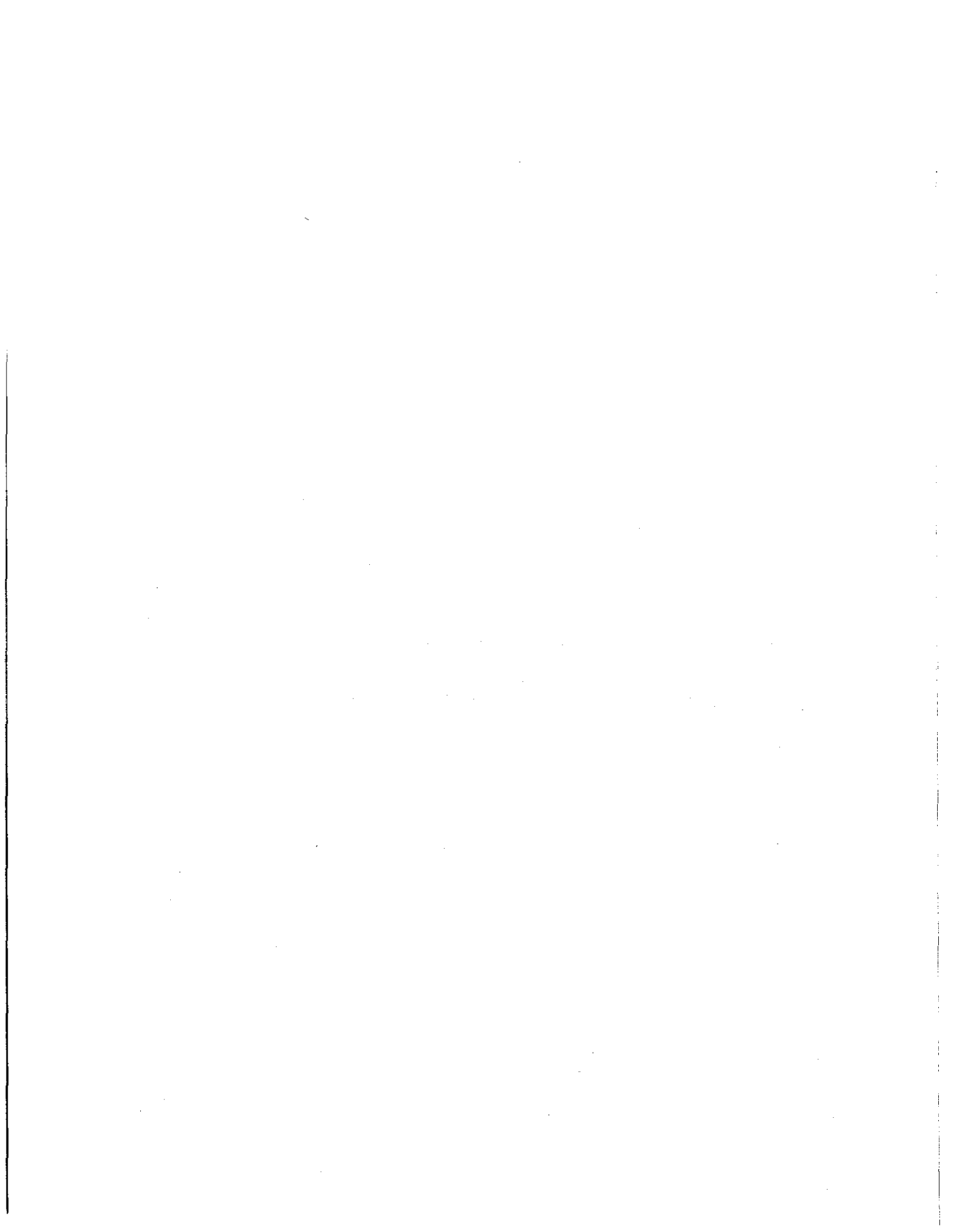
Con los valores de referencia, se obtiene:

$$A_v = -\frac{4000}{2} = -2000$$
$$r_{sal} = \frac{100K}{2} = 50K$$

Obsérvense los valores tan altos de la ganancia en voltaje y de la resistencia de salida.

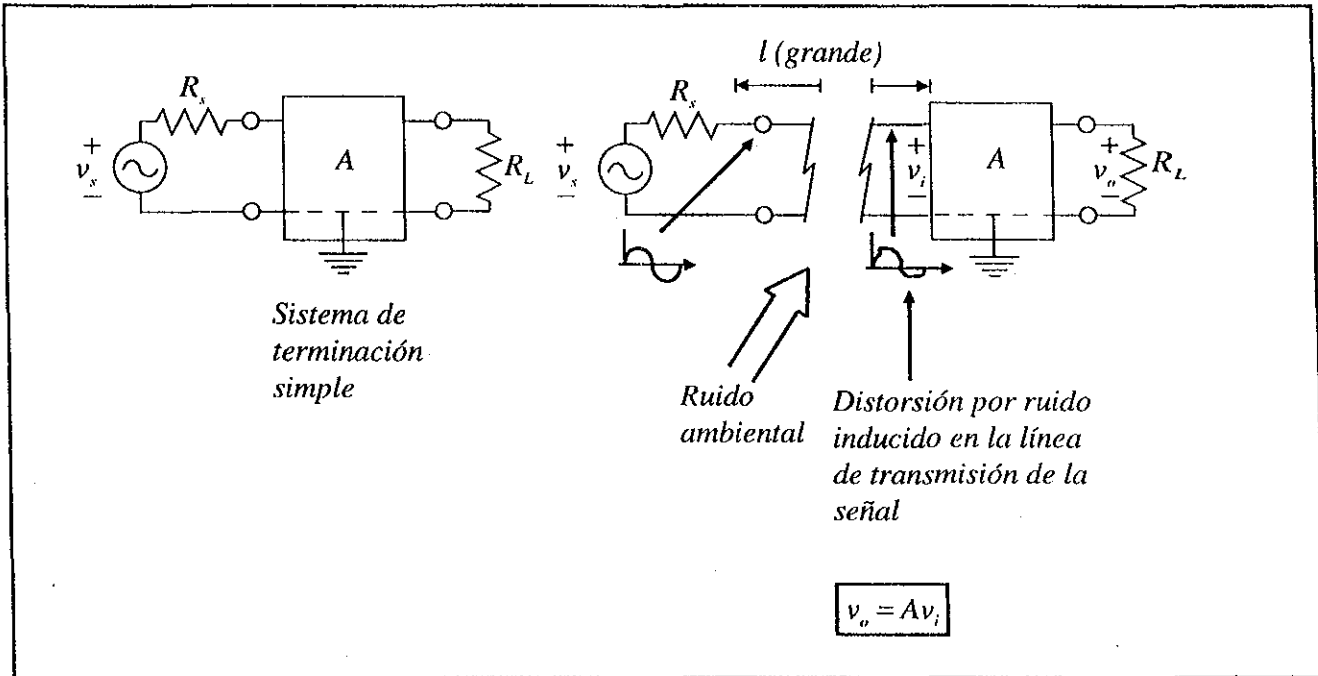
**CAPITULO VI**

**PAR DIFERENCIAL**  
**(PAR ACOPLADO POR EMISOR)**



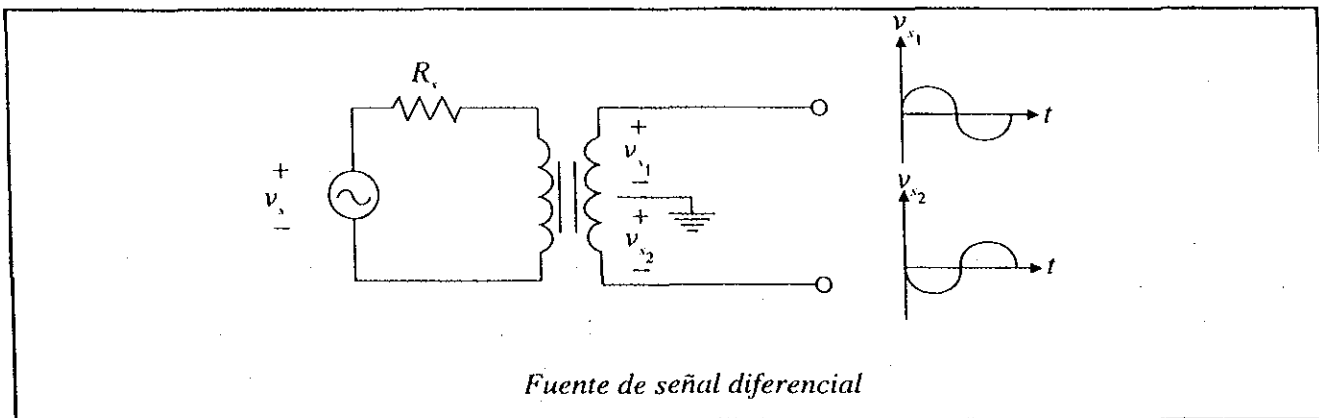
## VI.1 INTRODUCCION

Un sistema amplificador muy bien construido puede manejar señales del orden de 2mV aproximadamente como mínimo con respecto a tierra. La razón de esto es, que a ese nivel de amplitud el ruido es muy apreciable en la señal que se desea amplificar.

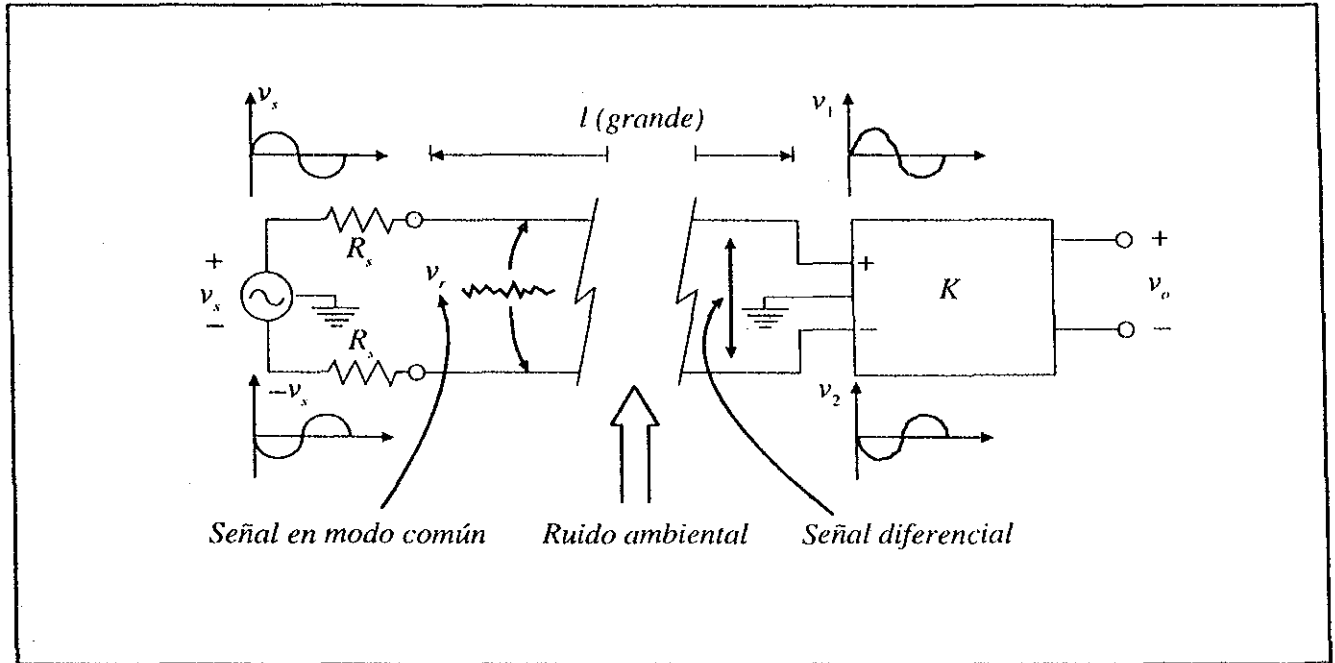


Con un Par Diferencial se pueden manejar señales del orden de  $2\mu V$  debido al mecanismo de funcionamiento del Par, el cual permite rechazar señales en modo común, como lo sería el ruido. Para lograr esto, se requiere que el Par Diferencial reciba una señal diferencial.

Para obtener una señal diferencial a partir de una fuente de señal referida a tierra, se puede emplear algún circuito que se pueda modelar como si fuera un transformador con derivación central en el secundario.



Al enviar una señal diferencial a través de una línea de transmisión, el ruido afectará a las líneas activas con la misma amplitud (señal en modo común), mientras que la señal enviada se encontrará en forma diferencial entre las dos líneas activas.



Para este sistema se tiene lo siguiente:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_s + v_r \\ v_2 &= -v_s + v_r \end{aligned} \right\} v_o = K(v_1 - v_2)$$

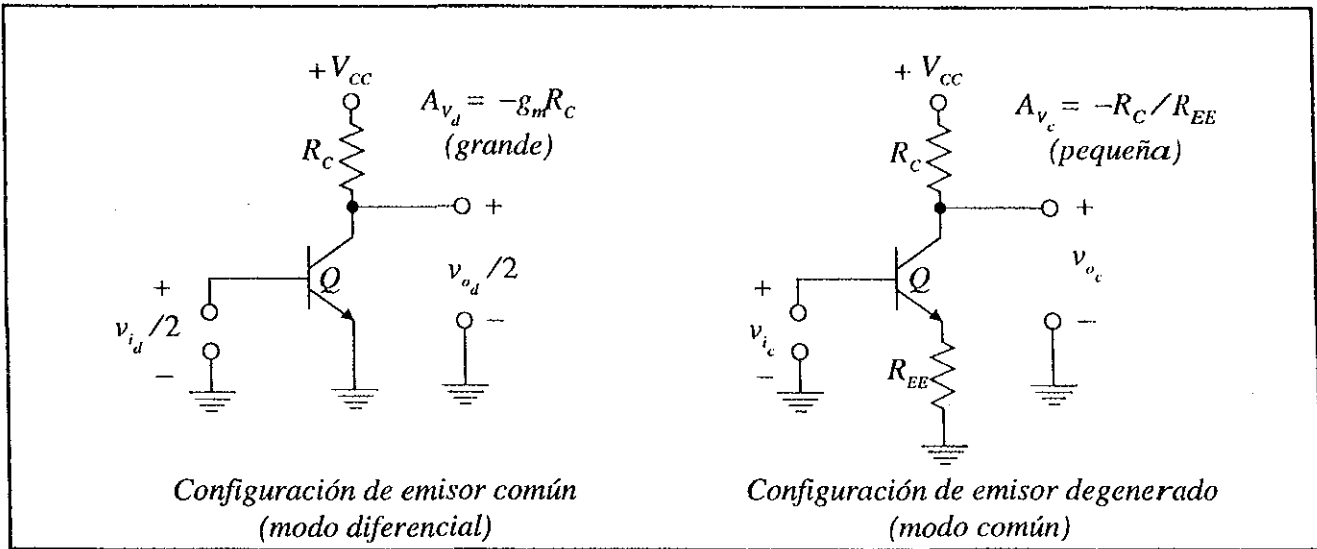
$$v_o = K[(v_s + v_r) - (-v_s + v_r)] = K \cdot 2v_s$$

donde:

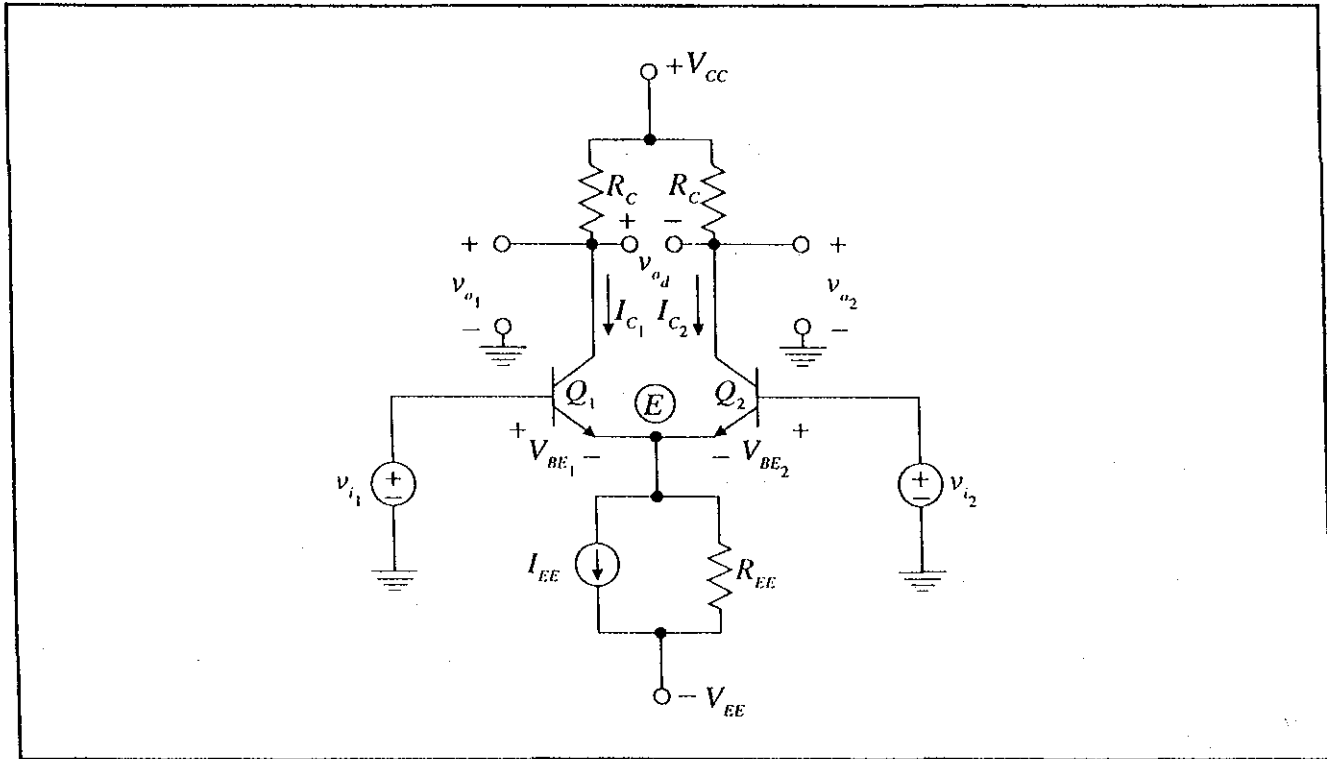
$v_r =$  Voltaje de ruido (*común*)

$\pm v_s =$  Voltaje de señal (*diferencial*)

La función principal del Par Diferencial es **RECHAZAR señales en modo común** y **AMPLIFICAR señales en modo diferencial**. Para lograr esto, el mecanismo de funcionamiento del Par es tal que, en modo diferencial, se comporta como un emisor común (con ganancia  $-g_m (r_o \parallel R_c)$ ), y en modo común se comporta como un emisor degenerado (con ganancia aproximada de  $-R_c / R_{EE}$ ). Como generalmente el valor de  $R_{EE}$  es muy alto, entonces esta ganancia es muy pequeña.



## VI.2 ANALISIS A SEÑAL GRANDE



### Análisis en CD

Este análisis está dividido en dos partes. En la primera parte se estudia el comportamiento de las corrientes de colector  $I_{C_1}$  e  $I_{C_2}$  como función del voltaje diferencial  $v_{i_d}$ .

En la segunda parte se estudia el comportamiento del voltaje de salida diferencial  $v_{o_d}$  en función del voltaje de entrada diferencial  $v_{i_d}$ .



### VI.2.1 Análisis del comportamiento de $I_{C_1}$ e $I_{C_2}$ en función de $v_{i_d}$

De la malla formada por las dos junturas base-emisor se tiene:

$$-v_{i_1} + v_{BE_1} - v_{BE_2} + v_{i_2} = 0$$

$$v_{BE_1} - v_{BE_2} = v_{i_1} - v_{i_2}$$

También:

$$I_{C_1} = I_{S_1} e^{v_{BE1}/V_T}; \quad I_{C_2} = I_{S_2} e^{v_{BE2}/V_T}$$

Suponiendo  $I_{S_1} = I_{S_2}$ ;  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_o$  y  $V_{A_1} = V_{A_2}$ :

$$\frac{I_{C_1}}{I_{C_2}} = \frac{I_{S_1} e^{v_{BE1}/V_T}}{I_{S_2} e^{v_{BE2}/V_T}} = e^{(v_{BE1} - v_{BE2})/V_T} = e^{(v_{i_1} - v_{i_2})/V_T}$$

Por lo tanto:  $\frac{I_{C_1}}{I_{C_2}} = e^{v_{i_d}/V_T}$ .....(1)

Se define:  $v_{i_d} = v_{i_1} - v_{i_2}$  como voltaje diferencial de entrada

Sumando corrientes en el nodo E y suponiendo  $R_{EE} \rightarrow \infty$ :

$$-I_{E_1} - I_{E_2} + I_{EE} = 0; \quad I_{E_1} = \frac{I_{C_1}}{\alpha_o}; \quad I_{E_2} = \frac{I_{C_2}}{\alpha_o}$$

$$I_{EE} = \frac{1}{\alpha_o} (I_{C_1} + I_{C_2})$$
.....(2)

Despejando  $I_{C_1}$  de la ecuación 2:

$$I_{C_1} = \alpha_o I_{EE} - I_{C_2}$$
.....(3)

Pero, de (1):

$$I_{C_2} = I_{C_1} \cdot \frac{I_{C_2}}{I_{C_1}} = I_{C_1} \cdot e^{-v_{i_d}/V_T}$$
.....(4)

Entonces, sustituyendo (4) en (3):

$$I_{C_1} = \alpha_o I_{EE} - I_{C_1} e^{-v_{i_d}/V_T}; \quad I_{C_1} + I_{C_1} e^{-v_{i_d}/V_T} = \alpha_o I_{EE}; \quad (1 + e^{-v_{i_d}/V_T}) I_{C_1} = \alpha_o I_{EE}$$

$$I_{C_1} = \frac{\alpha_o I_{EE}}{1 + e^{-v_{id}/V_T}} \dots\dots\dots(5)$$

En forma análogo para  $I_{C_2}$  :

$$I_{C_2} = \alpha_o I_{EE} - I_{C_1}$$

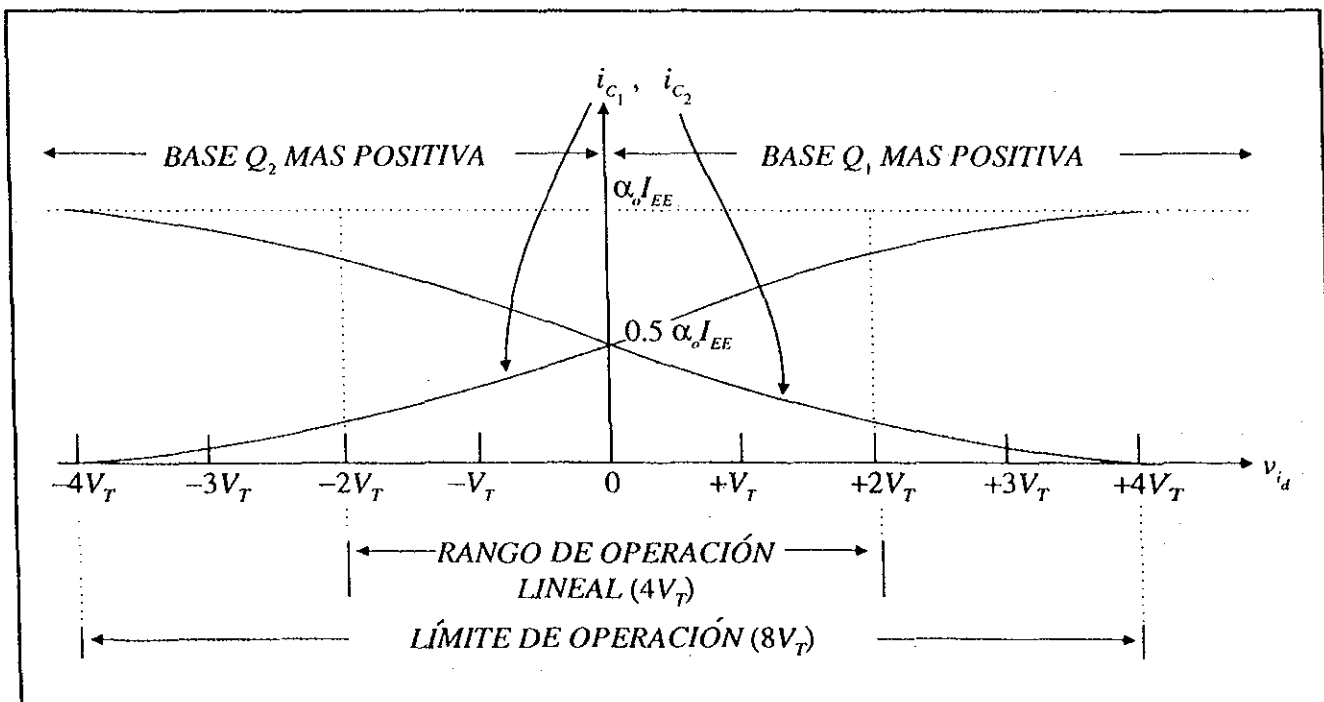
con  $I_{C_1} = I_{C_2} \cdot \frac{I_{C_1}}{I_{C_2}} = I_{C_2} \cdot e^{v_{id}/V_T}$

$$I_{C_2} = \alpha_o I_{EE} - I_{C_2} e^{v_{id}/V_T}; \quad I_{C_2} + I_{C_2} e^{v_{id}/V_T} = \alpha_o I_{EE}; \quad (1 + e^{v_{id}/V_T}) I_{C_2} = \alpha_o I_{EE}$$

$$I_{C_2} = \frac{\alpha_o I_{EE}}{1 + e^{v_{id}/V_T}} \dots\dots\dots(6)$$

A continuación se muestran gráficamente los resultados obtenidos para  $I_{C_1}$  e  $I_{C_2}$  en función del voltaje diferencial  $v_{id}$ .

$v_{id}$	$I_{C_1}$	$I_{C_2}$
$V_T$	0.731	0.269
$2V_T$	0.881	0.119
$3V_T$	0.953	0.047
$4V_T$	0.982	0.018



En la gráfica se puede observar el rango de  $v_{id}$  de operación lineal, que va desde  $-2V_T$  hasta  $+2V_T$ , así como el límite de operación (respecto a  $v_{id}$ ) del Par Diferencial, desde  $-4V_T$  hasta  $+4V_T$ . Se le llama límite de operación porque, para estos valores de  $v_{id}$ , se produce una conmutación de corriente de una rama hacia la otra en el Par Diferencial, es decir, cuando  $v_{id}$  es  $-4V_T$  la corriente de colector del transistor  $Q_2$  es casi igual al valor de la fuente de corriente de polarización ( $\alpha_o I_{EE}$ ), mientras que el transistor  $Q_1$  tiene una corriente de colector casi cero. Cuando  $v_{id}$  es  $+4V_T$  sucede lo contrario.

### VI.2.2 Análisis del comportamiento de $v_{od}$ en función de $v_{id}$

Para los voltajes de salida se tiene lo siguiente:

$$v_{o_1} = V_{CC} - R_C I_{C_1}, \quad v_{o_2} = V_{CC} - R_C I_{C_2}$$

Se define:  $v_{od} = v_{o_1} - v_{o_2}$  como voltaje diferencial de salida

y tomando en cuenta los valores de  $I_{C_1}$  e  $I_{C_2}$  (ecuaciones 5 y 6 respectivamente):

$$v_{od} = V_{CC} - R_C I_{C_1} - (V_{CC} - R_C I_{C_2}) = -R_C (I_{C_1} - I_{C_2})$$

$$v_{od} = -\alpha_o I_{EE} R_C \left( \frac{1}{1 + e^{-v_{id}/V_T}} - \frac{1}{1 + e^{v_{id}/V_T}} \right)$$

Se resuelve la cantidad entre paréntesis como sigue:

i)  $\frac{1}{1 + e^{-v_{id}/V_T}}$  es del tipo

$$\frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^{x/2}}{e^{x/2}} \cdot \frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^{x/2}}{e^{x/2} + e^{-x/2}}$$

ii)  $\frac{1}{1 + e^{v_{id}/V_T}}$  es del tipo

$$\frac{1}{1 + e^x} = \frac{e^{-x/2}}{e^{-x/2}} \cdot \frac{1}{1 + e^x} = \frac{e^{-x/2}}{e^{-x/2} + e^{x/2}}$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{1 + e^{-x}} - \frac{1}{1 + e^x} = \frac{e^{x/2}}{e^{x/2} + e^{-x/2}} - \frac{e^{-x/2}}{e^{-x/2} + e^{x/2}} = \frac{e^{x/2} - e^{-x/2}}{e^{x/2} + e^{-x/2}}$$

Ahora:  $\sinh u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}$ ,  $\cosh u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$ ,  $\tanh u = \frac{\sinh u}{\cosh u} = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}$

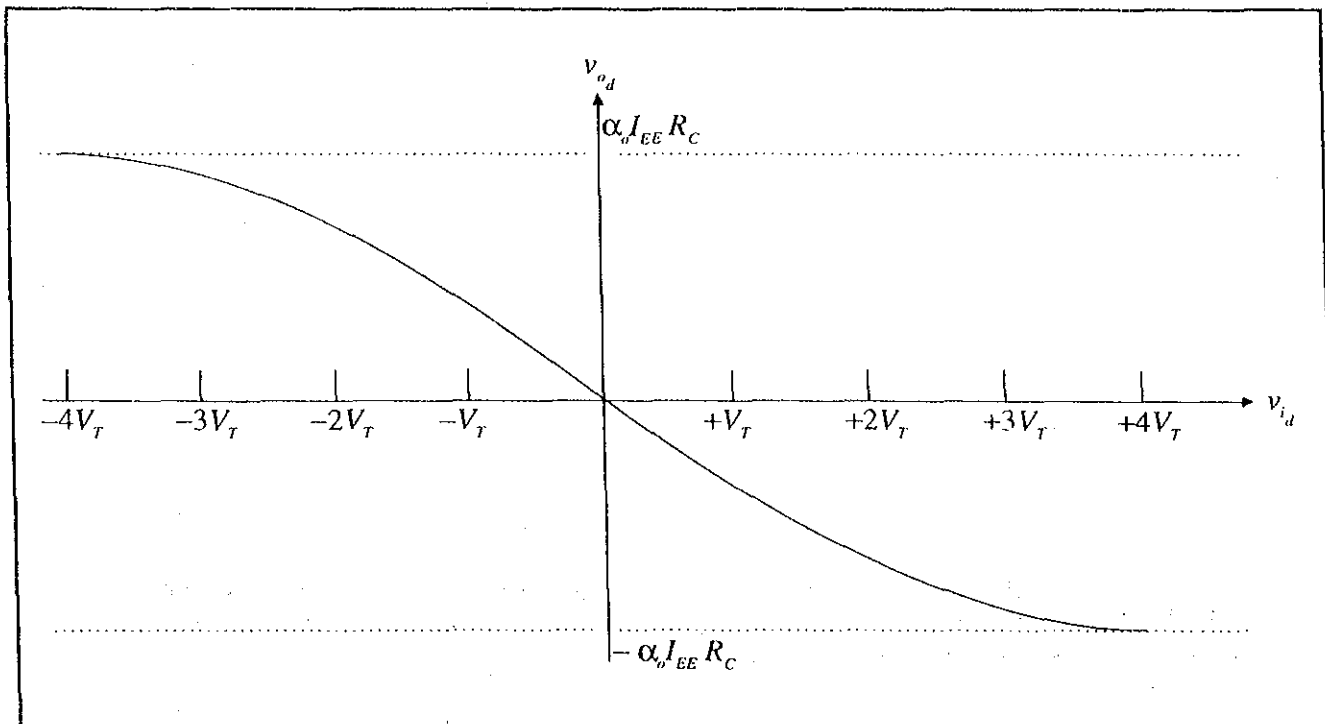
Si  $u = 1/2$ :  $\tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{e^{x/2} - e^{-x/2}}{e^{x/2} + e^{-x/2}}$

Con  $x = \frac{v_{id}}{V_T}$ :

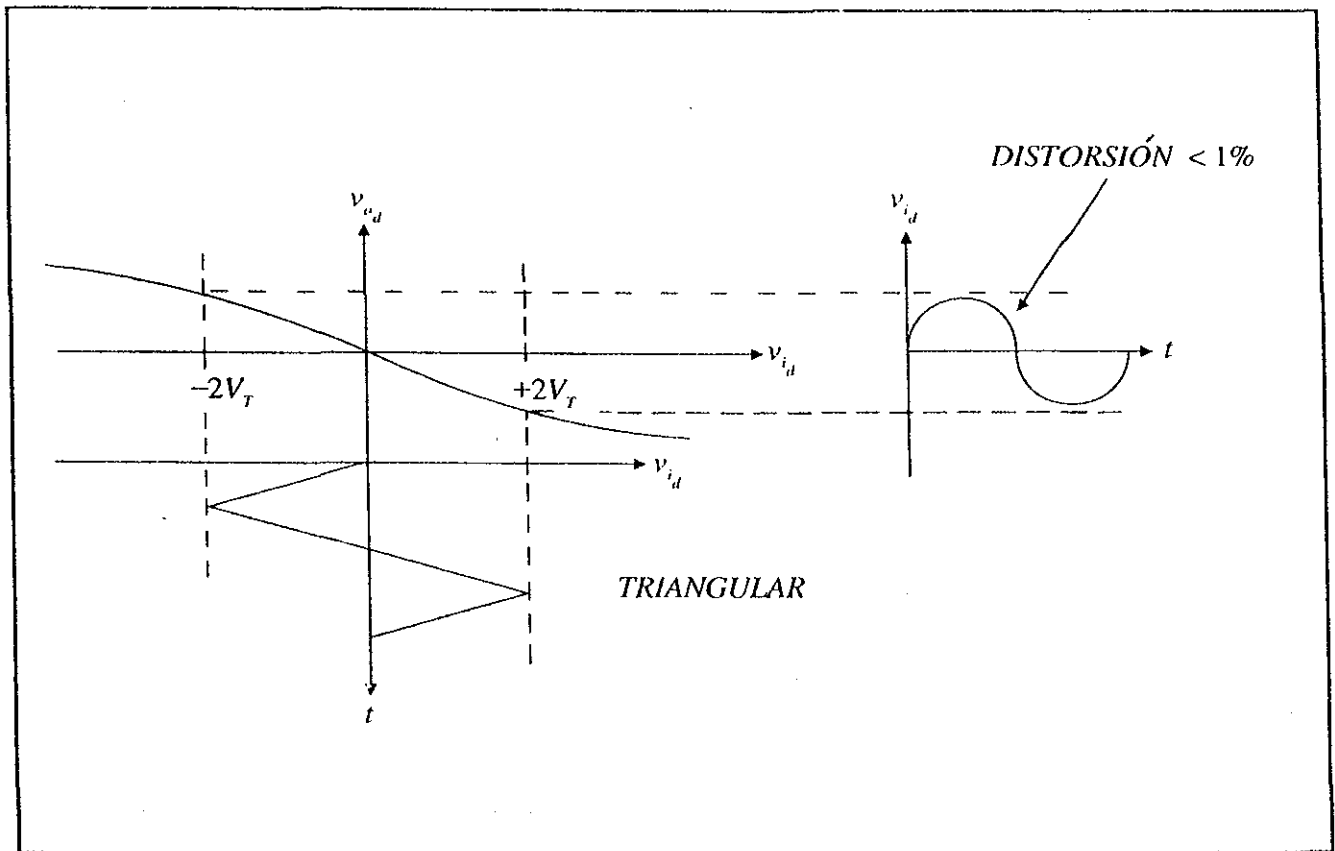
$$\frac{1}{1 + e^{-v_{id}/V_T}} - \frac{1}{1 + e^{v_{id}/V_T}} = \tanh\left(\frac{v_{id}}{2V_T}\right)$$

Por último:  $v_{od} = -\alpha_o I_{EE} R_C \tanh\left(\frac{v_{id}}{2V_T}\right)$

$v_{id}$	$v_{od}$
$V_T$	-0.462
$2V_T$	-0.762
$3V_T$	-0.905
$4V_T$	-0.964



La función de transferencia del Par Diferencial  $v_{od}$  vs.  $v_{id}$  se puede emplear para generar una señal senoidal a partir de una señal triangular cuya amplitud esté comprendida entre  $-2V_T$  y  $+2V_T$ . La senoidal puede tener menos del 1% de distorsión.



### VI.3 RANGO DE RECHAZO A SEÑALES EN MODO COMUN

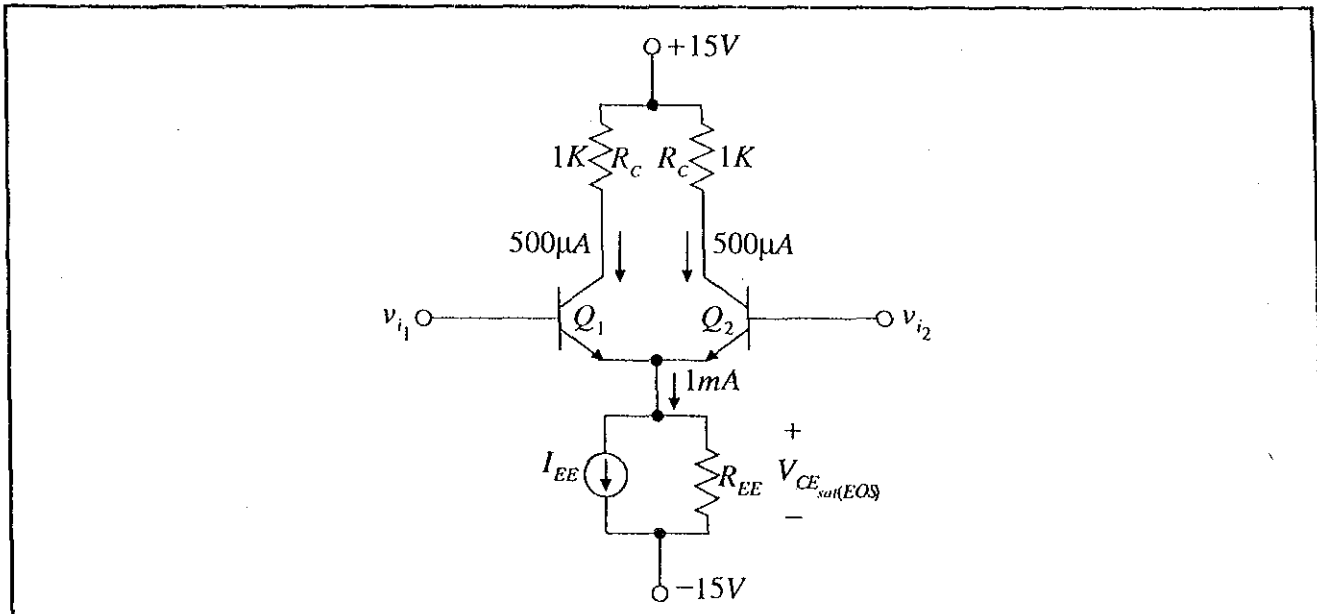
Se define el voltaje de entrada común como:

$$v_{i_c} = \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2}$$

Para que el Par Diferencial pueda **RECHAZAR** señales en modo común y **AMPLIFICAR** señales en modo diferencial, requiere que los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$  del Par, operen en la **región de activa directa** y que la **fuentes de corriente** tenga la **máxima compliancia** (sus transistores deben operar también en la **región de activa directa**).

El Rango de Rechazo a Señales en Modo Común, es el intervalo del voltaje de entrada en el cual el Par Diferencial puede rechazar señales de modo común. Este intervalo depende del tipo y valor de  $R_c$ , así como del tipo de la fuente de corriente  $I_{EE}$ . El criterio para determinar los límites superior e inferior del intervalo, consiste en asegurar que en dichos límites todos los transistores del circuito operen en la **región de activa directa**. Esto se logra con valores de  $R_c$  pequeños.

Ejemplo:



Suponiendo que el modelo de la fuente de corriente de polarización ( $I_{EE}$ ,  $R_{EE}$ ) corresponde al de un Espejo de Corriente sencillo con dos transistores, entonces el límite inferior del voltaje común que se puede aplicar al circuito será:

$$-15V + V_{CE_{sat}(EOS)} + V_{BE} = -15V + 0.6V + 0.6V = -13.8V$$

$-V_{EE}$       Voltaje de encendido de la unión Base-Emisor  
 Voltaje mínimo sobre la fuente de corriente

El límite superior del voltaje común de entrada al circuito está determinado por la caída de tensión sobre las resistencias  $R_C$ . Considerando un  $V_{CE_{sat}(EOS)} = 0.6V$  para  $Q_1$  y  $Q_2$  ( $V_{CB} = V_{CE_{sat}} - V_{BE} = 0.6V - 0.6V = 0.0V$ ), entonces el límite superior será:

$$+15V - V_{CB_{sat}} - I_C R_C = +15V - 0.0V - 0.5V = +14.5V$$

$+V_{CC}$       Caída de tensión sobre  $R_C$   
 Voltaje CB mínimo en el límite de saturación

Rango de Rechazo a Señales en Modo Común:  
 $[-13.8V, +14.5V]$  (para el ejemplo).

Estos límites obtenidos son válidos si al circuito se le aplican señales en modo común puro. Si la señal de entrada presenta componentes de señal común y de señal diferencial, entonces estos límites varían de acuerdo a la amplitud de la señal diferencial que se aplique al circuito.

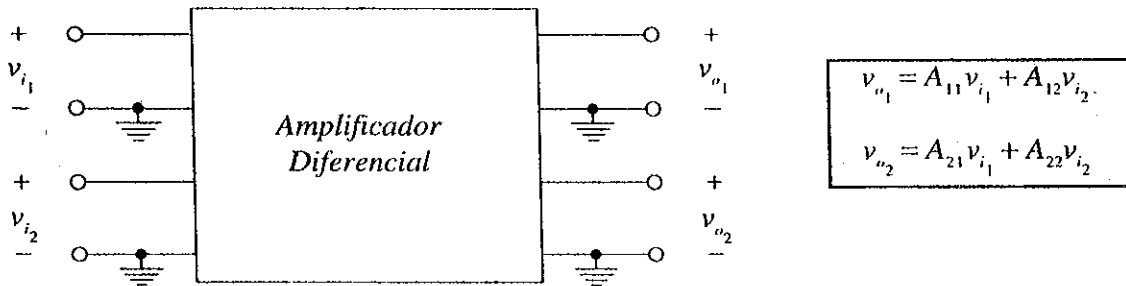
En el ejemplo anterior, si el valor de  $R_c$  aumenta, el límite superior del intervalo se reduce. El Par Diferencial se diseña para que presente el **mayor Rango de Rechazo a Señales en Modo Común**, para lo cual se deben conectar resistencias  $R_c$  de valor pequeño.

#### VI.4 ANALISIS EN PEQUEÑA SEÑAL

El Par Diferencial se considera un circuito de cuatro pares de terminales, por lo que su función de transferencia se expresará en forma de **matriz de transferencia**.

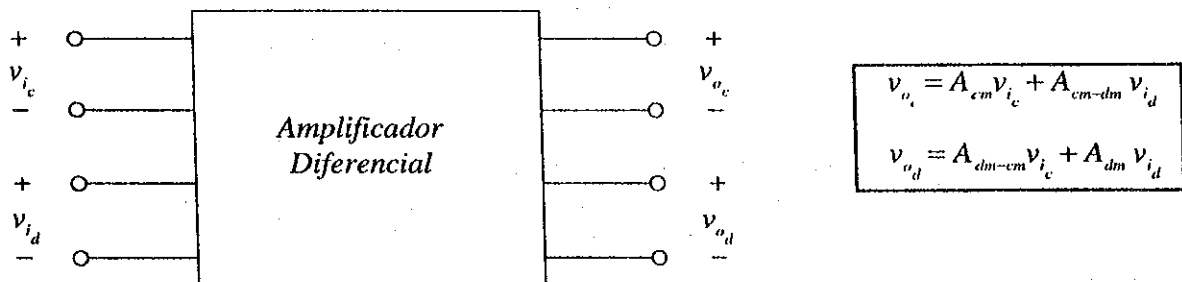
El análisis del Par en pequeña señal se puede hacer desde dos puntos de vista diferentes pero relacionados entre sí:

- 1) En función de los voltajes de entrada y salida referidos a tierra (voltajes nodales).



Donde  $\underline{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$  es la matriz de transferencia.

- 2) En función de los voltajes de entrada y salida diferenciales y comunes.



donde  $\underline{A}^* = \begin{bmatrix} A_{cm} & A_{cm-dm} \\ A_{dm-cm} & A_{dm} \end{bmatrix}$  es la matriz de transferencia.

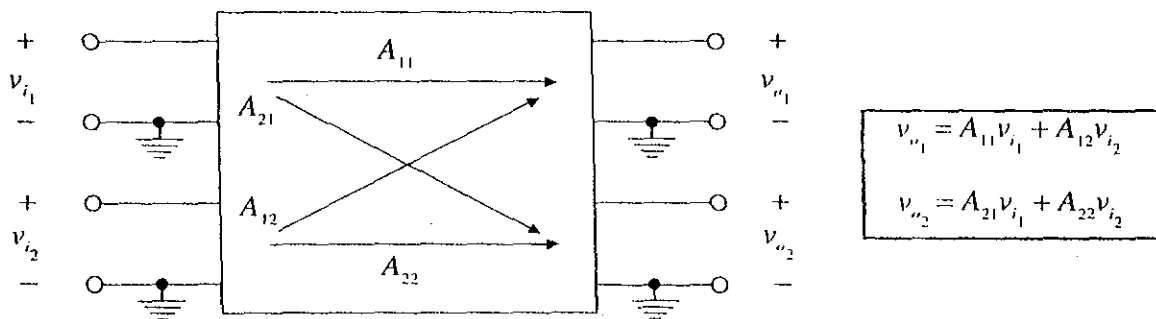
Se definen:

$$v_{i_c} = \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2}; \quad v_{i_d} = v_{i_1} - v_{i_2}$$

$$v_{o_c} = \frac{v_{o_1} + v_{o_2}}{2}; \quad v_{o_d} = v_{o_1} - v_{o_2}$$

El análisis del circuito, con los voltajes diferenciales y comunes, se puede hacer de dos formas: con base en los elementos  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$  y  $A_{22}$  del análisis anterior o aplicando el Concepto del Medio Circuito.

#### VI.4.1 Análisis del Par Diferencial en función de los voltajes de entrada y de salida referidos a tierra. Cálculo de la matriz $\underline{A}$



Red de 4 pares de terminales.  
Se requiere definir 4 parámetros.

Se describe esta red mediante las ecuaciones:

$$v_{o_1} = A_{11}v_{i_1} + A_{12}v_{i_2}$$

$$v_{o_2} = A_{21}v_{i_1} + A_{22}v_{i_2}$$

donde:

$$A_{11} = \left. \frac{v_{o_1}}{v_{i_1}} \right|_{v_{i_2} = 0}$$

$$A_{12} = \left. \frac{v_{o_1}}{v_{i_2}} \right|_{v_{i_1} = 0}$$

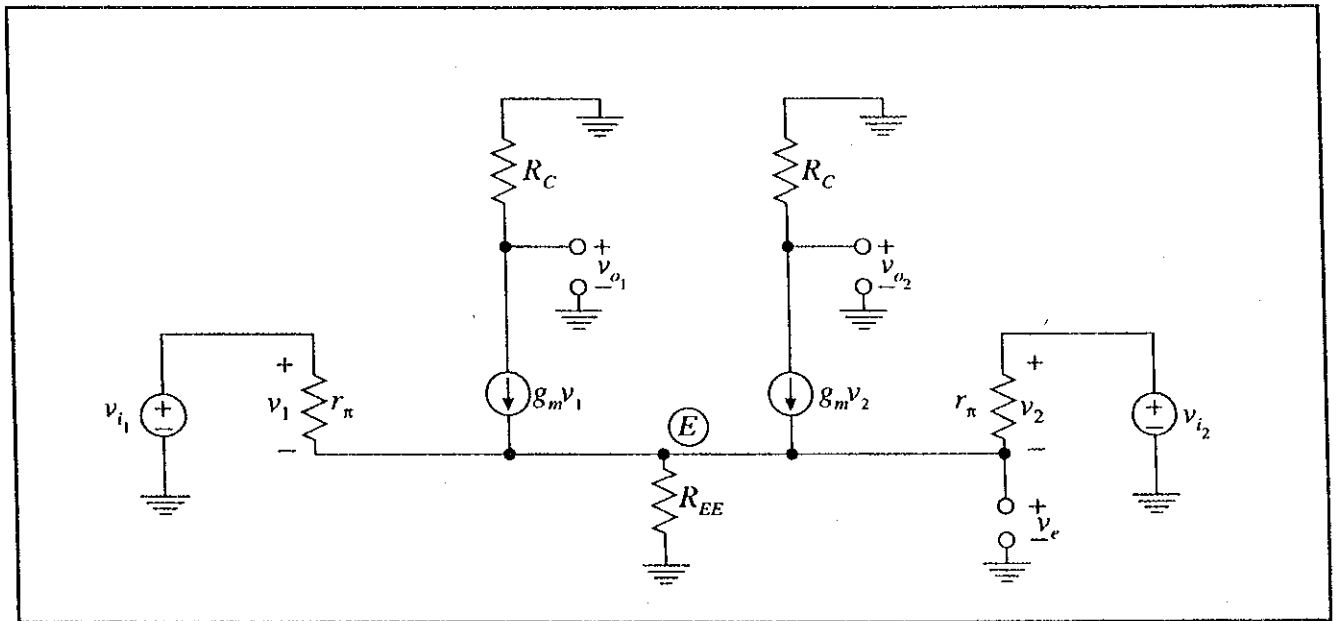


$$A_{21} = \left. \frac{v_{o2}}{v_{i1}} \right|_{v_{i2} = 0}$$

$$A_{22} = \left. \frac{v_{o2}}{v_{i2}} \right|_{v_{i1} = 0}$$

A continuación el análisis se hará para un caso particular en el cual la resistencia de colector  $R_C$  es mucho menor que  $r_o$ .

Suponiendo  $R_C \ll r_o$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_o$ , resulta el modelo:  
(Tomando en cuenta  $I_{C1} = I_{C2}$ , Par balanceado)



a) Obtención de  $v_e$  en función de  $v_{i1}$  y  $v_{i2}$ .

Sumando corrientes en el nodo E:

$$\frac{v_1}{r_\pi} + g_m v_1 + g_m v_2 + \frac{v_2}{r_\pi} - \frac{v_e}{R_{EE}} = 0$$

Pero como:  $v_1 = v_{i1} - v_e$ , y  $v_2 = v_{i2} - v_e$

entonces:

$$\frac{v_{i1} - v_e}{r_\pi} + g_m (v_{i1} - v_e) + g_m (v_{i2} - v_e) + \frac{v_{i2} - v_e}{r_\pi} - \frac{v_e}{R_{EE}} = 0$$

$$\left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right)v_{i_1} + \left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right)v_{i_2} - \left(2g_m + \frac{2}{r_\pi} + \frac{1}{R_{EE}}\right)v_e = 0$$

$$\left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right)(v_{i_1} + v_{i_2}) - \left(2g_m + \frac{2}{r_\pi} + \frac{1}{R_{EE}}\right)v_e = 0$$

$$v_e = \frac{g_m + \frac{1}{r_\pi}}{2\left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right) + \frac{1}{R_{EE}}}(v_{i_1} + v_{i_2})$$

$$v_e = \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2 + \frac{1}{\left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right)R_{EE}}} = \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2 + \frac{1}{g_m\left(1 + \frac{1}{g_m r_\pi}\right)R_{EE}}} = \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2 + \frac{1}{g_m R_{EE}\left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}$$

$$v_e = \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2 + \frac{1}{g_m R_{EE}\left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}$$

b) Obtención de  $v_{o_1}$  en función de  $v_{i_1}$  y  $v_{i_2}$ .

Ahora bien,  $v_{o_1} = -g_m v_1 R_C = -g_m R_C (v_{i_1} - v_e)$

Sustituyendo el valor de  $v_e$ .

$$v_{o_1} = -g_m R_C \left[ v_{i_1} - \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2 + \frac{1}{g_m R_{EE}\left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right]$$

$$= -\frac{g_m R_C}{2} \left[ 2v_{i_1} - \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE}\left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right]$$

$$= -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{2 \left[ 1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)} \right] v_{i_1} - v_{i_1} - v_{i_2}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}} \right]$$

$$= -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{\left[ 2 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)} \right] v_{i_1} - v_{i_1} - v_{i_2}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}} \right]$$

$$= -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{\left[ 1 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)} \right] v_{i_1} - v_{i_2}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}} \right]$$

$$v_{o_1} = -\frac{g_m R_C}{2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}} v_{i_1} + \dots \dots \dots (7)$$

$$\dots + \frac{g_m R_C}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}} v_{i_2}$$

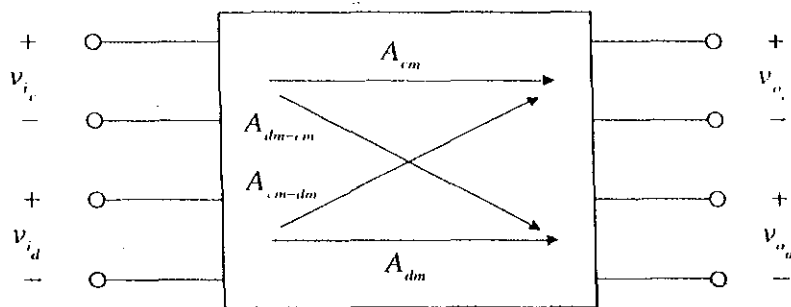
$$v_{o_1} = A_{11} v_{i_1} + A_{12} v_{i_2} \dots \dots \dots (8)$$

Así pues, por analogía de las ecuaciones (7) y (8), y tomando en cuenta que por simetría se cumple que  $A_{11} = A_{22}$  y  $A_{12} = A_{21}$ , queda:

$$A_{11} = -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right] = A_{22}$$

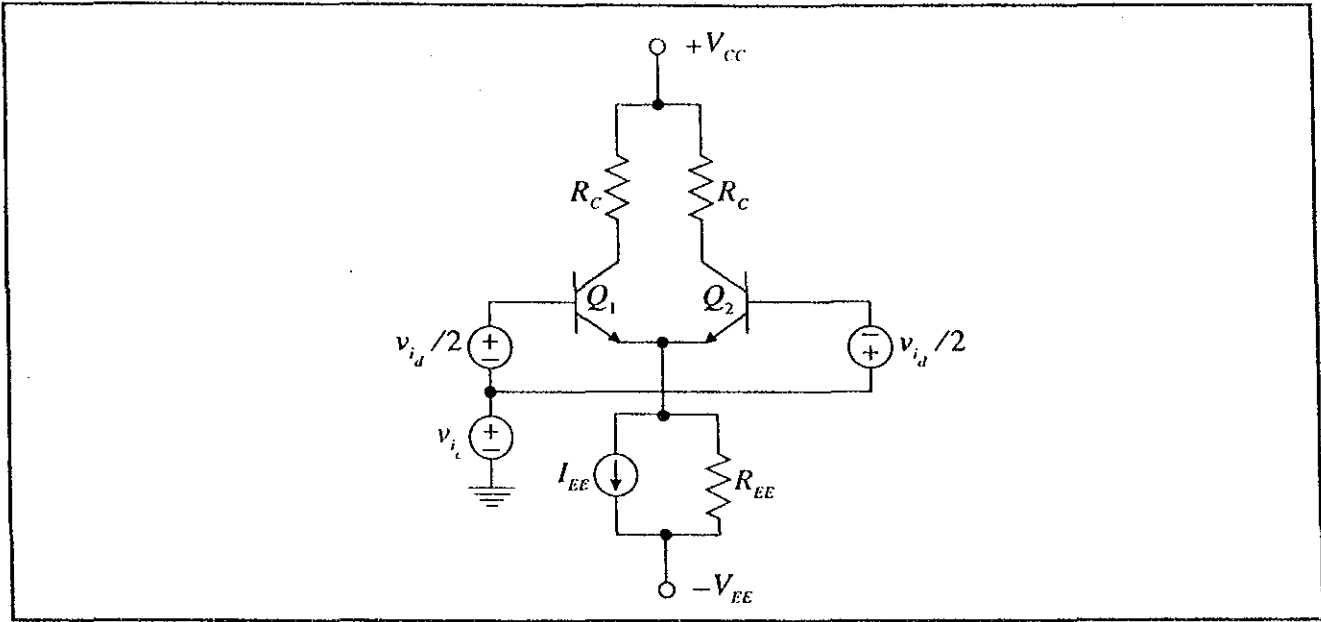
$$A_{12} = +\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right] = A_{21}$$

#### VI.4.2 Análisis del Par Diferencial en función de los voltajes de entrada y de salida diferenciales y comunes. Cálculo de la matriz $\underline{A}^*$



$$\begin{aligned} v_{o_c} &= A_{cm} v_{i_c} + A_{cm-dm} v_{i_d} \\ v_{o_d} &= A_{dm-cm} v_{i_c} + A_{dm} v_{i_d} \end{aligned}$$

Red de 4 pares de terminales.  
Se requiere definir 4 parámetros.



$v_{i_d} \equiv v_{i_1} - v_{i_2}$  (voltaje de entrada diferencial)

$v_{i_c} \equiv \frac{v_{i_1} + v_{i_2}}{2}$  (voltaje de entrada común)

$v_{i_1} = v_{i_c} + \frac{v_{i_d}}{2}$  (voltaje nodal de entrada 1)

$v_{i_2} = v_{i_c} - \frac{v_{i_d}}{2}$  (voltaje nodal de entrada 2)

$v_{o_d} \equiv v_{o_1} - v_{o_2}$  (voltaje de salida diferencial)

$v_{o_c} \equiv \frac{v_{o_1} + v_{o_2}}{2}$  (voltaje de salida común)

$v_{o_1} = v_{o_c} + \frac{v_{o_d}}{2}$  (voltaje nodal de salida 1)

$v_{o_2} = v_{o_c} - \frac{v_{o_d}}{2}$  (voltaje nodal de salida 2)

Se definen:

$A_{cm} = \left. \frac{v_{o_c}}{v_{i_c}} \right|_{v_{i_d} = 0}$  , Amplificación en Modo Común Puro

$A_{cm-dm} = \left. \frac{v_{o_c}}{v_{i_c}} \right|_{v_{i_d} = 0}$  , Amplificación de Modo Diferencial a Modo Común

$$A_{dm-cm} = \frac{v_{o_d}}{v_{i_c}} \Bigg|_{v_{i_d}=0}, \text{ Amplificación de Modo Común a Modo Diferencial}$$

$$A_{dm} = \frac{v_{o_d}}{v_{i_d}} \Bigg|_{v_{i_c}=0}, \text{ Amplificación en Modo Diferencial Puro}$$

Para encontrar los valores de  $A_{cm}$ ,  $A_{cm-dm}$ ,  $A_{dm-cm}$  y  $A_{dm}$  en términos de  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$  y  $A_{22}$  se procede como sigue:

Para  $v_{o_c}$ :

$$v_{o_c} = \frac{1}{2} (v_{o_1} + v_{o_2})$$

$$v_{o_1} = A_{11}v_{i_1} + A_{12}v_{i_2}; \quad v_{o_2} = A_{21}v_{i_1} + A_{22}v_{i_2}$$

Substituyendo:

$$v_{o_c} = \frac{1}{2} (A_{11}v_{i_1} + A_{12}v_{i_2} + A_{21}v_{i_1} + A_{22}v_{i_2})$$

$$v_{i_1} = v_{i_c} + \frac{v_{i_d}}{2}; \quad v_{i_2} = v_{i_c} - \frac{v_{i_d}}{2}$$

Substituyendo:

$$v_{o_c} = \frac{1}{2} \left[ A_{11} \left( v_{i_c} + \frac{v_{i_d}}{2} \right) + A_{12} \left( v_{i_c} - \frac{v_{i_d}}{2} \right) + A_{21} \left( v_{i_c} + \frac{v_{i_d}}{2} \right) + A_{22} \left( v_{i_c} - \frac{v_{i_d}}{2} \right) \right]$$

Agrupando:

$$v_{o_c} = \frac{1}{2} \left[ A_{11}v_{i_c} + \frac{1}{2}A_{11}v_{i_d} + A_{12}v_{i_c} - \frac{1}{2}A_{12}v_{i_d} + A_{21}v_{i_c} + \frac{1}{2}A_{21}v_{i_d} + A_{22}v_{i_c} - \frac{1}{2}A_{22}v_{i_d} \right]$$

$$v_{o_c} = \frac{1}{2} \left[ (A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}) v_{i_c} + \frac{1}{2} (A_{11} - A_{12} + A_{21} - A_{22}) v_{i_d} \right]$$

$$\boxed{v_{o_c} = \frac{1}{2} (A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}) v_{i_c} + \frac{1}{4} (A_{11} - A_{12} + A_{21} - A_{22}) v_{i_d} = A_{cm}v_{i_c} + A_{cm-dm}v_{i_d}} \dots\dots\dots(9)$$

Para  $v_{o_d}$ :

$$v_{o_d} = v_{o_1} - v_{o_2}$$

$$v_{o_d} = A_{11}v_{i_1} + A_{12}v_{i_2} - A_{21}v_{i_1} - A_{22}v_{i_2}$$

$$v_{o_d} = A_{11} \left( v_{i_c} + \frac{v_{i_d}}{2} \right) + A_{12} \left( v_{i_c} - \frac{v_{i_d}}{2} \right) - A_{21} \left( v_{i_c} + \frac{v_{i_d}}{2} \right) - A_{22} \left( v_{i_c} - \frac{v_{i_d}}{2} \right)$$

$$v_{o_d} = A_{11} v_{i_c} + \frac{1}{2} A_{11} v_{i_d} + A_{12} v_{i_c} - \frac{1}{2} A_{12} v_{i_d} - A_{21} v_{i_c} - \frac{1}{2} A_{21} v_{i_d} - A_{22} v_{i_c} + \frac{1}{2} A_{22} v_{i_d}$$

$$\boxed{v_{o_d} = (A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22}) v_{i_c} + \frac{1}{2} (A_{11} - A_{12} - A_{21} + A_{22}) v_{i_d} = A_{dm-cm} v_{i_c} + A_{dm} v_{i_d}} \dots\dots\dots(10)$$

Igualando coeficientes para la ecuación (9) y para la ecuación (10), resulta:

$$A_{cm} = \frac{1}{2} (A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22})$$

como  $A_{11} = A_{22}$ ,  $A_{12} = A_{21}$ , entonces:

$$A_{cm} = \frac{1}{2} (2A_{11} + 2A_{12}) = A_{11} + A_{12}$$

$$\boxed{A_{cm} = A_{11} + A_{12}}$$

$$\boxed{A_{cm-dm} = \frac{1}{4} (A_{11} - A_{12} + A_{21} - A_{22}) = \frac{1}{4} (A_{11} - A_{12} + A_{12} - A_{11}) = 0}$$

$$\boxed{A_{dm-cm} = A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22} = A_{11} + A_{12} - A_{12} - A_{11} = 0}$$

$A_{cm-dm} = A_{dm-cm} = 0$  solamente se cumple si  $A_{11} = A_{22}$  y  $A_{12} = A_{21}$ , lo cual resulta cuando el Par Diferencial está balanceado de manera que  $g_{m_1} = g_{m_2}$ ,  $r_{\pi_1} = r_{\pi_2}$  y  $r_{o_1} = r_{o_2}$  (los transistores del Par son idénticos).

$$A_{dm} = \frac{1}{2} (A_{11} - A_{12} - A_{21} + A_{22}) = \frac{1}{2} (2A_{11} - 2A_{12}) = A_{11} - A_{12}$$

$$\boxed{A_{dm} = A_{11} - A_{12}}$$

Para  $A_{cm}$  y  $A_{dm}$ , se sustituyen los valores de  $A_{11}$  y  $A_{12}$  obtenidos en el análisis anterior (IV.4.1):

$$A_{cm} = -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}} \right] + \frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)} - 1}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right] \\
&= -\frac{g_m R_C}{2} \cdot \frac{\frac{1}{g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \\
&= -\frac{g_m R_C}{2} \cdot \frac{1}{g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right) + \frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

$$A_{cm} = -\frac{g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}$$

válido sólo cuando  $r_o \gg R_C$

$$A_{dm} = -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right] - \frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right]$$

$$A_{dm} = -\frac{g_m R_C}{2} \left[ \frac{1 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)} + 1}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}} \right]$$



$$= -\frac{g_m R_C}{2} \cdot \frac{2 + \frac{1}{g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}$$

$$= -g_m R_C \cdot \frac{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}{1 + \frac{1}{2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right)}}$$

$$\boxed{A_{dm} = -g_m R_C} \quad \text{válido sólo cuando } r_o \gg R_C$$

## VI.5 RAZON DE RECHAZO EN MODO COMUN

La **Razón de Rechazo en Modo Común (CMRR)** se define como la relación, en dB, entre la amplificación en modo diferencial ( $A_{dm}$ ) y la amplificación en modo común ( $A_{cm}$ ). Entre más grande sea el valor del CMRR, el Par Diferencial rechazará más las señales en modo común, esto es, la amplificación de las señales en modo común será muy pequeña **comparada** con la amplificación de las señales en modo diferencial.

$$\boxed{CMRR = 20 \log \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right|}$$

Sustituyendo los valores de  $A_{dm}$  y  $A_{cm}$  que se obtuvieron en la sección anterior, se obtiene:

$$CMRR = 20 \log \left[ 1 + 2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right) \right]$$

como  $2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right) \gg 1$  entonces:

$$CMRR = 20 \log \left[ 2g_m R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right) \right]$$

$$CMRR = 20 \log \left[ 2 \frac{I_C}{V_T} R_{EE} \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right) \right]$$

pero:  $I_C \left(1 + \frac{1}{\beta_o}\right) = I_C \frac{\beta_o + 1}{\beta_o} = I_C \cdot \frac{1}{\alpha_o} = I_E$ , entonces:

$$CMRR = 20 \log \left( 2 \frac{I_E}{V_T} R_{EE} \right), \text{ como: } 2I_E = I_{EE}, \text{ queda:}$$

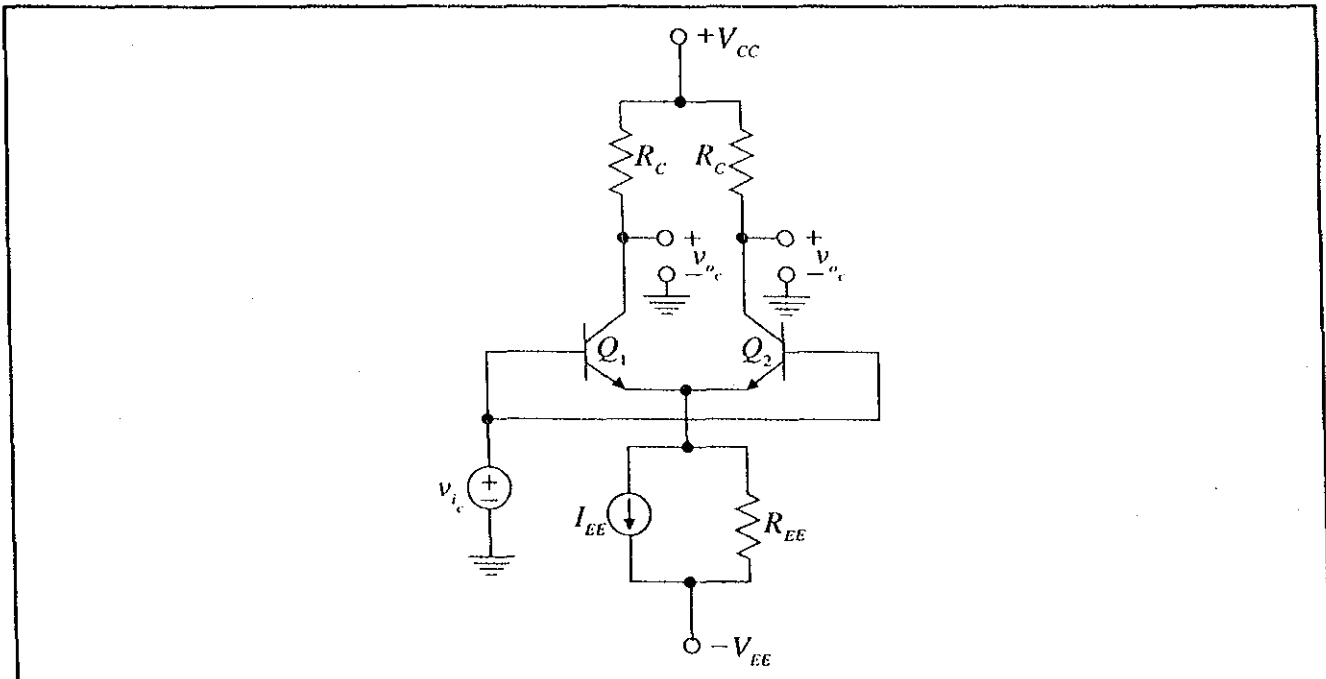
$$\boxed{CMRR = 20 \log \left( \frac{I_{EE} R_{EE}}{V_T} \right)} \text{ v\u00e1lido s\u00f3lo cuando } r_o \gg R_C$$

Del resultado anterior se observa que la Raz\u00f3n de Rechazo a Se\u00f1ales en Modo Com\u00fan (CMRR), depende solamente de la figura de m\u00e9rito ( $I_{EE} R_{EE}$ ) de la fuente de corriente que se emplea para polarizar al Par Diferencial.

## VI.6 EL CONCEPTO DEL MEDIO CIRCUITO

El an\u00e1lisis del Par Diferencial mediante el concepto del Medio Circuito se puede aplicar a un Par que opere en Modo Com\u00fan Puro o Modo Diferencial Puro, y no requiere que se cumpla la restricci\u00f3n que  $r_o$  sea mucho mayor que  $R_C$ , es decir, este tipo de an\u00e1lisis es m\u00e1s general en ese aspecto.

### VI.6.1 An\u00e1lisis en Modo Com\u00fan Puro



Como se demostr\u00f3 que:

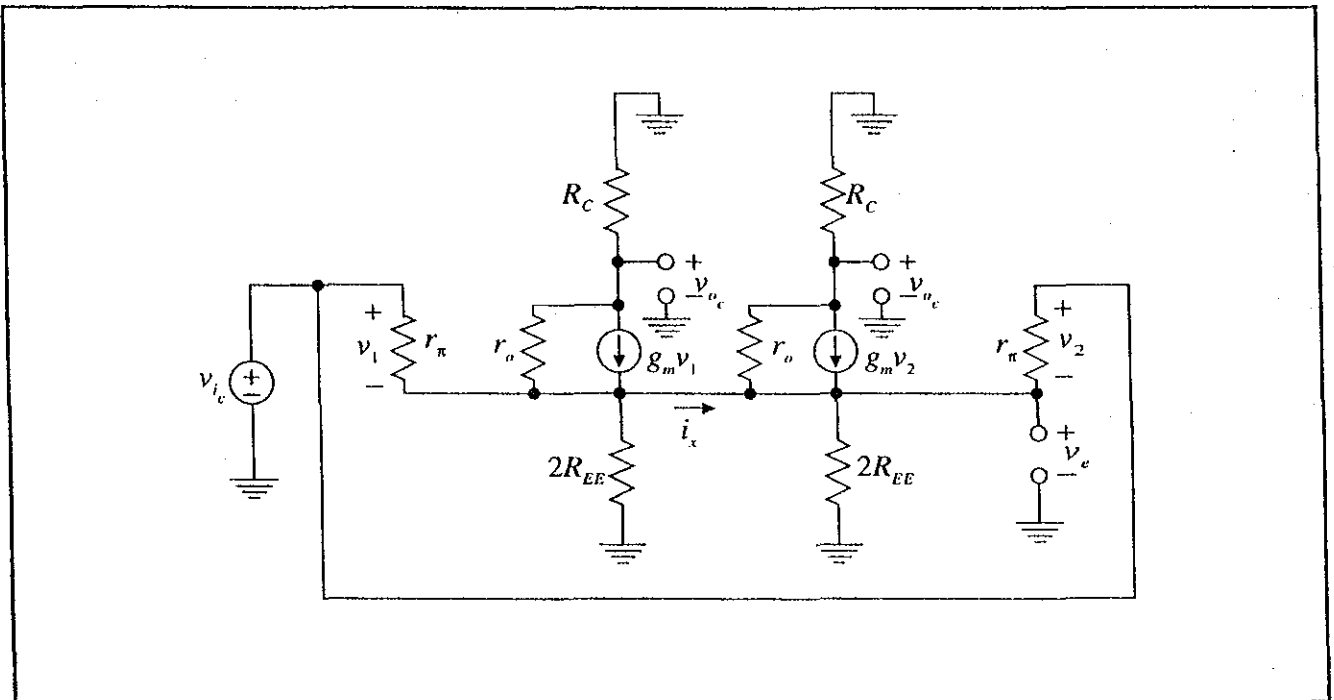
$$A_{dm-cm} = \frac{v_{o_d}}{v_{i_c}} \Big|_{v_{i_d} = 0} = 0 \text{ entonces } v_{o_d} = 0 \text{ y:}$$

$$v_{o_1} = v_{o_c} + \frac{v_{o_d}}{2} = v_{o_c}$$

$$v_{o_2} = v_{o_c} - \frac{v_{o_d}}{2} = v_{o_c}$$

Este resultado significa que los voltajes nodales en los colectores de los transistores contienen, cada uno de ellos, el voltaje de salida en modo común.

Tomando el modelo a pequeña señal y partiendo a  $R_{EE}$  en dos resistencias  $2R_{EE}$  en paralelo:



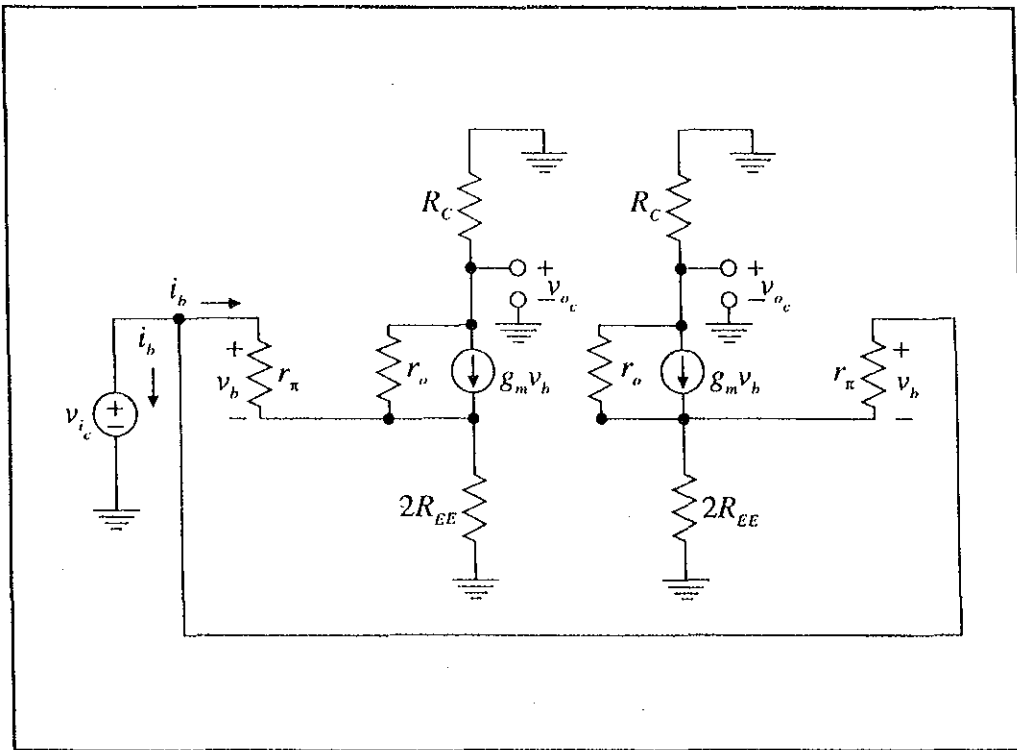
Como  $v_e$  es igual para los dos transistores y  $v_{i_1} = v_{i_2} = v_{i_c}$  entonces:

$$v_{i_1} = v_{i_2} = v_{i_c} - v_e$$

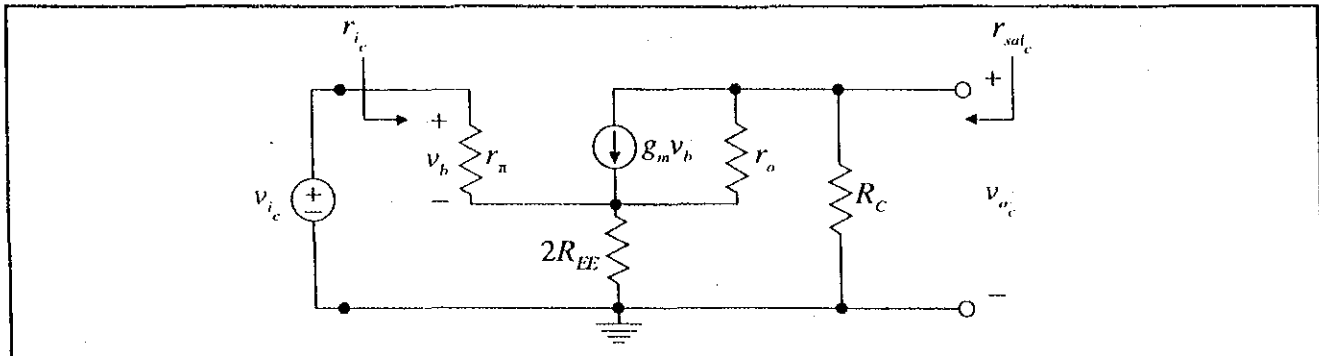
también:  $g_m v_{i_1} = g_m v_{i_2}$ ,  $r_{o_1} = r_{o_2}$  quedando:

$$i_x = 0$$

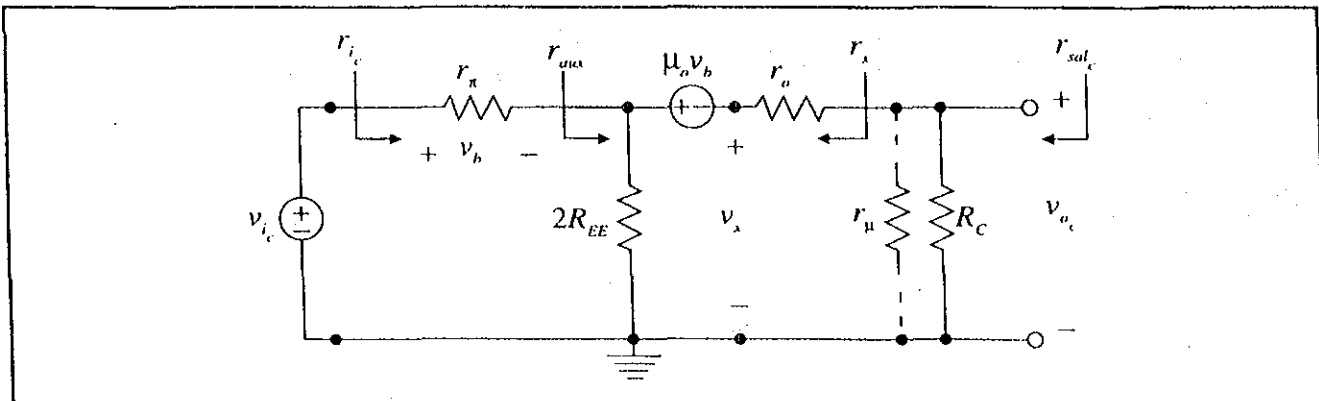
Por lo tanto, el circuito se puede dividir en dos mitades idénticas, pudiendo así analizar solamente una mitad.



El circuito resultante de una mitad queda:



Redibujando el circuito para aplicar el MPA:



**Nota:** Como la  $R_{int}$  de la fuente de voltaje  $v_i$  se considera de  $0 \Omega$ , entonces la resistencia  $r_\mu$  conectada entre colector y base, se puede dibujar como se muestra en el diagrama.

*Cálculo de la resistencia de entrada en modo común puro ( $r_i$ ) ( $r_\mu \gg R_C$ )*

$$r_i = r_\pi + \frac{2R_{EE} [R_C + r_o (1 + \beta_o)]}{2R_{EE} + R_C + r_o} \quad \leftarrow \text{Valor exacto}$$

Si  $r_o \gg R_C$  y  $r_o \gg 2R_{EE}$  entonces:

$$r_i = r_\pi + \frac{2R_{EE} r_o (1 + \beta_o)}{r_o}$$

$$r_i = r_\pi + 2R_{EE} (1 + \beta_o)$$

Este valor coincide con la resistencia de entrada de un emisor degenerado en el cual se cumplen las condiciones propuestas anteriormente.

Obsérvese que el valor de  $r_{aux}$  se puede determinar de la expresión para  $r_i$ :

$$r_{aux} = \frac{2R_{EE} [R_C + r_o (1 + \beta_o)]}{2R_{EE} + R_C + r_o}$$

Si  $r_o \gg R_C$  y  $r_o \gg 2R_{EE}$  entonces:

$$r_{aux} = 2R_{EE} (1 + \beta_o)$$

*Cálculo de la resistencia de salida en modo común puro ( $r_{sal_c}$ )*

$$r_{sal_c} = R_C \parallel r_x \parallel r_\mu = R_C \parallel \left[ r_o + \frac{2R_{EE} [r_\pi (1 + \mu_o)]}{2R_{EE} + r_\pi} \right] \parallel r_\mu \quad \leftarrow \text{Valor exacto}$$

Si  $r_o \gg R_C$  y  $r_\mu \gg R_C$  entonces:

$$r_{sal_c} = R_C$$

Cálculo de la amplificación en modo común puro ( $A_{cm}$ )

$$A_{cm} = \frac{v_{o_c}}{v_{i_c}}; \quad v_{o_c} = \frac{R_C}{r_o + R_C} v_x \quad \dots\dots\dots (a)$$

$$v_x = v_{i_c} - v_b - \mu_o v_b \quad \dots\dots\dots (b)$$

$$v_b = \frac{r_\pi}{r_\pi + r_{aux}} v_{i_c} \quad \dots\dots\dots (c)$$

Sustituyendo (c) en (b) y (b) en (a):

$$A_{cm} = \frac{v_{o_c}}{v_{i_c}} = \frac{R_C}{r_o + R_C} \left[ 1 - (1 + \mu_o) \frac{r_\pi}{r_\pi + r_{aux}} \right] \quad \leftarrow \text{Valor exacto}$$

Si  $r_o \gg R_C$  y  $r_o \gg 2R_{EE}$  entonces:

$$A_{cm} = \frac{R_C}{r_o} \left[ \frac{r_{aux} - \mu_o r_\pi}{r_\pi + r_{aux}} \right]$$

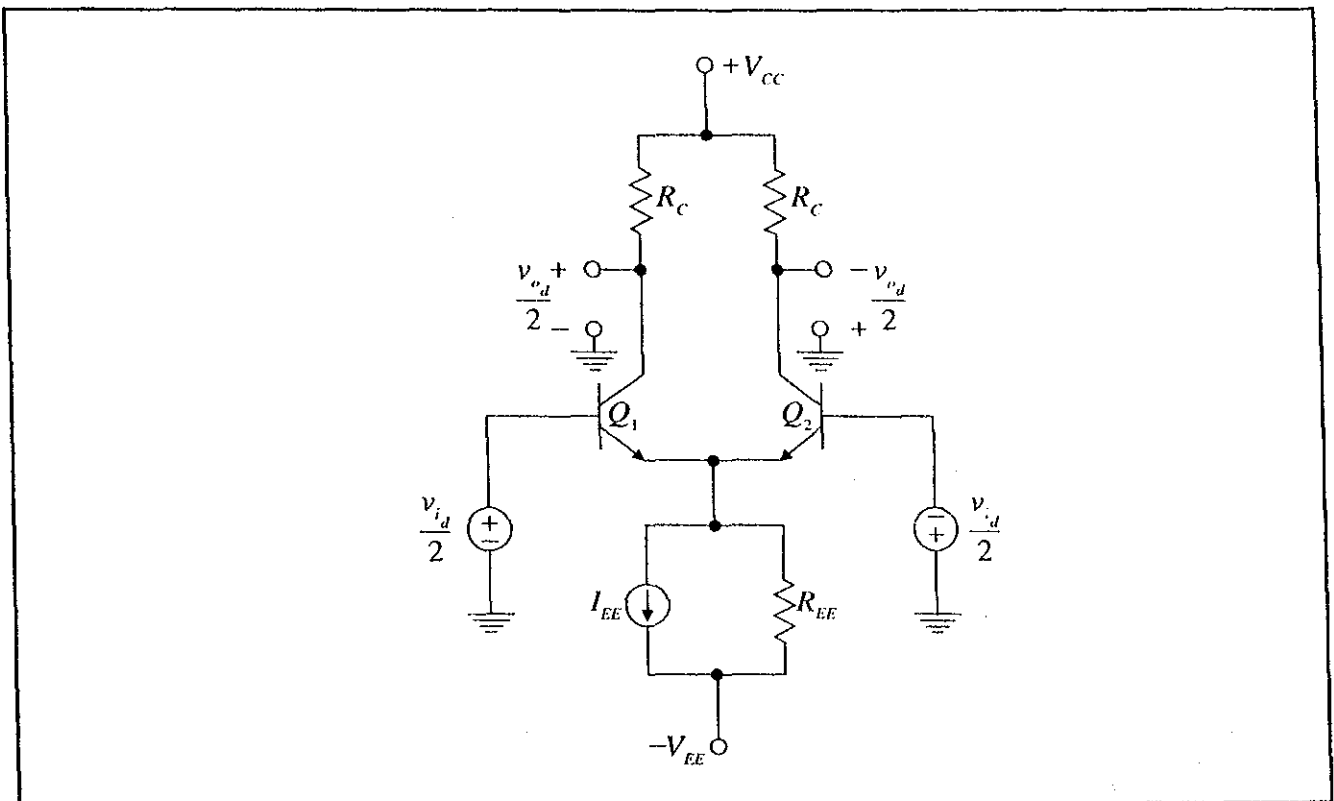
$$A_{cm} = \frac{R_C}{r_o} \left[ \frac{(2R_{EE} - r_o) \beta_o}{r_\pi + 2R_{EE} (1 + \beta_o)} \right] = - \frac{R_C}{r_o} \cdot \frac{\beta_o r_o}{r_\pi + 2R_{EE} (1 + \beta_o)}$$

$$A_{cm} = - \frac{R_C \beta_o}{r_\pi + 2R_{EE} (1 + \beta_o)} = \frac{-g_m R_C}{1 + \frac{2R_{EE}}{r_\pi} (1 + \beta_o)}$$

$$A_{cm} = \frac{-g_m R_C}{1 + 2R_{EE} g_m \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right)}$$

Este valor coincide con el que se obtuvo anteriormente para  $A_{cm} = A_{11} + A_{12}$ .

## VI.6.2 Análisis en Modo Diferencial Puro



Como se demostró que:

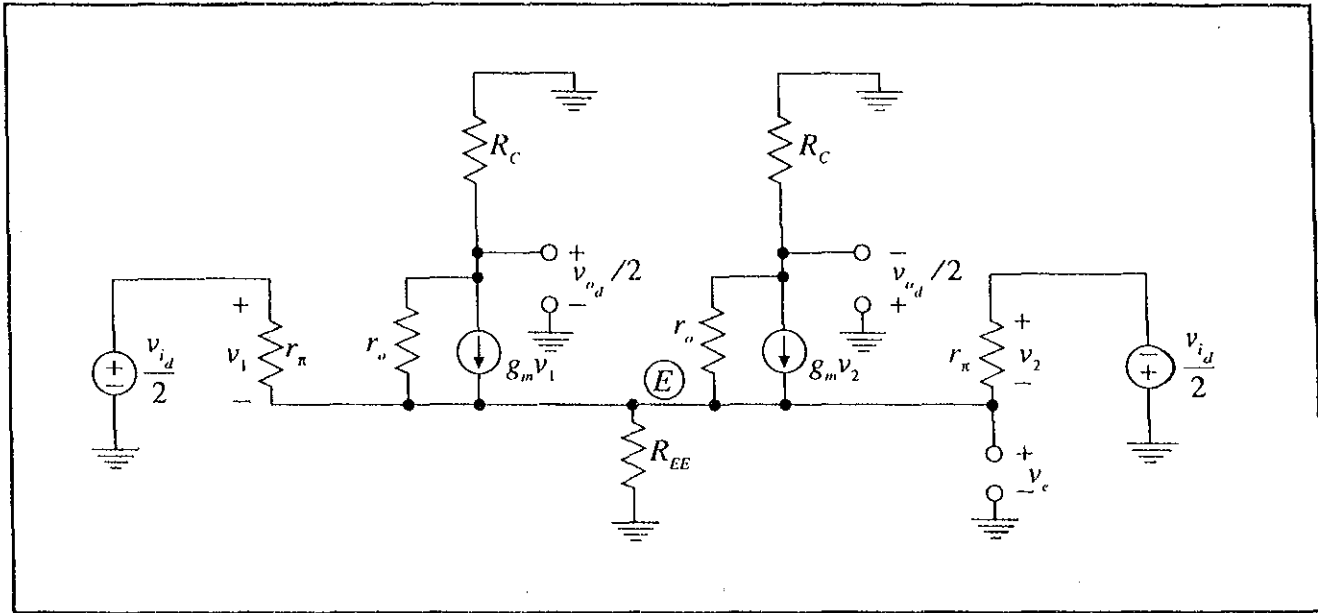
$$A_{cm-dm} = \frac{v_{oc}}{v_{id}} \Big|_{v_{ic}=0} = 0 \text{ entonces } v_{oc} = 0, \text{ y}$$

$$v_{o1} = v_{oc} + \frac{v_{od}}{2} = +\frac{v_{od}}{2}$$

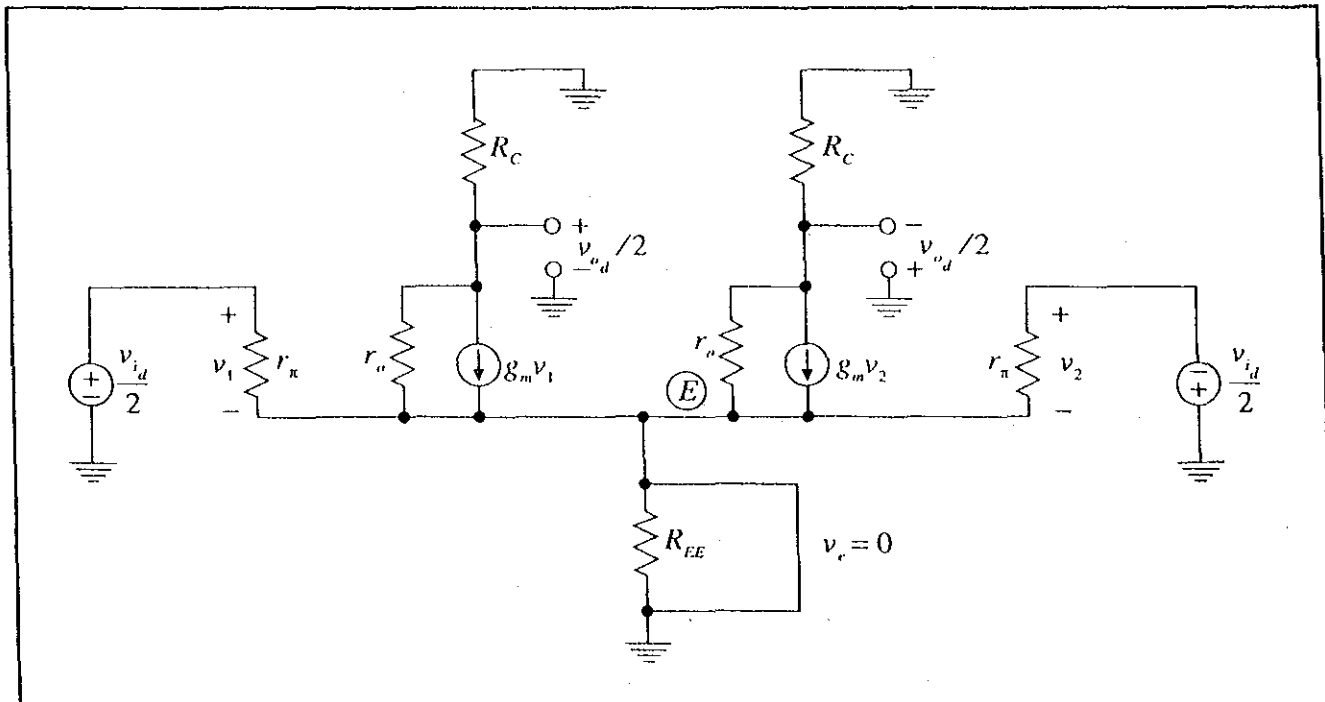
$$v_{o2} = v_{oc} - \frac{v_{od}}{2} = -\frac{v_{od}}{2}$$

Este resultado significa que los voltajes nodales en los colectores de los transistores representan, cada uno de ellos, la mitad del voltaje de salida diferencial.

Tomando el modelo de pequeña señal en modo diferencial puro:

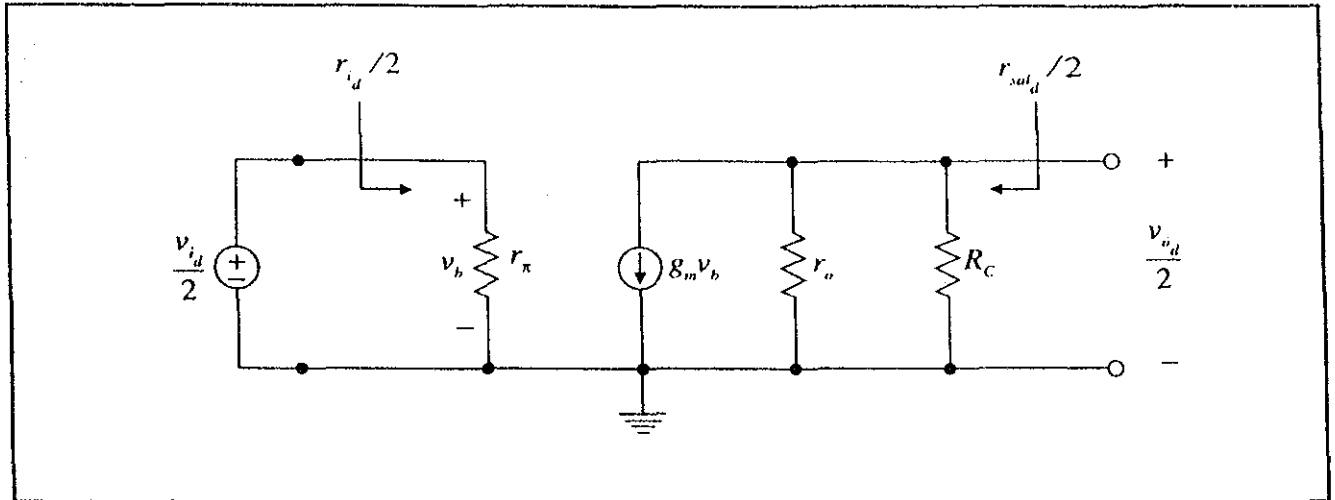


En modo diferencial puro, cuando uno de los transistores proporciona corriente de AC al nodo E ( $g_m v_1 > 0$ ), el otro transistor demanda la misma cantidad de corriente ( $g_m v_2 < 0$ ) del nodo E, por lo que la corriente neta sobre  $R_{EE}$  es cero (debido a la componente de pequeña señal). Por tanto, la caída de tensión sobre  $R_{EE}$  es cero y se puede sustituir por un corto circuito.



Es obvio que basta con analizar tan sólo una mitad del circuito.

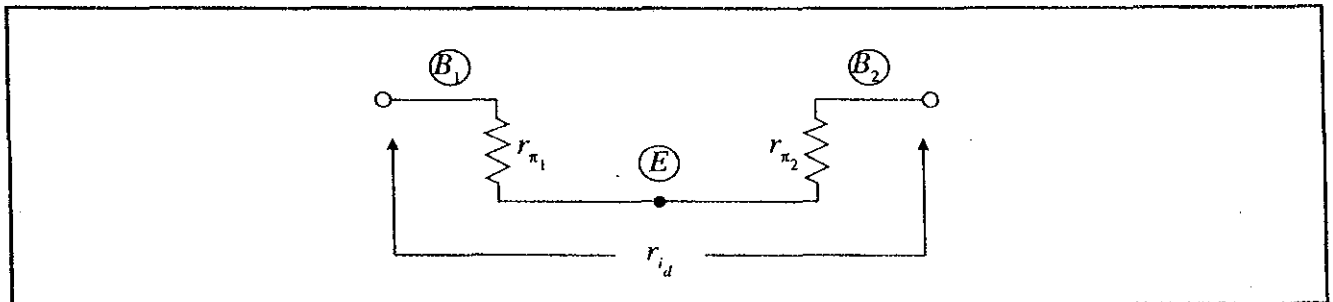




Cálculo de la resistencia de entrada en modo diferencial puro ( $r_{i_d}$ )

Por inspección:

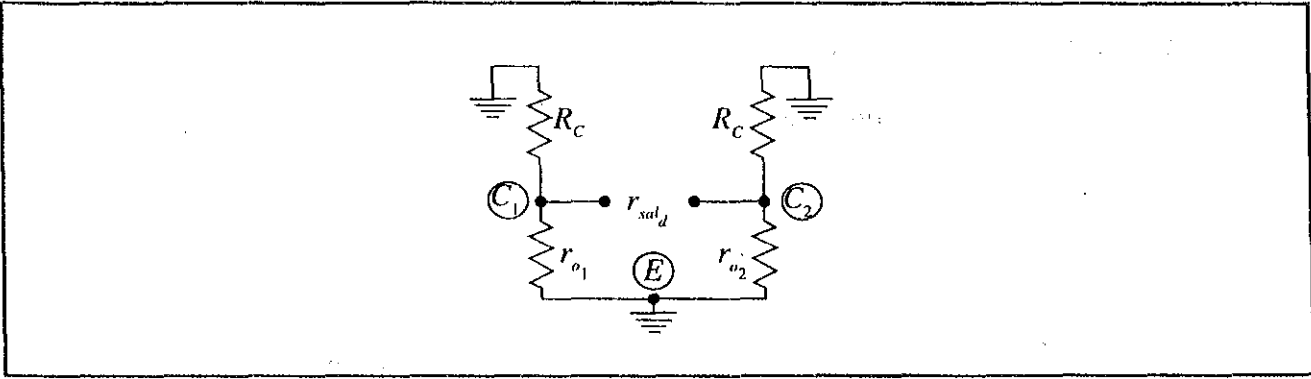
$$\frac{r_{i_d}}{2} = r_{\pi} \Rightarrow \boxed{r_{i_d} = 2r_{\pi}}$$



Cálculo de la resistencia de salida en modo diferencial puro ( $r_{s_{al}_d}$ )

Del circuito se observa que:

$$\frac{r_{s_{al}_d}}{2} = r_o \parallel R_C \Rightarrow \boxed{r_{s_{al}_d} = 2(r_o \parallel R_C)}$$



Cálculo de la ganancia en modo diferencial puro ( $A_{dm}$ )

$$A_{dm} = \frac{v_{o_d}}{v_{i_d}}; \quad \frac{v_{o_d}}{2} = -g_m v_b (r_o \parallel R_c) \dots\dots\dots(a)$$

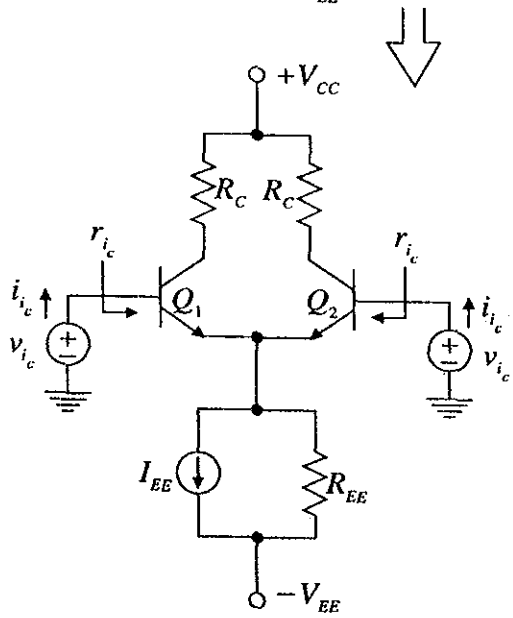
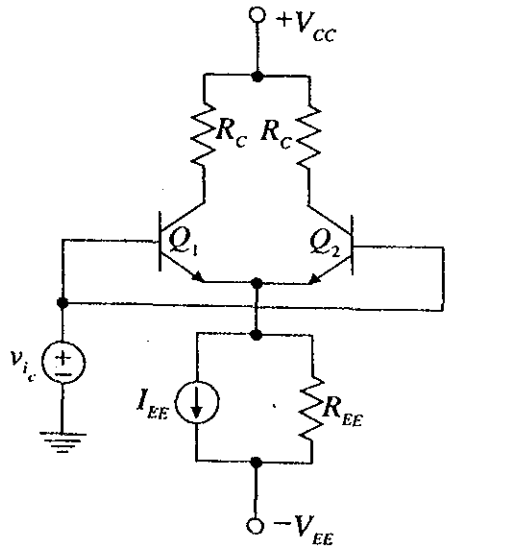
$$v_b = \frac{v_{i_d}}{2} \dots\dots\dots(b)$$

Sustituyendo (b) en (a):

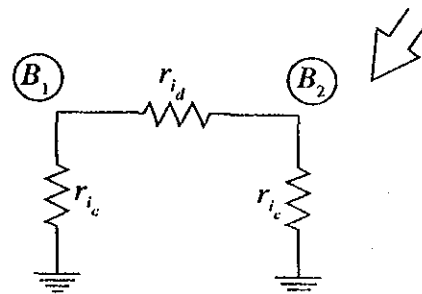
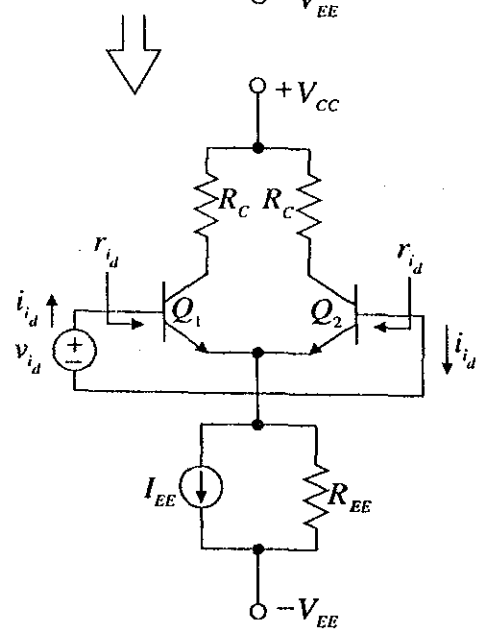
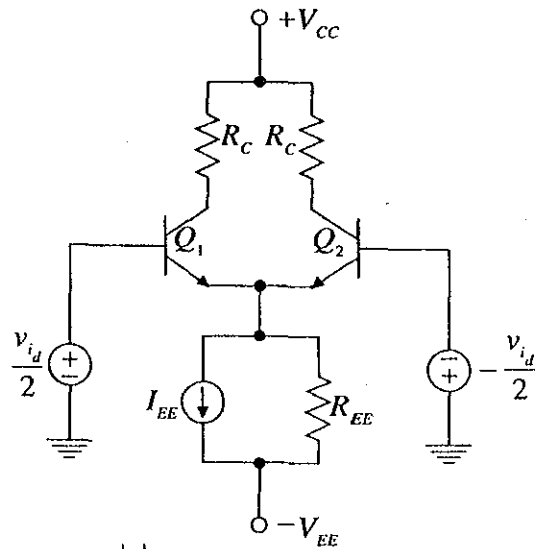
$$A_{dm} = \frac{v_{o_d}}{v_{i_d}} = -g_m (r_o \parallel R_c)$$

### VI.6.3 Análisis de la resistencia de entrada

La señal de entrada en modo común puro se aplica entre cada una de las bases y tierra:



La señal de entrada en modo diferencial puro se aplica entre las dos bases:



La resistencia de entrada en B1 y B2 **no** es:

$$r_i = r_{i_c} \parallel (r_{i_d} + r_{i_c})$$

$r_{i_c}$  vale sólo para la componente  $v_{i_c}$   
 $r_{i_d}$  vale sólo para la componente  $v_{i_d}$

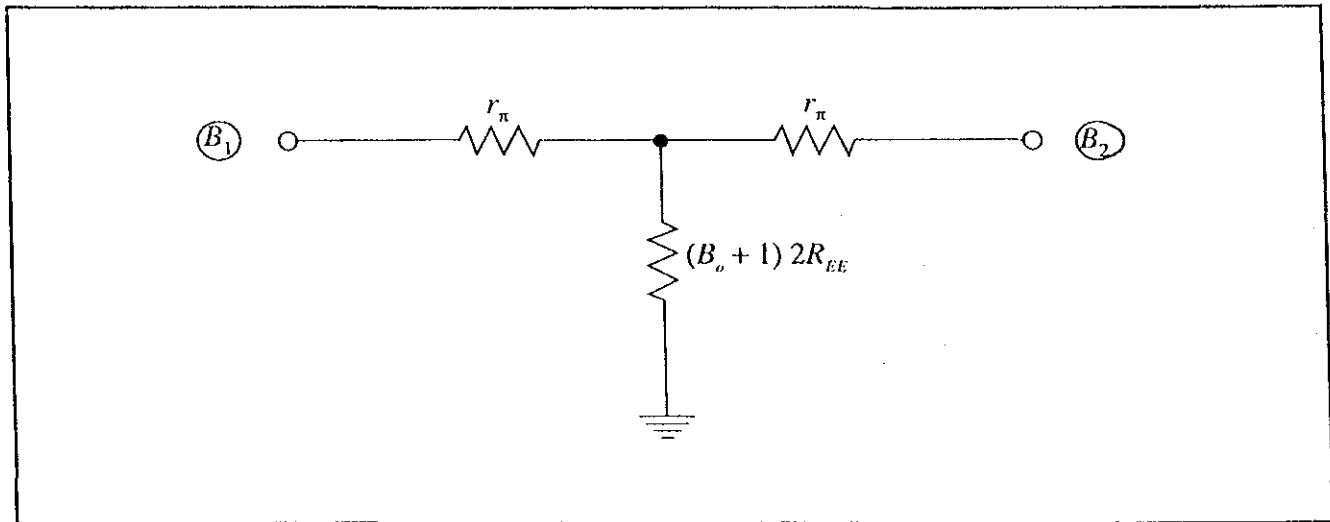
Se calcula:  $i_i = i_{i_c} + i_{i_d} = \frac{v_{i_c}}{r_{i_c}} + \frac{v_{i_d}}{r_{i_d}}$ ,  $r_i = \frac{v_i}{i_i}$

Si  $r_o \gg R_c$  y  $r_o \gg 2R_{EE}$  entonces:

$$r_{i_c} = r_\pi + 2R_{EE}(1 + \beta_o) = r_\pi \left[ 1 + 2R_{EE}g_m \left( 1 + \frac{1}{\beta_o} \right) \right]$$

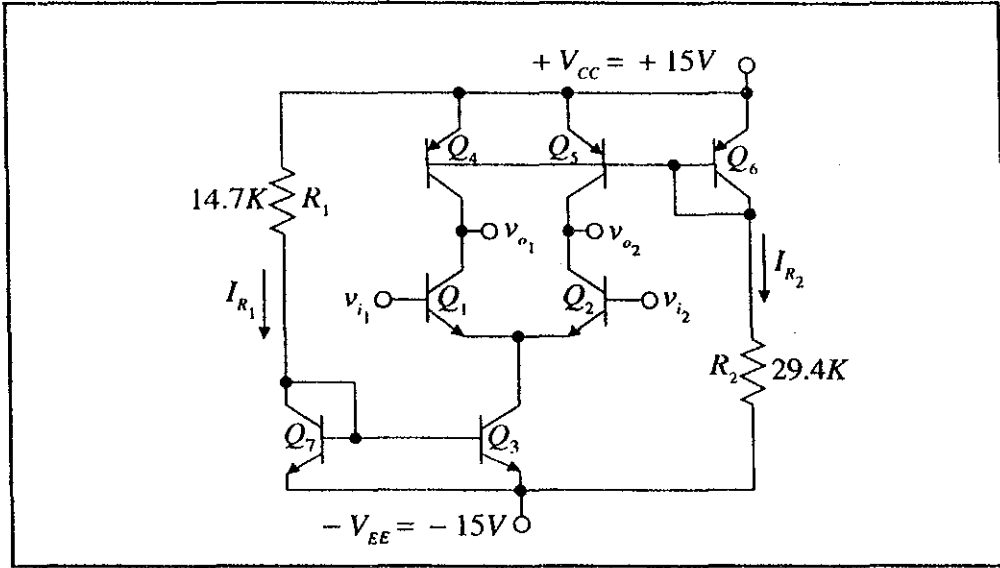
$$r_{i_d} = 2r_\pi$$

El circuito equivalente aproximado para modelar la  $r_i$  será:



### VI.7 EJEMPLO DE ANALISIS DE UN CIRCUITO PAR DIFERENCIAL MEDIANTE EL CONCEPTO DEL MEDIO CIRCUITO

Calcular  $r_i$ ,  $r_{sd_i}$ ,  $A_{cm}$ ,  $r_{i_d}$ ,  $r_{sd_d}$ ,  $A_{dm}$  y CMRR para el siguiente circuito:



$$V_{BE} = 0.6V$$

$$V_{CE_{SAT}} = 0.6V$$

$$V_T = 25mV$$

$$V_A = 100V$$

$$\beta_o = 200$$

$$r_\mu \gg \beta_o r_o$$

1) Cálculo de las corrientes de polarización  $I_{R_1}$  e  $I_{R_2}$

$$I_{R_1} = \frac{V_{CC} - V_{BE_7} - (-V_{EE})}{R_1} = \frac{+15V - 0.6V - (-15V)}{14.7K\Omega} = 2mA$$

$$I_{C_4} = I_{C_1} = I_{C_5} = I_{C_2} = I_{R_2}$$

$$I_{R_2} = \frac{V_{CC} - V_{BE_6} - (-V_{EE})}{R_2} = \frac{+15V - 0.6V - (-15V)}{29.4K\Omega} = 1mA$$

$$I_{C_3} = I_{R_1} = 2I_{R_2}$$

2) Cálculo de los parámetros híbridos  $\pi$  :

a) Para  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_4$  y  $Q_5$ ;  $I_C = 1mA$

$$g_m = 40mA/V$$

$$r_\pi = 5K\Omega$$

$$r_o = 100K\Omega$$

$$r_\mu \gg \beta_o r_o$$

b) Para  $Q_3$ ;  $I_C = 2mA$

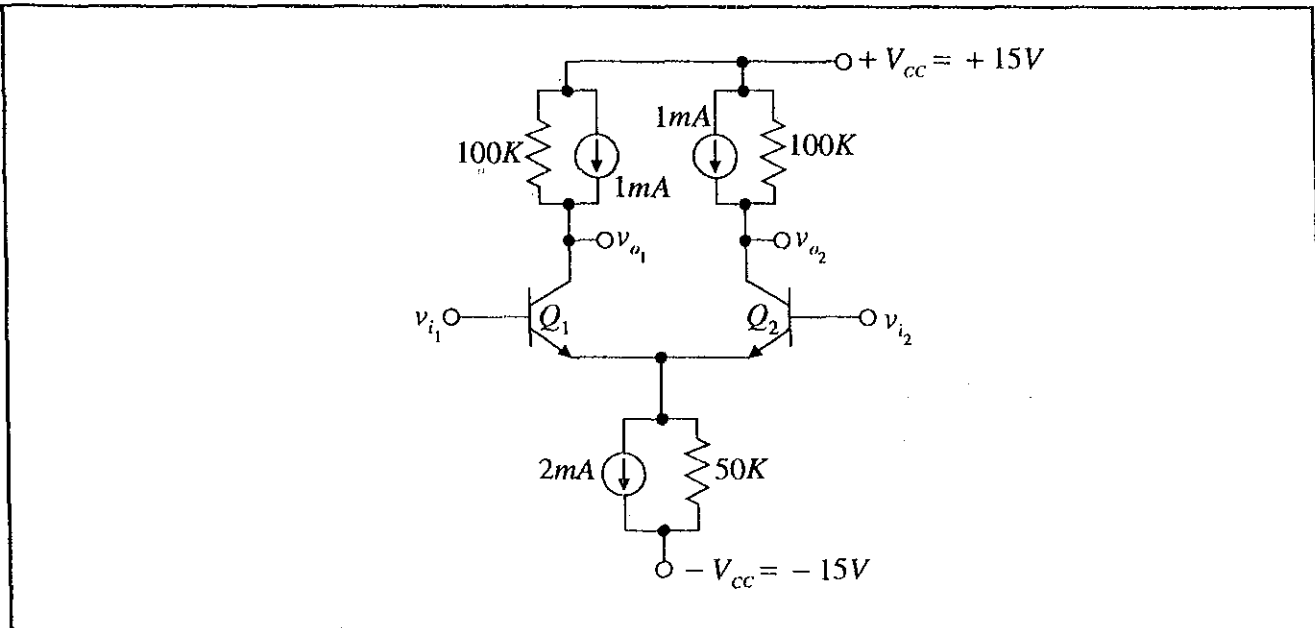
$$g_m = 80mA/V$$

$$r_{\pi} = 2.5K\Omega$$

$$r_o = 50K\Omega$$

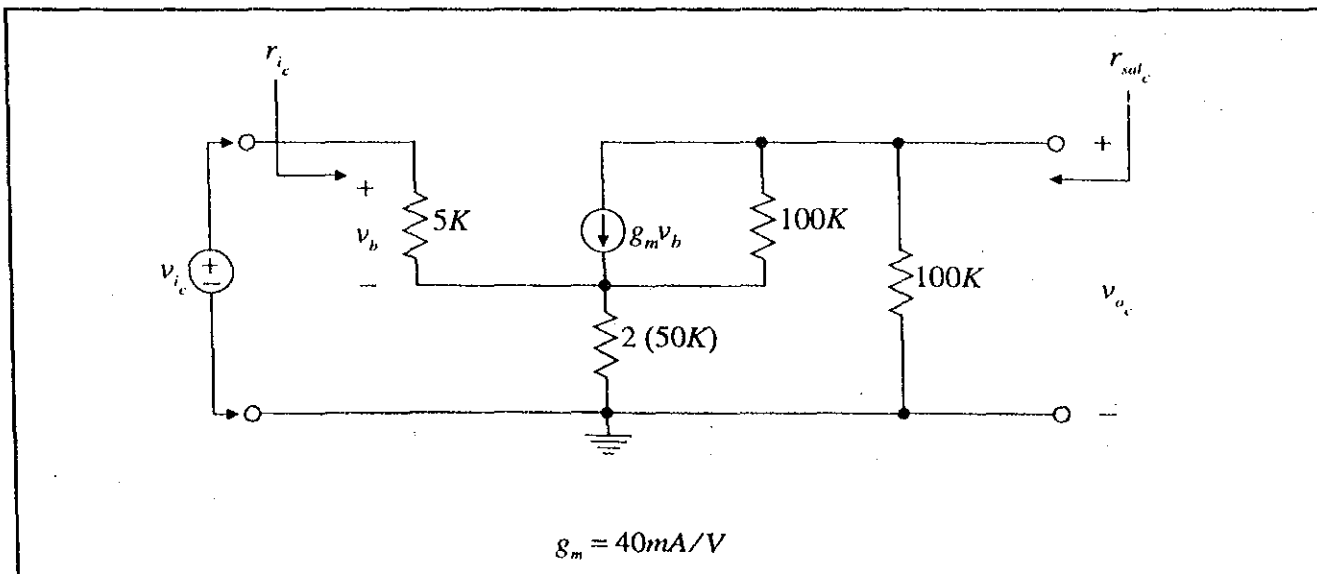
$$r_{\mu} \gg \beta_o r_o$$

3) Modelando las fuentes de corriente, el circuito resultante es:

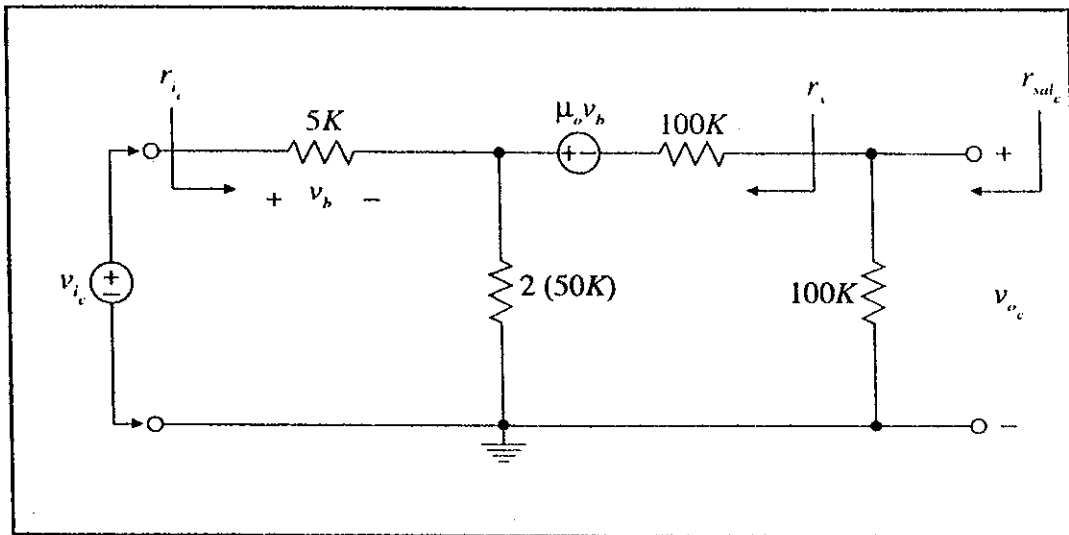


Análisis en pequeña señal

4) Análisis en modo común puro



Redibujando el circuito para aplicar el MPA:



$$\mu_o = g_m r_o = 4000$$

$$\beta_o = 200$$

$$r_{i_c} = 5K\Omega + \frac{2(50K\Omega)[100K\Omega + 100K\Omega(\beta_o + 1)]}{2(50K\Omega) + 100K\Omega + 100K\Omega} = 6.738M\Omega$$

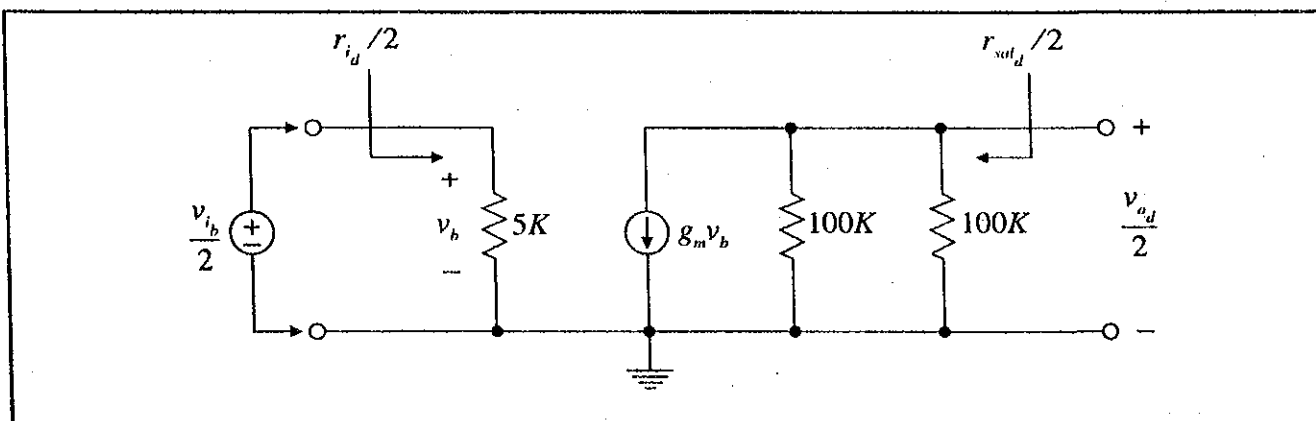
$$r_{sal_c} = 100K\Omega \parallel r_s = 100K\Omega \parallel \left[ 100K\Omega + \frac{2(50K\Omega)(5K\Omega)(\mu_o + 1)}{2(50K\Omega) + 5K\Omega} \right]$$

$$r_{sal_c} = 99.947K\Omega$$

$$A_{cm} = \frac{v_{o_c}}{v_{i_c}} = \frac{100K\Omega}{100K\Omega + 100K\Omega} \left[ 1 - (1 + \mu_o) \frac{5K\Omega}{5K\Omega + (r_{i_c} - 5K)} \right]$$

$$A_{cm} = -0.9844$$

5) Análisis en modo diferencial puro



$$r_{i_d} = 2 (5K\Omega) = 10K\Omega$$

$$r_{s_d} = 2 (100K\Omega \parallel 100K\Omega) = 100K\Omega$$

$$A_{dm} = \frac{v_{o_d}}{v_{i_d}} = -g_m (100K\Omega \parallel 100K\Omega) = -2000$$

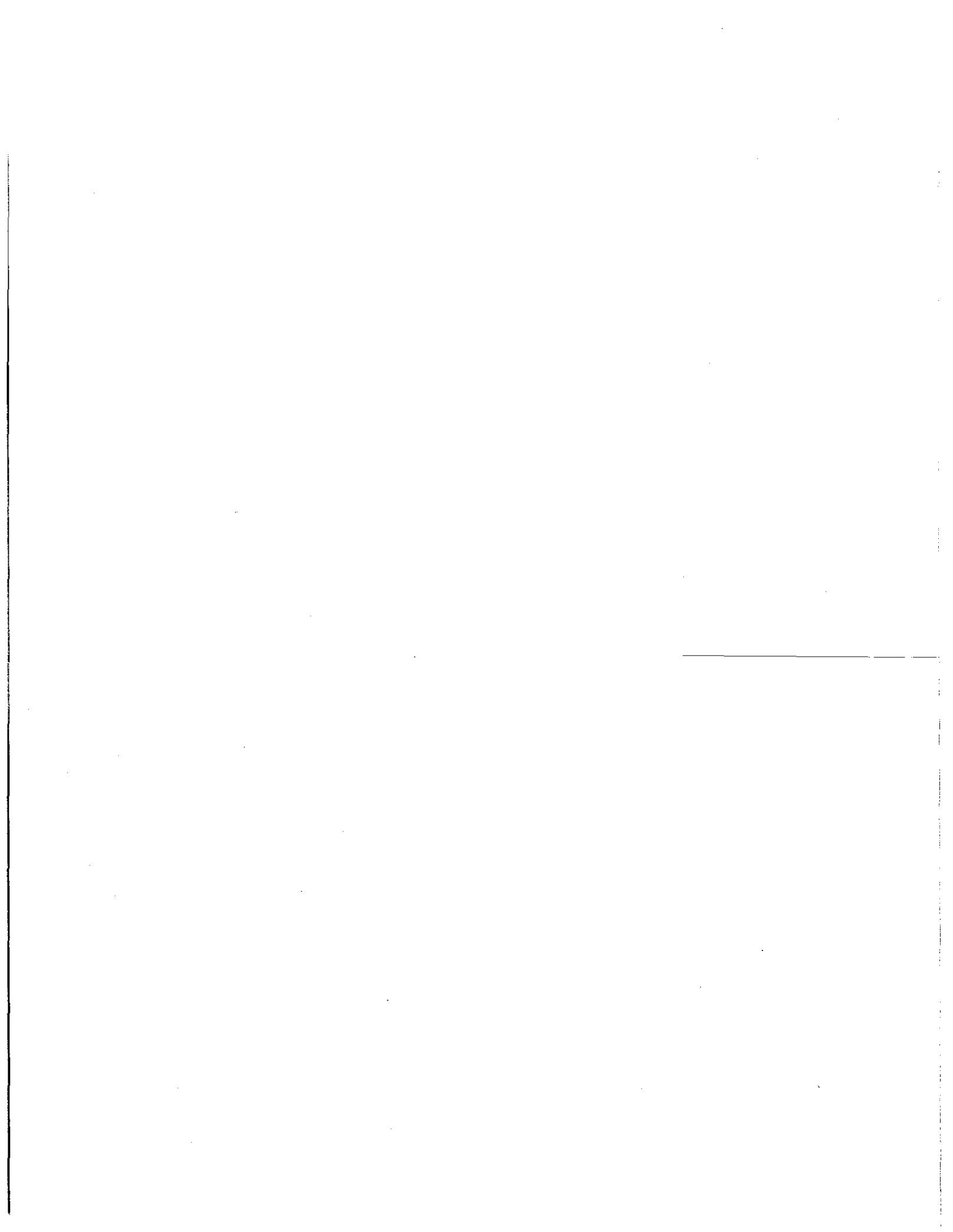
### 6) Cálculo del CMRR

$$CMRR = 20 \log \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| = 20 \log \left( \frac{2000}{0.9844} \right) = 66.157 \text{ dB}$$

### Resumen de resultados

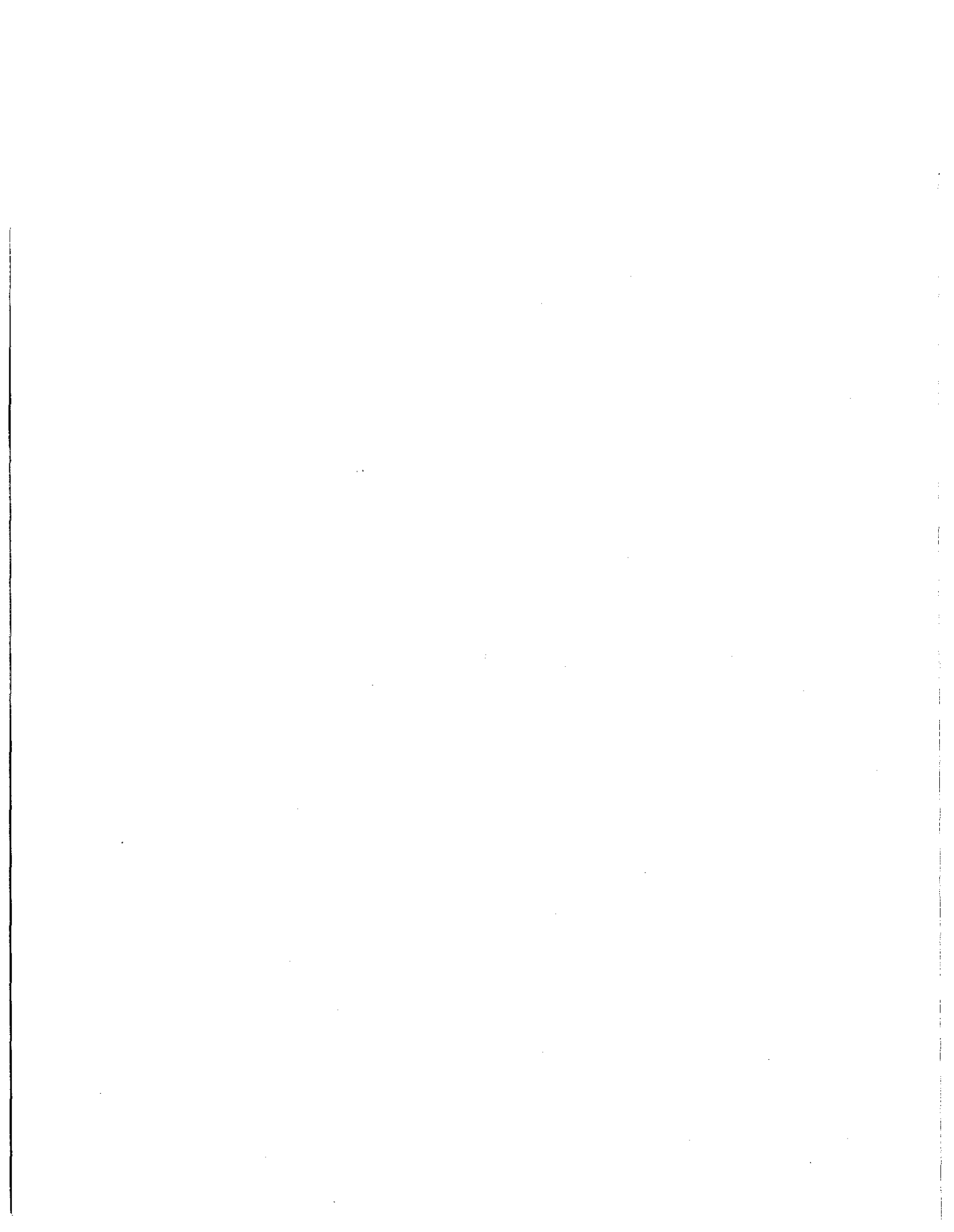
$r_{i_c} = 6.738M\Omega$	$r_{i_d} = 10K\Omega$
$r_{s_d} = 99.947K\Omega$	$r_{s_d} = 100K\Omega$
$A_{cm} = -0.9844$	$A_{dm} = -2000$
$CMRR = 66.157 \text{ dB}$	





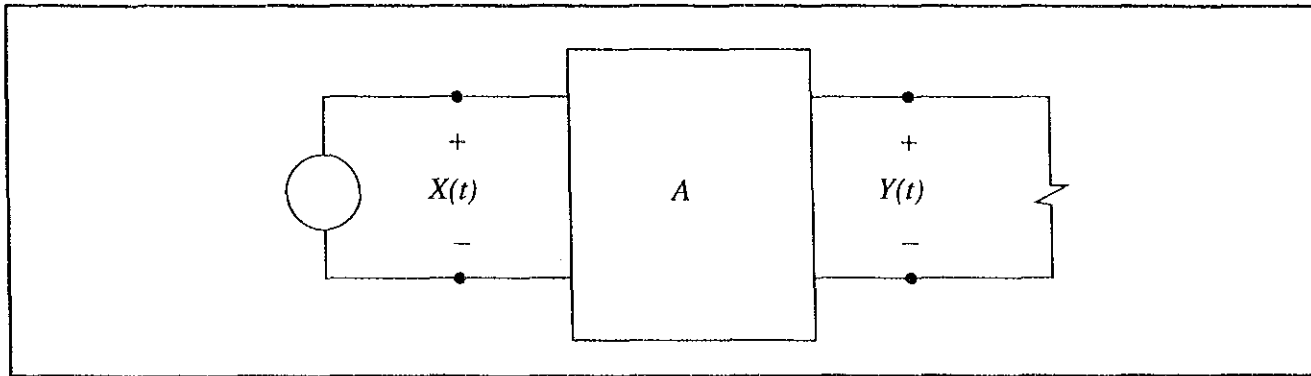
## **CAPITULO VII**

# **RESPUESTA EN FRECUENCIA**



## VII.1 INTRODUCCIÓN

Para un sistema electrónico, al cual se le aplica una señal de entrada  $X(t)$  y responde con una señal de salida  $Y(t)$ , se puede definir su función de transferencia, mediante la relación de las Transformadas de Laplace correspondientes a  $X(t)$  y  $Y(t)$  de la siguiente forma:



se definen:

$$X(s) = \mathcal{L} \{X(t)\}$$

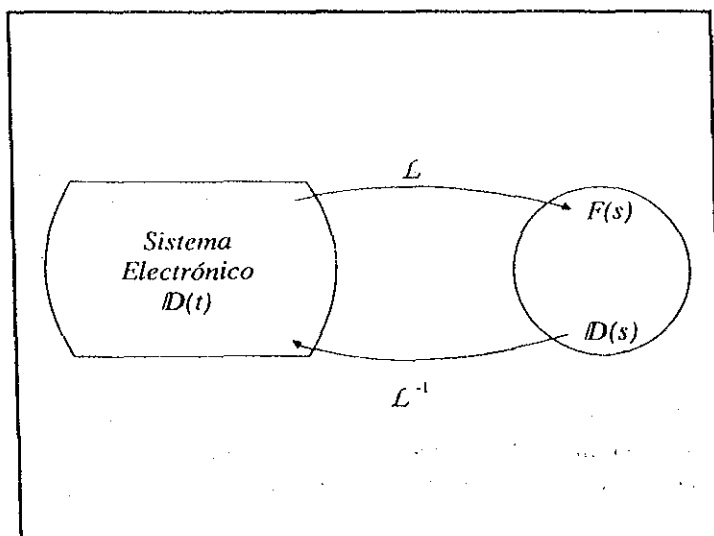
$$Y(s) = \mathcal{L} \{Y(t)\}$$

y la **Función de Transferencia** queda definida como:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+a_n)(s+a_1)\dots(s+a_u)}{(s+b_n)(s+b_1)\dots(s+b_m)}$$

Los valores de "s" para los cuales el valor de  $F(s)$  se hace cero, se llaman CEROS de la función de transferencia ( $s = -a_0, s = -a_1, \dots, s = -a_n$ ). Los valores de "s" para los cuales el valor de  $F(s)$  se indetermina, se llaman POLOS ( $s = -b_0, s = -b_1, \dots, s = -b_m$ ).

La Función de Transferencia de un sistema electrónico, permite estudiar el comportamiento de éste en el tiempo, analizado el comportamiento de la Función Compleja " $F(s)$ " de variable compleja "s", esto es:



donde:  $D(t)$  = Dominio del tiempo

$D(s)$  = Dominio de la variable compleja "s"

$$s = \sigma + j\omega$$

$F(s)$  = Función compleja de variable compleja

$$Re \{ F(s) \} + Im \{ F(s) \}$$

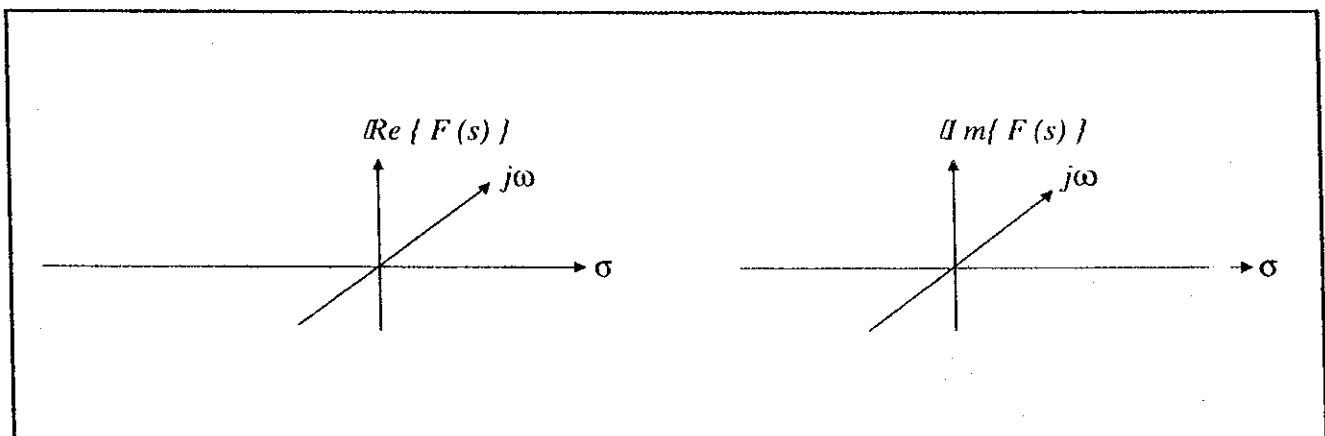
$\mathcal{L}$  = Transformada directa de Laplace

$\mathcal{L}^{-1}$  = Transformada inversa de Laplace

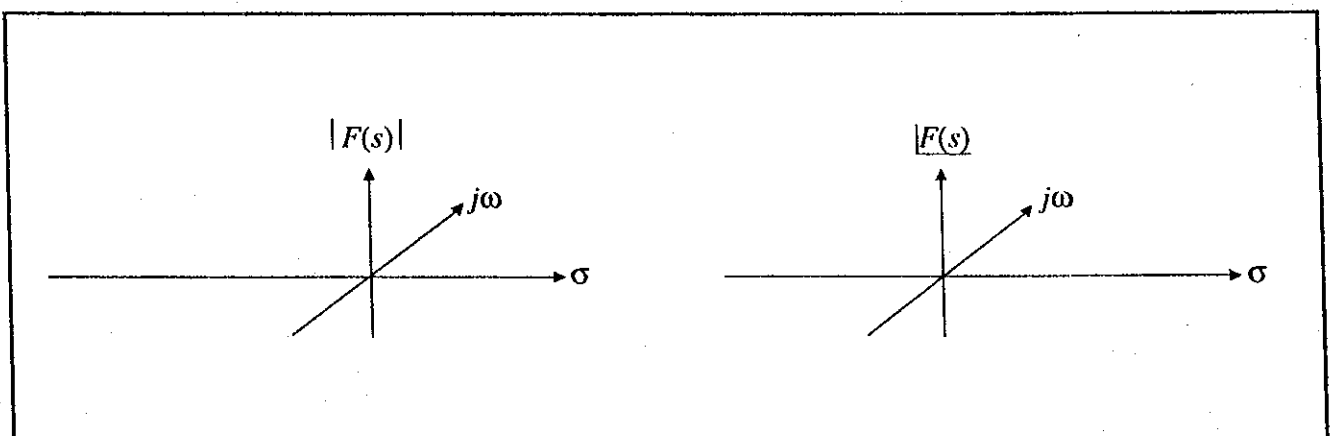
Como se observa en la figura anterior, la Transformada de Laplace permite obtener la Función de Transferencia del Sistema Electrónico. Dicha función es un concepto matemático abstracto que permite predecir el comportamiento del sistema en el tiempo. Se prefiere estudiar el comportamiento del sistema a través de la **Función de Transferencia  $F(s)$**  en el **dominio de la variable compleja "s"**, porque su análisis puede ser menos complicado que el tratar de estudiar al sistema directamente en el **dominio del tiempo "t"** a través de la **Ecuación Diferencial - Integral** que lo define.

La función  $F(s)$ , por ser una función compleja (con parte real e imaginaria) de variable compleja (también con parte real e imaginaria), requiere de cuatro dimensiones para representarse gráficamente. Debido a esta limitante, se pueden usar dos formas de representación gráfica para dicha función, las cuales son las siguiente:

- 1) Graficar independientemente las partes real e imaginaria de la función  $F(s)$ .

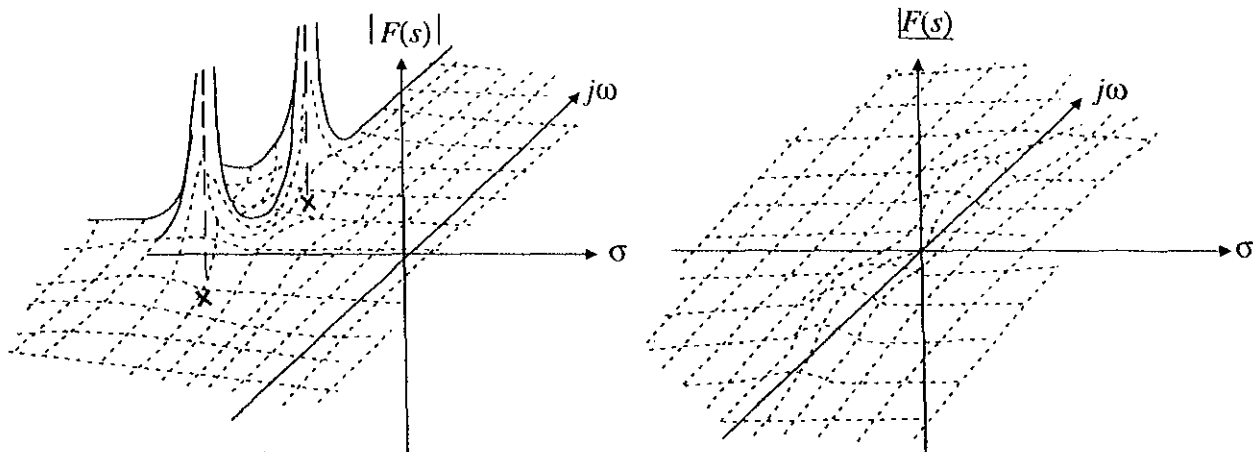


- 2) Graficar independientemente la magnitud y la fase de la función  $F(s)$ .

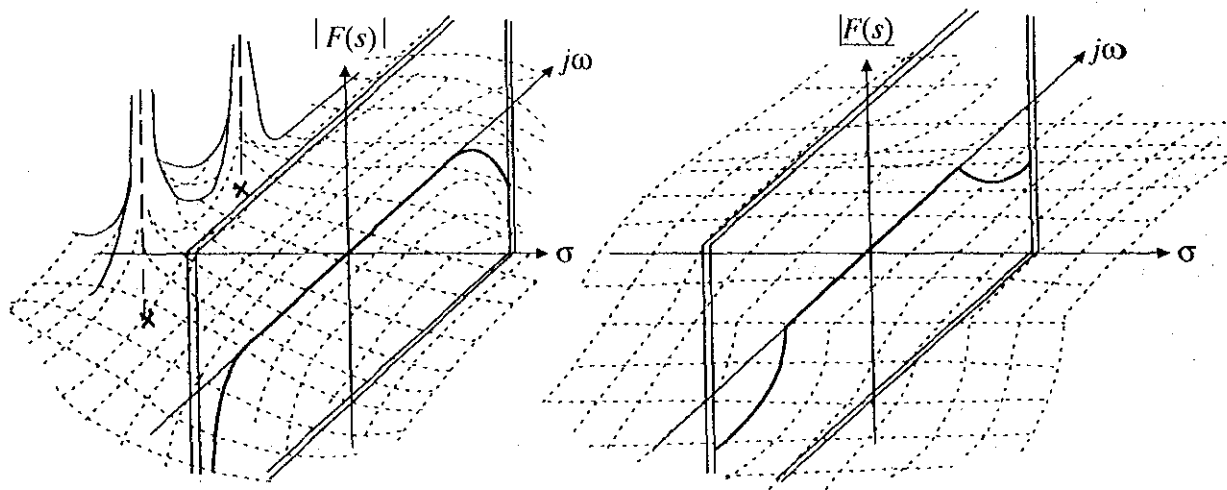


La segunda forma de representación gráfica, permite relacionar directamente la Función de Transferencia  $F(s)$  con la respuesta en el tiempo y en la frecuencia, del sistema que se esté analizando.

La representación de las funciones  $|F(s)|$  y  $\angle F(s)$  corresponden a superficies en tres dimensiones como se muestra en las siguientes figuras:



En las gráficas anteriores, al hacer un corte transversal<sup>1</sup> de las superficies generadas, mediante el plano  $|F(s)|$  y  $j\omega$  ( $\sigma = 0$ ), y el plano  $\angle F(s)$  y  $j\omega$  ( $\sigma = 0$ ), se obtiene el perfil de la superficie correspondiente en dichos planos.



Al dibujar la gráfica del perfil obtenido en el semiplano formado por  $|F(s)|$  y  $j\omega > 0$  ( $\sigma = 0$ ), y  $\angle F(s)$  y  $j\omega > 0$  ( $\sigma = 0$ ), se obtiene el **Diagrama de Bode** o de **Respuesta en Frecuencia** de un sistema cuya función de transferencia es  $F(s)$ .

<sup>1</sup> NOTA: Estos cortes corresponden a la excitación de  $F(s)$  con una señal **senoidal pura** del tipo  $e^{+j\omega t} = \cos\omega t \pm j\sin\omega t$ .

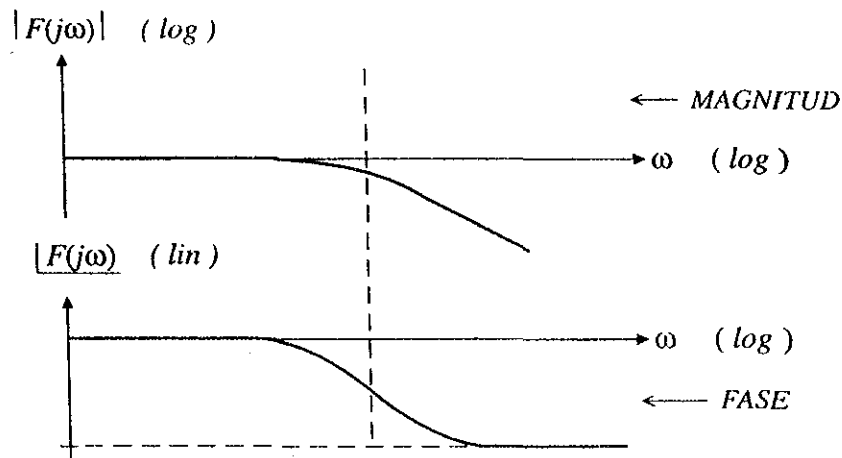
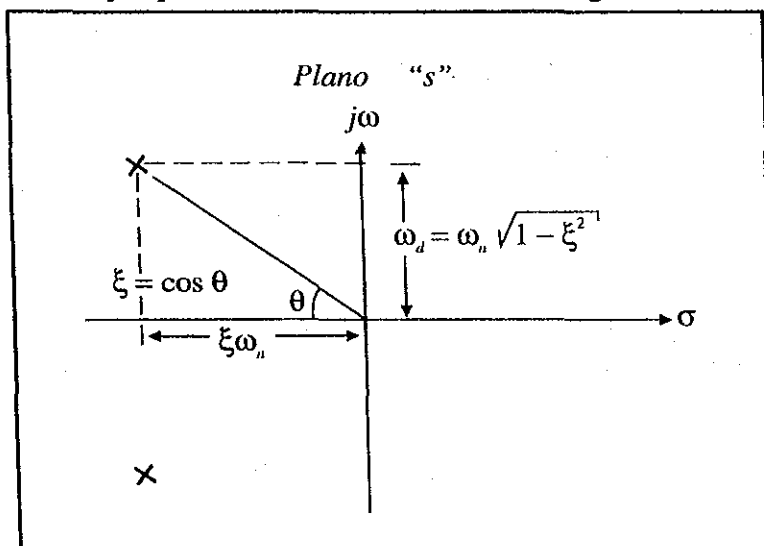


Diagrama de Bode o diagrama de Respuesta en Frecuencia

La ubicación de los polos y ceros de la Función de Transferencia  $F(s)$  en el plano complejo "s", permite conocer el comportamiento y la respuesta del sistema, cuando a éste se le aplican señales de prueba como son:

- 1) Impulso } ⇒ Generan la **Respuesta Transitoria** del sistema
- Escalón }
- 2) Senoidal ⇒ Genera la **Respuesta en Frecuencia** del sistema

Por ejemplo, si se analiza un sistema de segundo orden con dos polos complejos y conjugados en el plano "s", se tienen las siguientes relaciones:



Donde:

$\omega_n$  = Frecuencia natural del sistema

$\omega_d$  = Frecuencia natural amortiguada

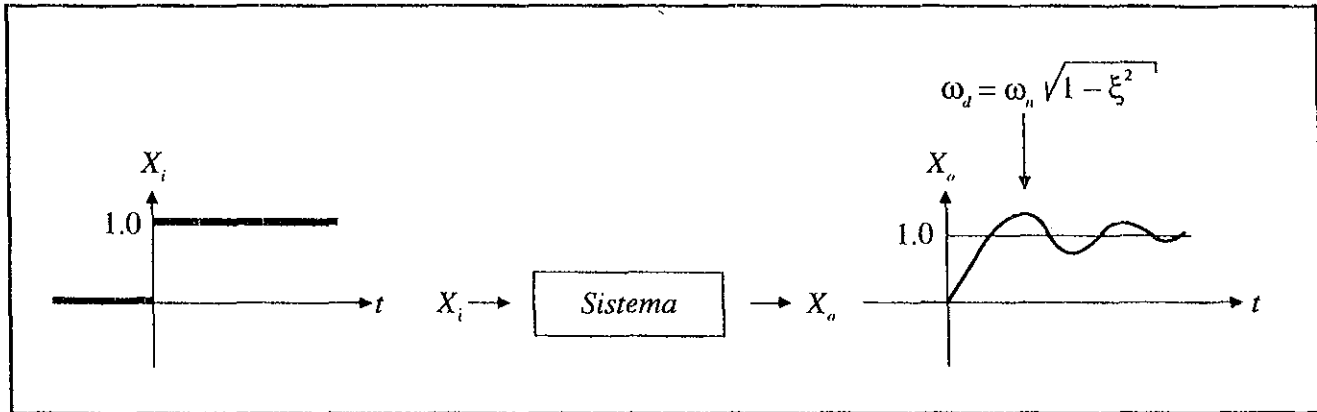
$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$\omega_r$  = Frecuencia de resonancia

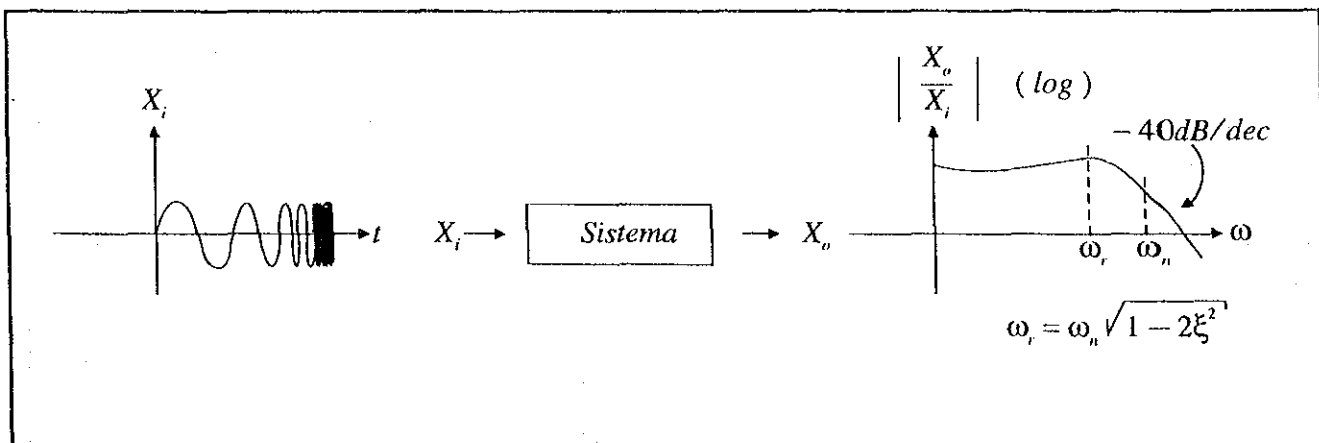
$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

$\xi$  = Coeficiente de amortiguamiento

## Respuesta Transitoria al Escalón Unitario



## Respuesta en Frecuencia



En este capítulo se estudiará la **Respuesta en Frecuencia** de dos redes pasivas de Paso Bajo y de Paso Alto (en las secciones VII.2 y VII.3 respectivamente), y el comportamiento del modelo híbrido  $\pi$  en alta frecuencia (en la sección VII.4).

El análisis y diseño de circuitos con transistores, respecto a su respuesta en frecuencia, se puede realizar de varias maneras:

### 1) Por Simulación del Circuito en Computadora:

Este tipo de estudio genera resultados muy precisos del comportamiento en frecuencia del circuito.

### 2) Por Estimación de la Respuesta en Frecuencia mediante el Análisis del Circuito de Frecuencias Bajas, Frecuencias Medias y Frecuencias Altas independientemente:

Este análisis es aproximado y su ventaja radica en que no se requiere el uso de la computadora.

### 3) Por el Método de las Constantes de Tiempo (polo dominante):

Este método permite determinar, en forma aproximada, el valor de las frecuencias de corte baja y alta para el circuito que se analice. Es un método más sencillo que los dos anteriores, aunque su desventaja es que sólo proporciona el ancho de banda del circuito.

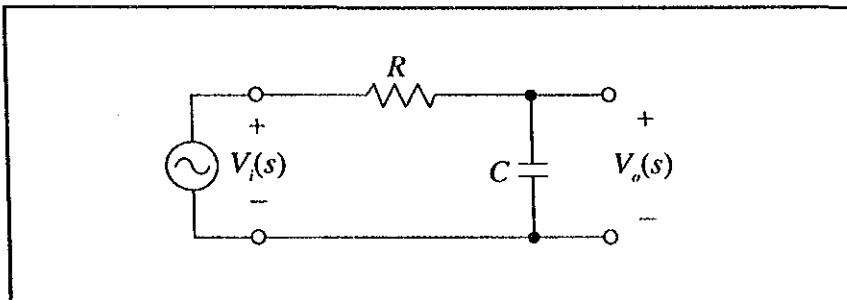


El método de análisis del inciso 2) se presenta en la sección VII.5, aplicándolo a un caso particular de un amplificador de una etapa con un transistor en emisor común, sin embargo, dicho método se puede aplicar, en forma similar, a cualquier otro circuito electrónico.

El Método de las Constantes de Tiempo se presenta en forma general en la sección VII.6 y se aplica, como ejemplo, a varias configuraciones con transistores bipolares y de efecto de campo.

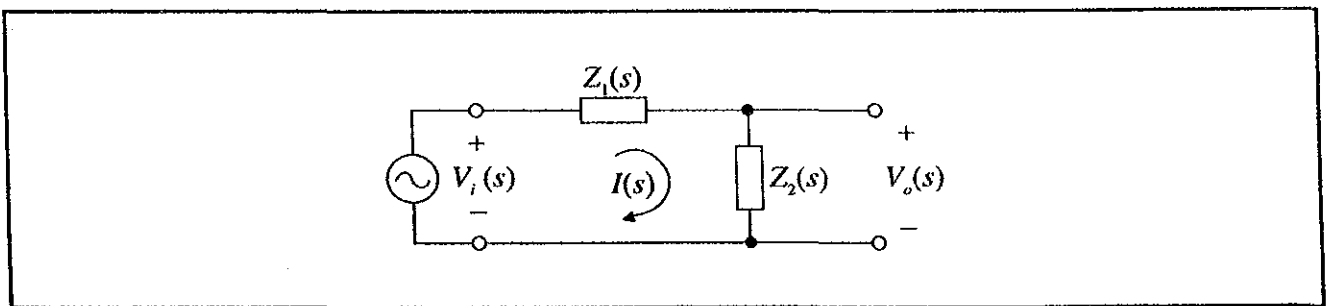
## VII.2 FILTRO PASIVO DE PASO BAJO DE 1er. ORDEN (LP)

Para el circuito RC mostrado, se obtendrá su función de transferencia  $F(s)$ , evaluándola a lo largo del eje  $j\omega$  ( $\sigma = 0$ ) para conocer su respuesta en frecuencia.



Nótese que la excitación proviene de una fuente de voltaje y la respuesta se observa sobre un circuito abierto.

Considerando a la resistencia  $R$  y al capacitor  $C$  como dos impedancias  $Z_1(s)$  y  $Z_2(s)$ , el circuito se puede dibujar como se muestra a continuación:



$$\text{donde: } V_i(s) = [Z_1(s) + Z_2(s)] I(s)$$

$$V_o(s) = Z_2(s) I(s)$$

La función de transferencia será:

$$F(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

$$F(s) = \frac{Z_2(s) I(s)}{[Z_1(s) + Z_2(s)] I(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)}$$

Tomando:  $Z_1(s) = R$ ,  $Z_2(s) = \frac{1}{sC}$

$$F(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{sRC + 1} = \frac{1}{1 + sRC}$$

⇓

$$F(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$

Esta función tiene un polo real y negativo y un cero en el infinito:

$$F(s_p) \rightarrow \infty$$

⇓

$$\frac{1}{1 + s_p RC} \rightarrow \infty$$

⇓

$$1 + s_p RC = 0$$

⇓

$$s_p = -\frac{1}{RC}$$

$$F(s_z) = 0$$

⇓

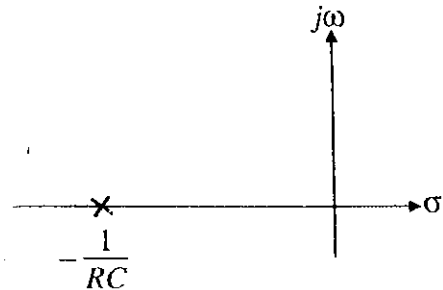
$$\frac{1}{1 + s_z RC} = 0$$

⇓

$$1 + s_z RC \rightarrow \infty$$

⇓

$$s_z \rightarrow \infty$$



Para conocer el valor de la función a lo largo del eje  $j\omega$ , se toma  $s = j\omega$ ,  $\sigma = 0$ .

$$F(j\omega) = F(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Se pueden tomar los valores de la magnitud y el ángulo de fase recordando que:

$$\left| \frac{a \pm jb}{k} \right| = \frac{1}{k} |a \pm jb| = \frac{1}{k} \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\left| \frac{a \pm jb}{k} \right| = \text{ARC TAN } \frac{\pm b/k}{a/k} = \pm \text{ARC TAN } \frac{b}{a}$$

Por tanto: si  $a = 1$ ,  $b = \omega RC$ ,  $k = 1.0$ :

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\angle F(j\omega) = -\text{ARC TAN } \frac{\omega RC}{1} = -\text{ARC TAN } (\omega RC)$$

Definiendo  $\omega_p = |s_p|$ , distancia del polo  $s_p$  al origen:

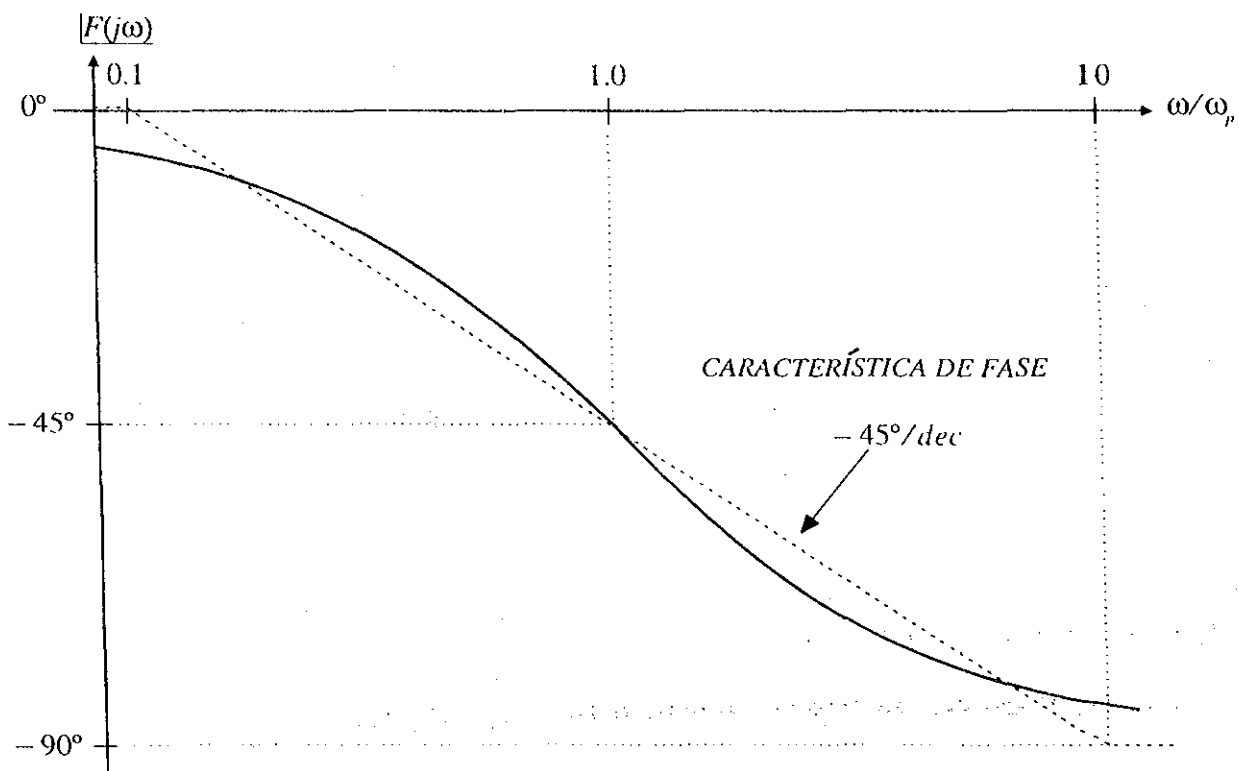
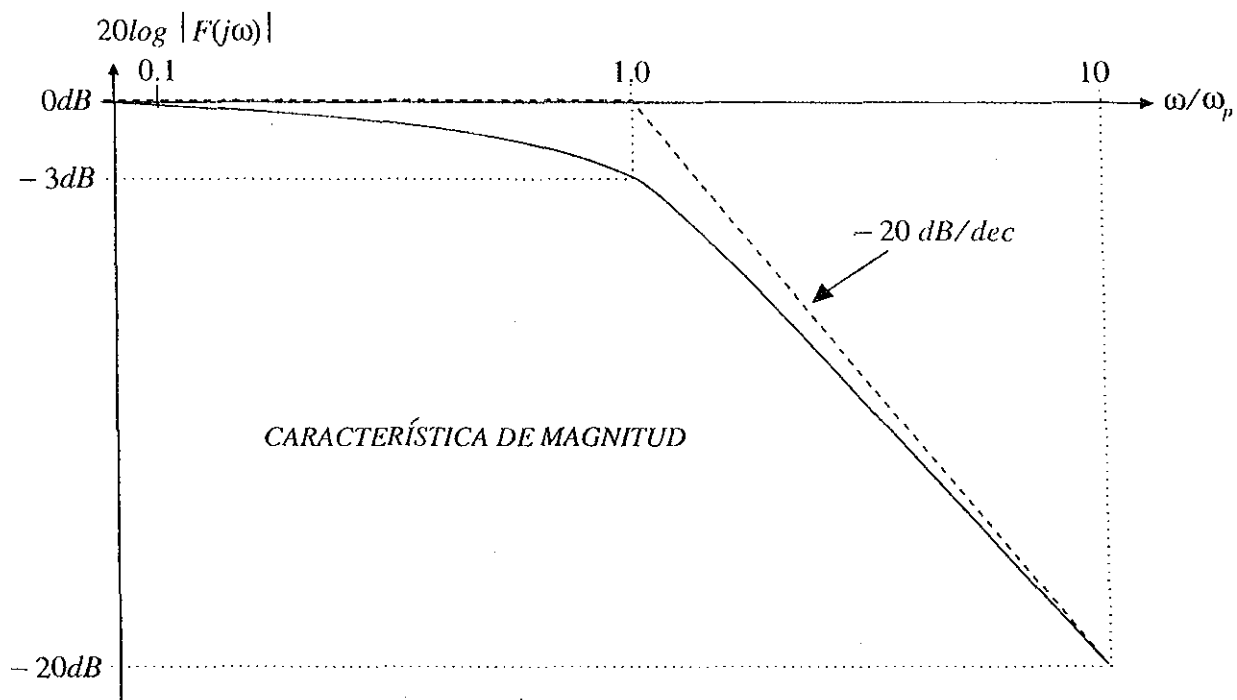
$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_p)^2}}$$

$$\angle F(j\omega) = -\text{ARC TAN } (\omega/\omega_p)$$

$\omega/\omega_p$	$ F(j\omega) $	$20 \log  F(j\omega) $	$\angle F(j\omega)$
0	1.000	0.00dB	0.0°
0.1	0.995	-0.04dB	-5.7°
0.2	0.981	-0.17dB	-11.3°
0.5	0.894	-0.96dB	-26.6°
1.0	0.707	-3.01dB	-45.0°
2.0	0.447	-6.99dB	-63.4°
5.0	0.196	-14.15dB	-78.7°
10	0.100	-20.04dB	-84.3°
$\infty$	0.000	$-\infty$ dB	-90.0°

Para las expresiones anteriores se obtienen las siguientes curvas:



Las curvas en trazo continuo representan la función exacta tanto para la magnitud como para la fase.

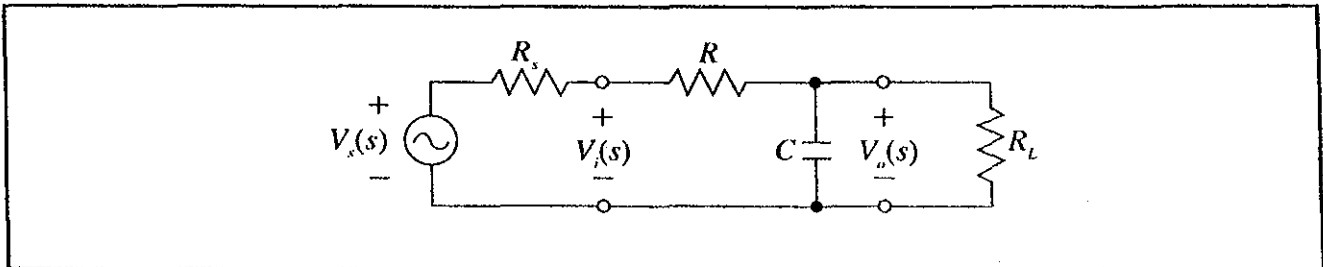
Las líneas en trazo interrumpido constituyen la llamada aproximación asintótica.

En general, para una red pasiva de Paso Bajo, la Función de Transferencia  $F(s)$  tiene el siguiente formato:

$$F(s) = K \frac{1}{1 + sCR_{th}}$$

donde:  $K$  = Valor de la función de transferencia para  $s = 0$  (o  $j\omega = 0$ , frecuencia cero)  
 $R_{th}$  = Resistencia de Thevenin vista por el capacitor  $C$

Por ejemplo, si no se cumple que la fuente de voltaje excitadora sea ideal y la respuesta no se observa sobre un circuito abierto, la red pasiva tendrá la siguiente configuración:



De acuerdo con el formato general de la Función de Transferencia, la relación entre  $V_o(s)$  y  $V_s(s)$  será:

$$F_1(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{R_L}{R_s + R + R_L} \cdot \frac{1}{1 + sC[(R + R_s) \parallel R_L]}$$

donde:  $K = \frac{R_L}{R_s + R + R_L}$ ,  $R_{th} = (R + R_s) \parallel R_L$

y la relación entre  $V_o(s)$  y  $V_i(s)$  será:

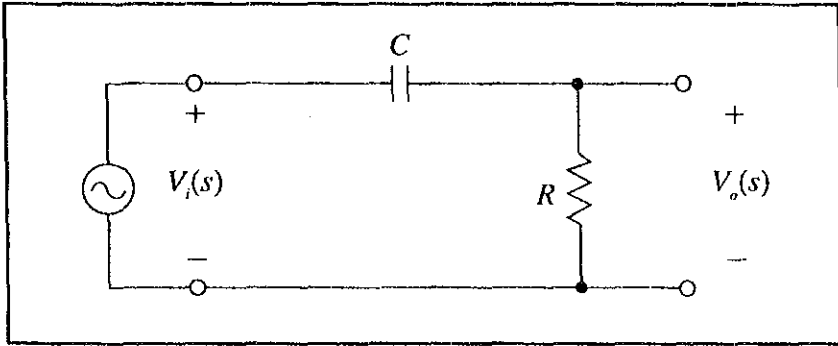
$$F_2(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_L}{R + R_L} \cdot \frac{1}{1 + sC[R \parallel R_L]}$$

donde:  $K = \frac{R_L}{R + R_L}$ ,  $R_{th} = R \parallel R_L$

Obsérvese que en la Función de Transferencia  $F_2(s)$ , el voltaje definido como  $V_i(s)$  se comporta como una fuente de voltaje independiente ideal.

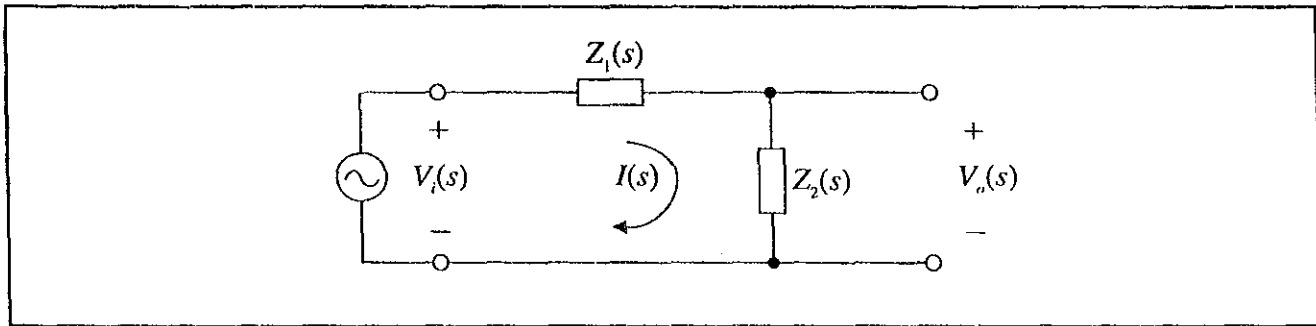
### VII.3 FILTRO PASIVO DE PASO ALTO DE 1er. ORDEN (HP)

Para el circuito RC mostrado, se obtendrá su Función de Transferencia  $F(s)$ , evaluándola a lo largo del eje  $j\omega$  ( $\sigma = 0$ ) para conocer su respuesta en frecuencia.



Nótese que la excitación proviene de una fuente de voltaje y la respuesta se observa sobre un circuito abierto.

Considerando a la resistencia  $R$  y al capacitor  $C$  como dos impedancias  $Z_1(s)$  y  $Z_2(s)$ , el circuito se puede dibujar como se muestra a continuación:



donde:  $V_i(s) = [Z_1(s) + Z_2(s)] I(s)$

$$V_o(s) = Z_2(s) I(s)$$

La Función de Transferencia será:

$$F(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

$$F(s) = \frac{Z_2(s) I(s)}{[Z_1(s) + Z_2(s)] I(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)}$$

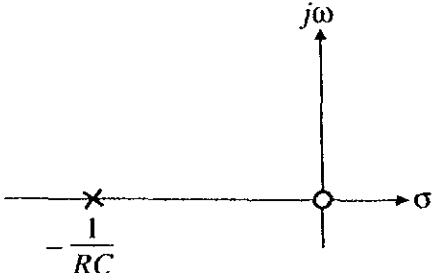
Tomando:  $Z_1(s) = \frac{1}{sC}$ ,  $Z_2(s) = R$

$$F(s) = \frac{R}{\frac{1}{sC} + R} = \frac{sRC}{1 + sRC}$$

⇓

$$F(s) = \frac{sRC}{1 + sRC}$$

Esta función tiene un polo real y negativo y un cero en el origen:

$$\begin{array}{ll}
 F(s_p) \rightarrow \infty & F(s_z) = 0 \\
 \Downarrow & \Downarrow \\
 \frac{s_p RC}{1 + s_p RC} \rightarrow \infty & \frac{s_z RC}{1 + s_z RC} = 0 \\
 \Downarrow & \Downarrow \\
 1 + s_p RC = 0 & s_z RC = 0 \\
 \Downarrow & \Downarrow \\
 s_p = -\frac{1}{RC} & s_z = 0
 \end{array}$$


Para conocer el valor de la función a lo largo del eje  $j\omega$ , se toma  $s = j\omega$ ,  $\sigma = 0$ .

$$F(j\omega) = F(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{\frac{1 + j\omega RC}{j\omega RC}}$$

$$F(j\omega) = F(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}} = \frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega RC}}$$

$\Downarrow$

$$F(j\omega) = F(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega RC}}$$

Se obtienen los valores de la magnitud y el ángulo de fase si se considera que:

$$\left| \frac{a \pm jb}{k} \right| = \frac{1}{k} |a \pm jb| = \frac{1}{k} \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\angle \frac{a \pm jb}{k} = \text{ARC TAN} \frac{\pm b/k}{a/k} = \pm \text{ARC TAN} \frac{b}{a}$$

Por tanto: si  $a = 1$ ,  $b = 1/\omega RC$ ,  $k = 1.0$ :

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(\omega RC)^2}}$$

$$\angle F(j\omega) = +\text{ARC TAN} \frac{1/\omega RC}{1} = +\text{ARCTAN} \left( \frac{1}{\omega RC} \right)$$

Definiendo  $\omega_p = |s_p|$ , distancia del polo  $s_p$  al origen:

(4)

$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

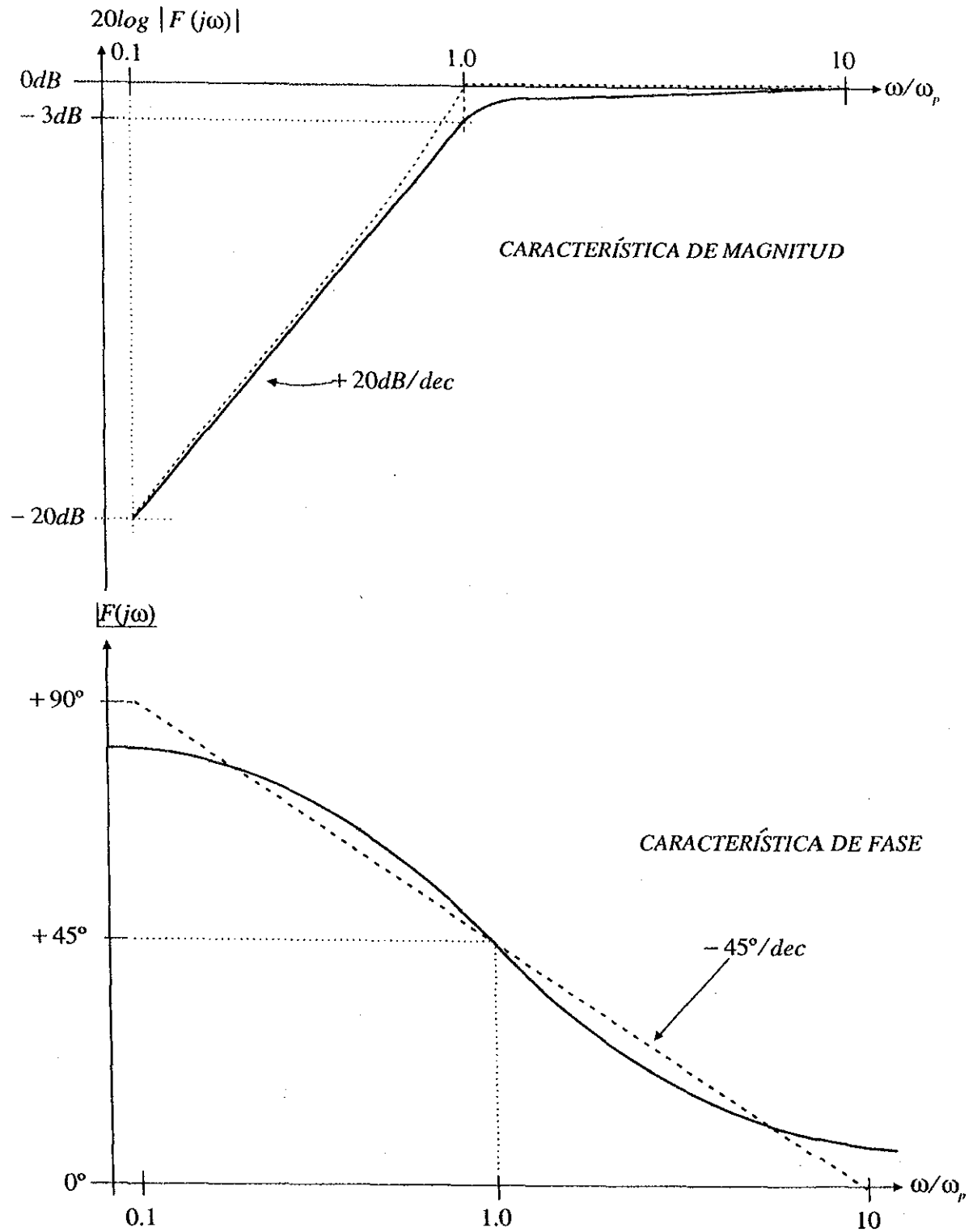
$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_p/\omega)^2}}$$

$$\angle F(j\omega) = +\text{ARC TAN} (\omega_p/\omega)$$

$\omega/\omega_p$	$ F(j\omega) $	$20 \log  F(j\omega) $	$\angle F(j\omega)$
0	0.000	$-\infty$ dB	+90.0°
0.1	0.100	-20.04dB	+84.3°
0.2	0.196	-14.15dB	+78.7°
0.5	0.447	-6.99dB	+63.4°
1.0	0.707	-3.01dB	+45.0°
2.0	0.894	-0.96dB	+26.6°
5.0	0.981	-0.17dB	+11.3°
10	0.995	-0.04dB	+5.7°
$\infty$	1.000	0.00dB	0.0°



Para las expresiones anteriores se obtienen las siguientes curvas:



Las curvas en trazo continuo representan la función exacta tanto para la magnitud como para la fase.

Las líneas en trazo interrumpido constituyen la llamada aproximación asintótica.

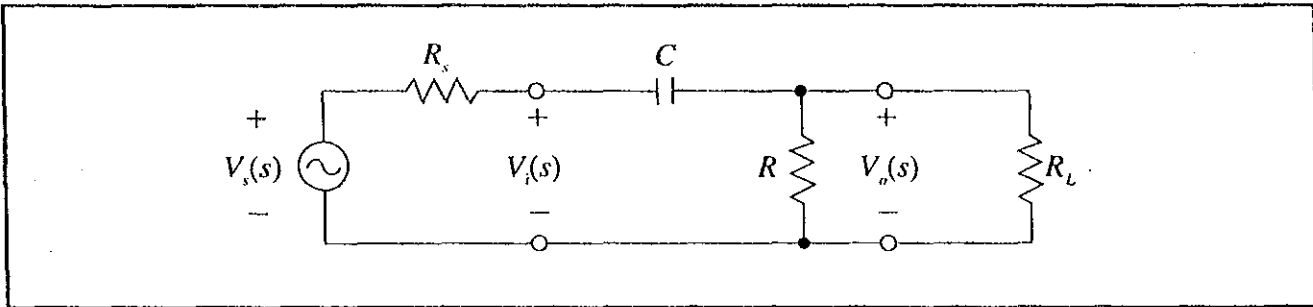
En general, para una red pasiva de Paso Alto, la Función de Transferencia  $F(s)$  tiene el siguiente formato:

$$F(s) = K \frac{1}{1 + sCR_{th}}$$

donde:  $K$  = Valor de la función de transferencia para  $s \rightarrow \infty$  (o  $j\omega \rightarrow \infty$ , frecuencia muy alta)

$R_{th}$  = Resistencia de Thevenin vista por el capacitor  $C$

Por ejemplo, si no se cumple que la fuente de voltaje excitadora sea ideal y la respuesta no se observa sobre un circuito abierto, la red pasiva tendrá la siguiente configuración.



De acuerdo con el formato general de la Función de Transferencia, la relación entre  $V_o(s)$  y  $V_s(s)$  será:

$$F_1(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{R \parallel R_L}{R_s + R \parallel R_L} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{sC [R_s + (R \parallel R_L)]}}$$

donde:  $K = \frac{R \parallel R_L}{R_s + R \parallel R_L}$ ,  $R_{th} = R_s + (R \parallel R_L)$

y la relación entre  $V_o(s)$  y  $V_i(s)$  será:

$$F_2(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = 1 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{sC [R \parallel R_L]}}$$

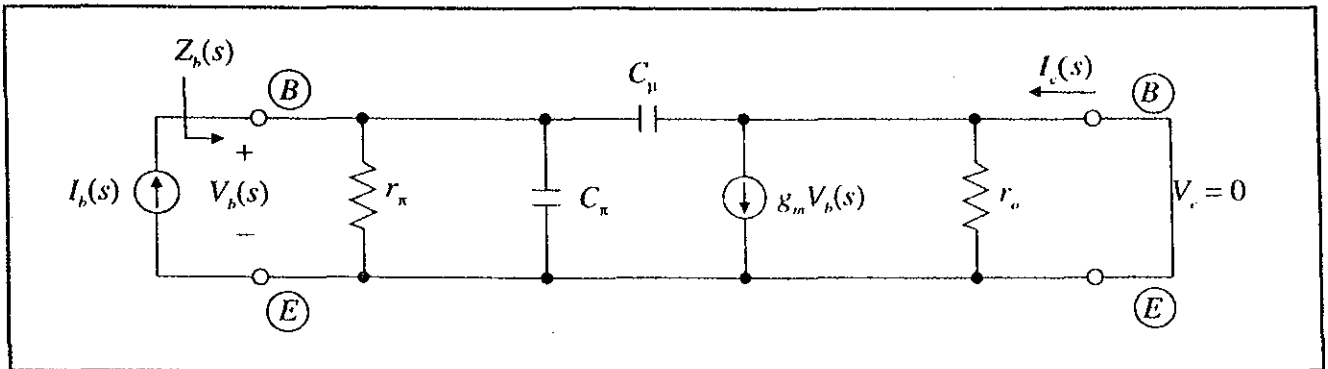
donde:  $K = 1.0$ ,  $R_{th} = R \parallel R_L$

Obsérvese que en la Función de Transferencia  $F_2(s)$ , el voltaje definido como  $V_i(s)$  se comporta como una fuente de voltaje independiente ideal.

#### VII.4 MODELO HÍBRIDO $\pi$ DE ALTA FRECUENCIA

Debido a la presencia de las capacitancias  $C_x$  y  $C_u$  en el modelo híbrido  $\pi$  del transistor en altas frecuencias, los valores de la impedancia de entrada en la base del transistor  $Z_b(s)$ , la ganancia en corriente de  $i_c$  e  $i_b$  ( $\beta_o(s)$ ) y la relación de corrientes entre  $i_c$  e  $i_b$  ( $\alpha_o(s)$ ), no son constantes, pues dependen de la frecuencia a la que opera el transistor.

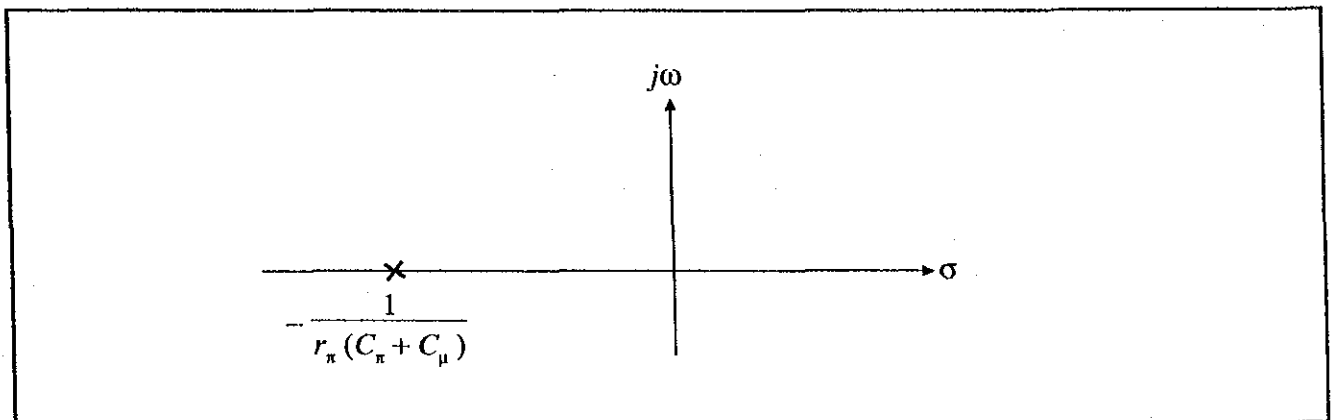
Se busca conocer  $\beta_o = \frac{I_c(s)}{I_b(s)}$  en altas frecuencias, para lo cual se coloca un corto circuito a la salida ( $V_c = 0$ ) y se analiza, en primer lugar, el comportamiento de la impedancia de entrada en la base del transistor  $Z_b(s)$ .



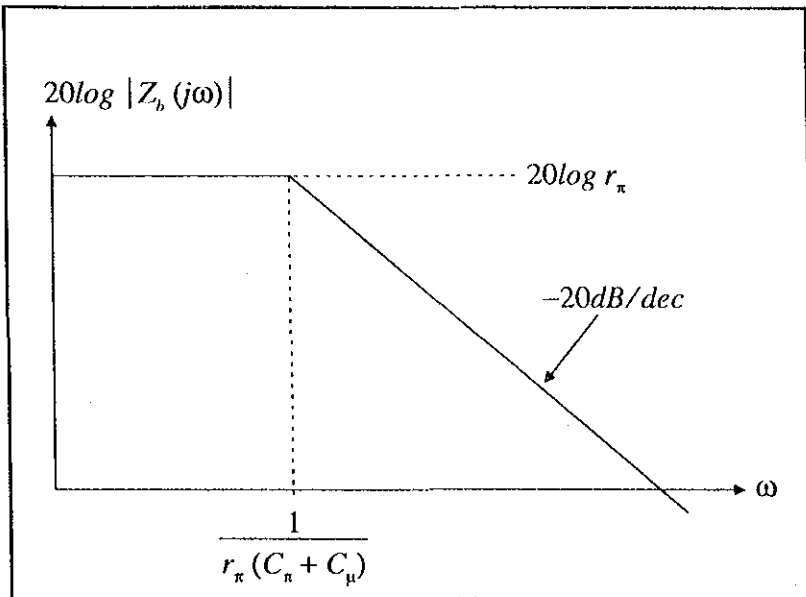
$$\beta_o = \left. \frac{I_c(s)}{I_b(s)} \right|_{V_c=0}, \text{ como } V_c = 0 \Rightarrow I_c(s) = g_m V_b(s)$$

El corto-circuito en la salida pone en paralelo a  $C_\pi$  y  $C_\mu$ ; sus capacitancias se suman y la expresión de  $Z_b(s)$  será:

$$Z_b(s) = \frac{r_\pi \cdot \frac{1}{s(C_\pi + C_\mu)}}{r_\pi + \frac{1}{s(C_\pi + C_\mu)}} = \frac{r_\pi}{1 + s r_\pi (C_\pi + C_\mu)}$$



Esta impedancia de entrada exhibe un polo real y negativo y un cero en el infinito. El diagrama de Bode correspondiente a la magnitud es:



Como  $V_b(s) = Z_b(s) I_b(s)$ , se ve que  $V_b(s)$  disminuye en altas frecuencias con  $I_b(s)$  constante en magnitud.

$$V_b(s) = \frac{r_\pi}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)} I_b(s)$$

$$I_c(s) = g_m V_b(s) = \frac{g_m r_\pi}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)} I_b(s)$$

$$I_c(s) = \frac{\beta_o}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)} I_b(s)$$

Por lo tanto:

$$\beta_o(s) = \frac{I_c(s)}{I_b(s)} = \frac{\beta_o}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)}$$

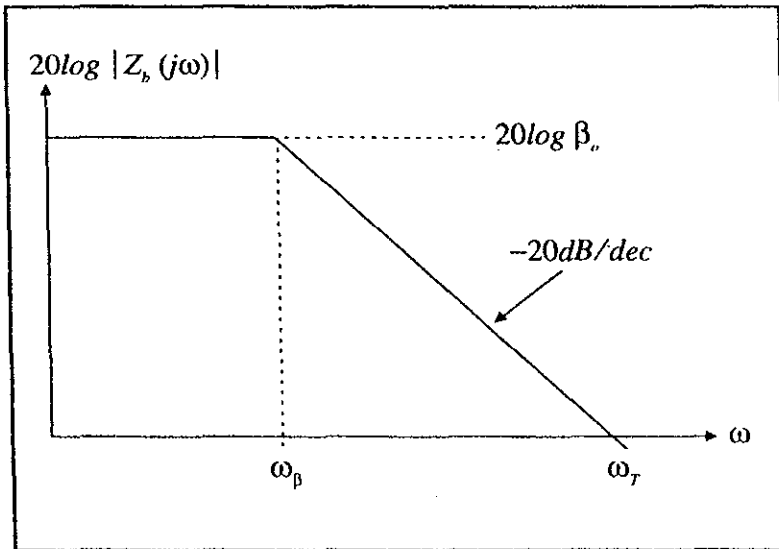
Evaluando en  $s = j\omega$ , resulta:

$$\beta_o(j\omega) = \frac{\beta_o}{1 + j\omega r_\pi(C_\pi + C_\mu)}$$

Se define  $\omega_p \equiv \frac{1}{r_\pi(C_\pi + C_\mu)}$  como la frecuencia a la cual la magnitud de  $\beta_o$  decae 3dB por debajo de su valor en baja frecuencia (frecuencia de corte de  $\beta_o$ ):

$$\beta_o(j\omega) = \frac{\beta_o}{1 + j(\omega / \omega_p)}$$

El diagrama de Bode para la magnitud  $|\beta_o(j\omega)|$  es similar al de  $|Z_b(j\omega)|$ .



$$|\beta_o(j\omega)| = \frac{\beta_o}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_\beta)^2}}$$

En el diagrama,  $\omega_T$  es la frecuencia para la cual la magnitud de  $\beta_o(j\omega)$  es unitaria.

Los fabricantes de transistores dan  $f_T$  (y por tanto  $\omega_T$ ) como dato. La capacitancia  $C_\mu$  es también un dato:

$$C_\mu = C_{j_c} = \frac{C_{j_{c_o}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{V_{CB}}{\Psi_o}\right)^2}} \quad ; \text{ si se da } C_{j_{c_o}} \text{ o } C_{\mu_o}, \text{ o}$$

$C_\mu @ V_{CB}$  o  $V_{CE}$ , dado a un cierto voltaje.

Con lo anterior se puede obtener el valor de  $C_\pi$  de la siguiente manera:

$$\text{Para } \omega \gg \omega_\beta : |\beta_o(j\omega)| = \frac{\beta_o}{\omega/\omega_\beta} = \frac{\omega_\beta}{\omega} \cdot \beta_o$$

$$\text{Para } \omega = \omega_T : |\beta_o(j\omega)| = \frac{\omega_\beta}{\omega_T} \cdot \beta_o = 1.0, \quad \omega_T = \beta_o \cdot \omega_\beta$$

$$\omega_T = \frac{\beta_o}{r_\pi (C_\pi + C_\mu)} = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu}$$

⇓

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_\pi + C_\mu)}$$

y el valor de  $C_\pi$  se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$C_\pi = \frac{g_m}{\omega_T} - C_\mu$$

Para el cálculo de  $\alpha_o(s) = I_c(s)/I_e(s)$ , se plantea la siguiente relación:

$$\alpha_o(s) = \frac{\beta_o(s)}{1 + \beta_o(s)} = \frac{\frac{\beta_o}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)}}{1 + \frac{\beta_o}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)}}$$

$$\alpha_o(s) = \frac{\beta_o}{1 + \beta_o + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)}$$

$$\alpha_o(s) = \frac{\beta_o}{(1 + \beta_o) \left[ 1 + \frac{sr_\pi(C_\pi + C_\mu)}{1 + \beta_o} \right]}$$

$$\alpha_o(s) = \frac{\alpha_o}{1 + \frac{sr_\pi(C_\pi + C_\mu)}{1 + \beta_o}}$$

Tomando  $\beta_o \gg 1$ :

$$\alpha_o(s) = \frac{\alpha_o}{1 + s \frac{r_\pi(C_\pi + C_\mu)}{\beta_o}}$$

Evaluando en  $s = j\omega$ , resulta:

$$\alpha_o(j\omega) = \frac{\alpha_o}{1 + j\omega \frac{r_\pi(C_\pi + C_\mu)}{\beta_o}} = \frac{\alpha_o}{1 + j \left( \frac{\omega}{\beta_o \omega_\beta} \right)}$$

Como  $\omega_T = \beta_o \omega_\beta$ :

$$\alpha_o(j\omega) = \frac{\alpha_o}{1 + j \frac{\omega}{\omega_T}}$$

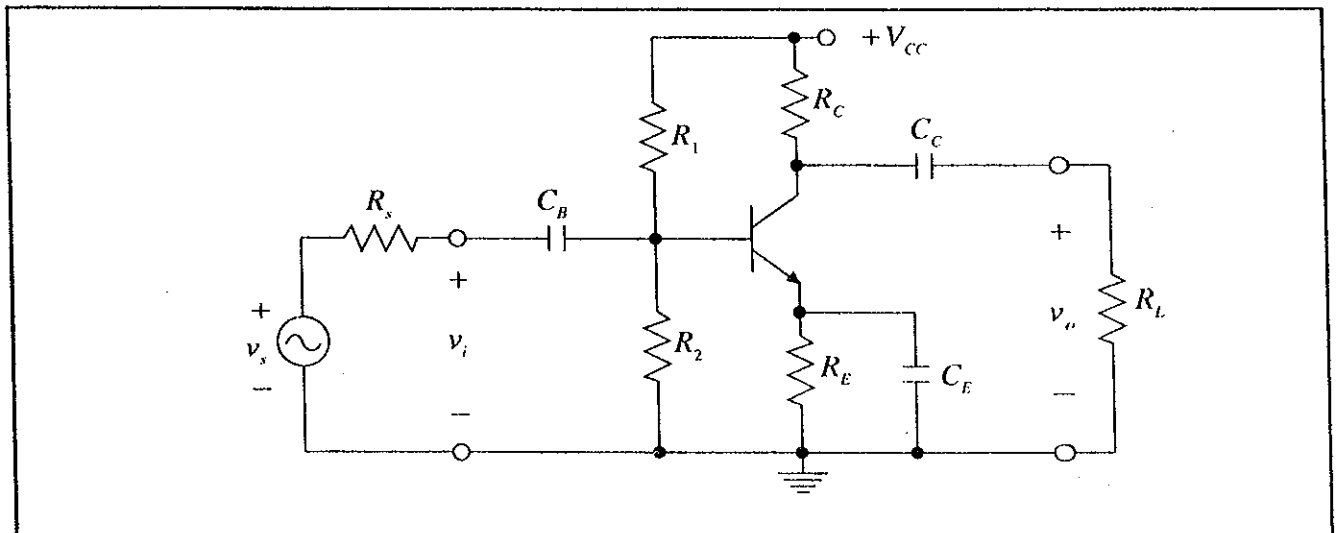
La expresión de la magnitud está dada por:

$$|\alpha_o(j\omega)| = \frac{\alpha_o}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_f)^2}}$$

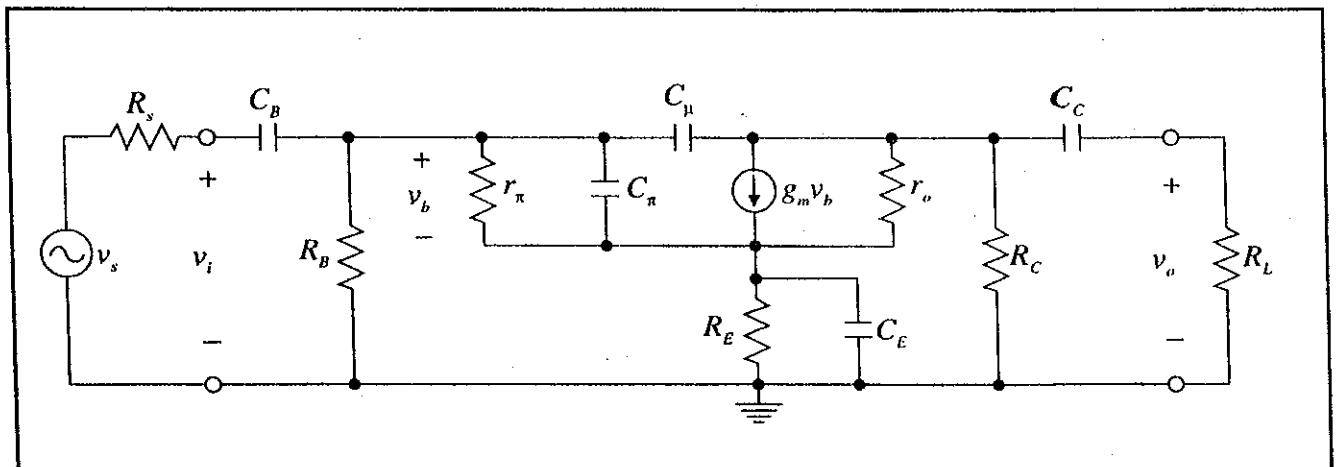
$\omega_f$  es también la frecuencia de corte de  $\alpha_o$ , y esto explica el por qué un transistor en configuración de base común tiene una extraordinaria respuesta en frecuencia.

### VII.5 ESTIMACION DE LA RESPUESTA EN FRECUENCIA MEDIANTE EL ANALISIS DEL CIRCUITO EN FRECUENCIAS BAJAS, FRECUENCIAS MEDIAS Y FRECUENCIAS ALTAS

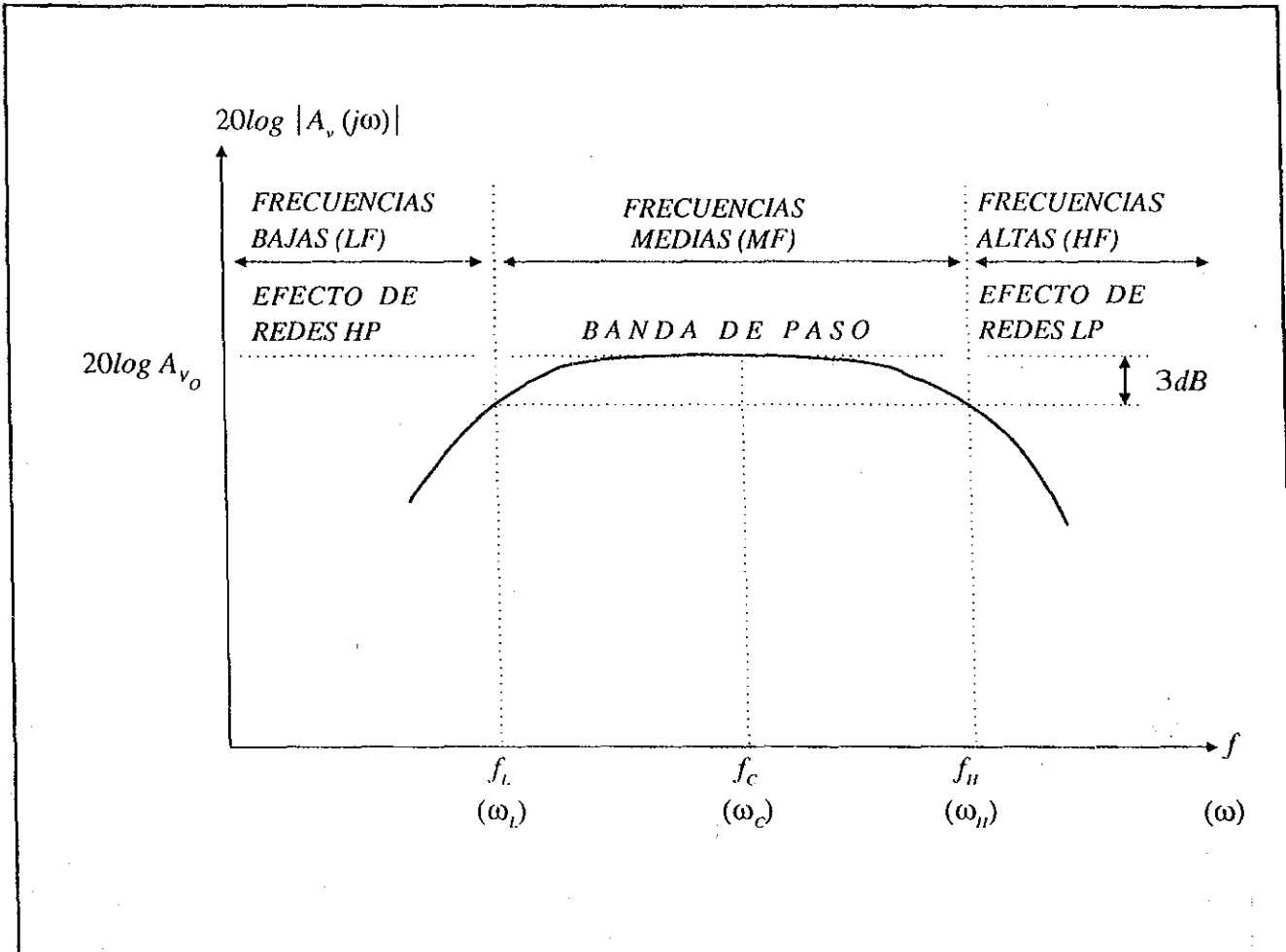
Este método de análisis se presenta aplicado a un ejemplo en particular, para obtener la respuesta en frecuencia de una etapa de amplificación con un transistor en configuración de emisor común.



Se dibuja ahora el circuito para señal pequeña, pero tomando en cuenta las capacitancias tanto externas como parásitas internas del dispositivo:



Esta red es excesivamente complicada para su análisis. Como las magnitudes de  $C_\pi$  y  $C_\mu$  son mucho menores a las de  $C_E$ ,  $C_B$  y  $C_C$  (en un circuito bien diseñado), entonces es posible definir las bandas de frecuencias que siguen, si se considera que el amplificador contiene redes tanto de paso alto como de paso bajo.



$f_c$ : Frecuencia central de la banda de paso

$$f_c \equiv \sqrt{f_L \cdot f_H} \text{ (media geométrica)}$$

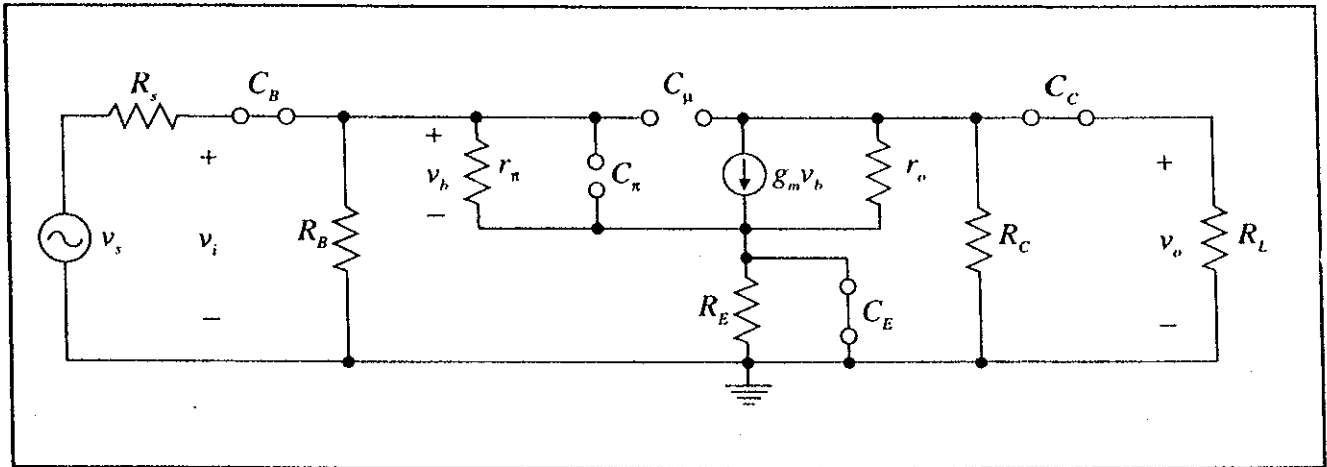
$f_L$ : Frecuencia de corte inferior

$f_H$ : Frecuencia de corte superior

Para la banda de frecuencias medias (MF):

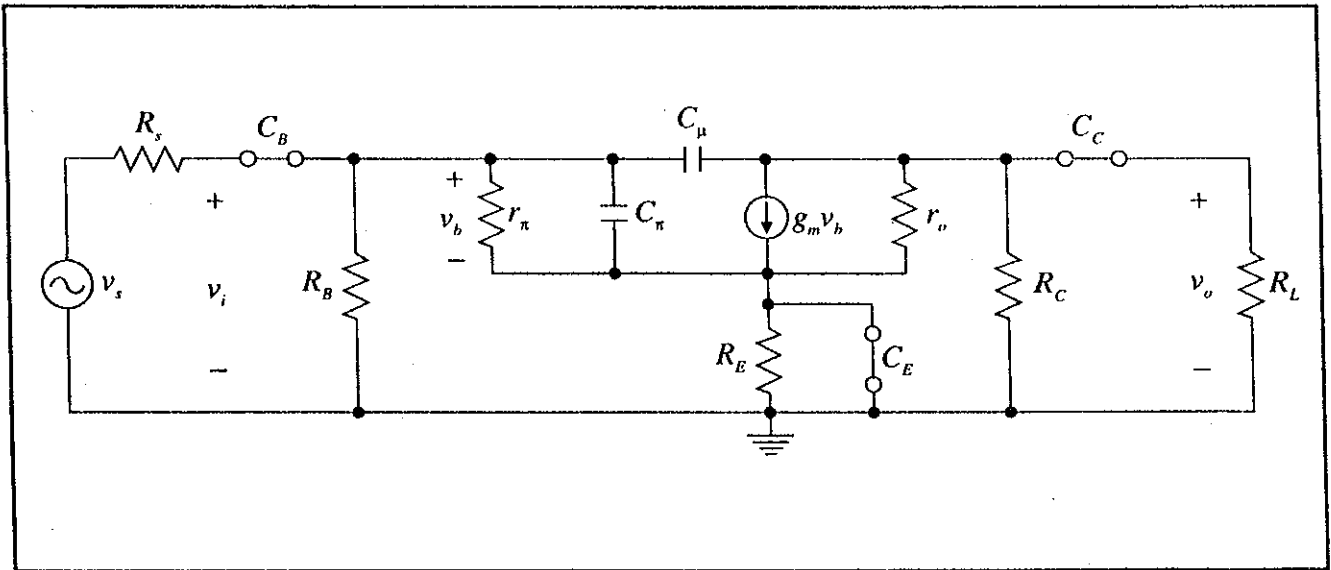
Los capacitores  $C_E$ ,  $C_B$  y  $C_C$  actúan como corto-circuitos.  
Los capacitores  $C_\pi$  y  $C_\mu$  actúan como circuitos abiertos.





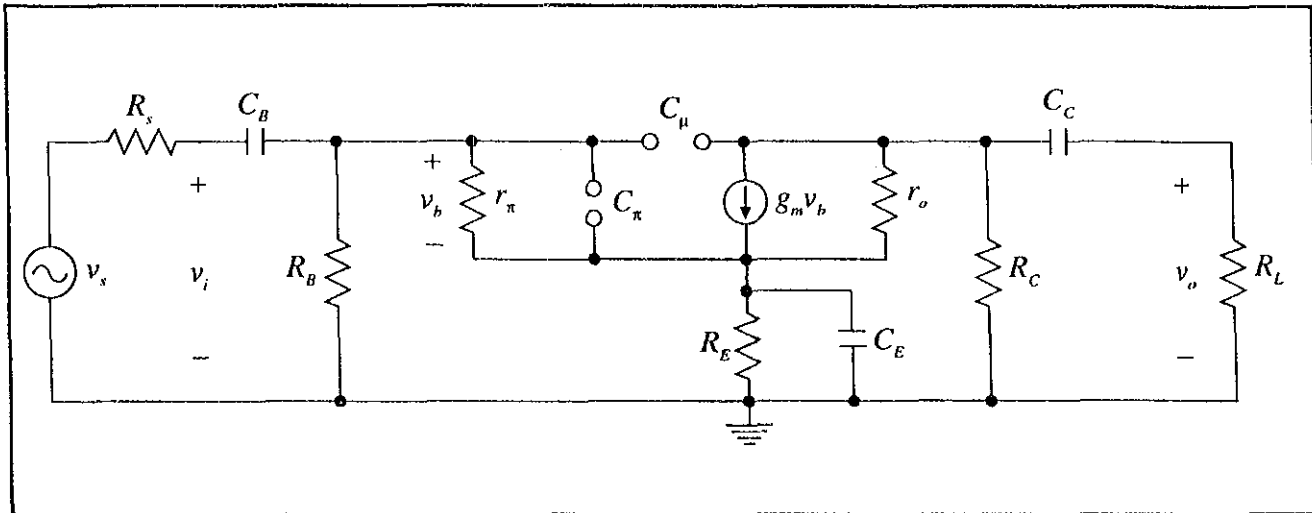
Para la banda de frecuencias altas (HF):

Los capacitores  $C_E$ ,  $C_B$  y  $C_C$  actúan como corto-circuitos.  
 Los capacitores  $C_\pi$  y  $C_\mu$  ejercen influencia.



Para la banda de frecuencias bajas (LP):

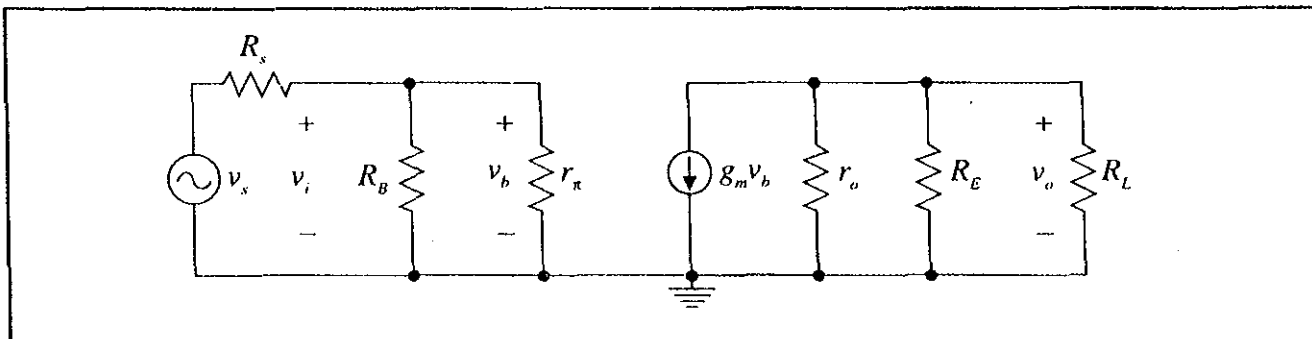
Los capacitores  $C_E$ ,  $C_B$  y  $C_C$  ejercen influencia.  
 Los capacitores  $C_\pi$  y  $C_\mu$  actúan como circuitos abiertos.



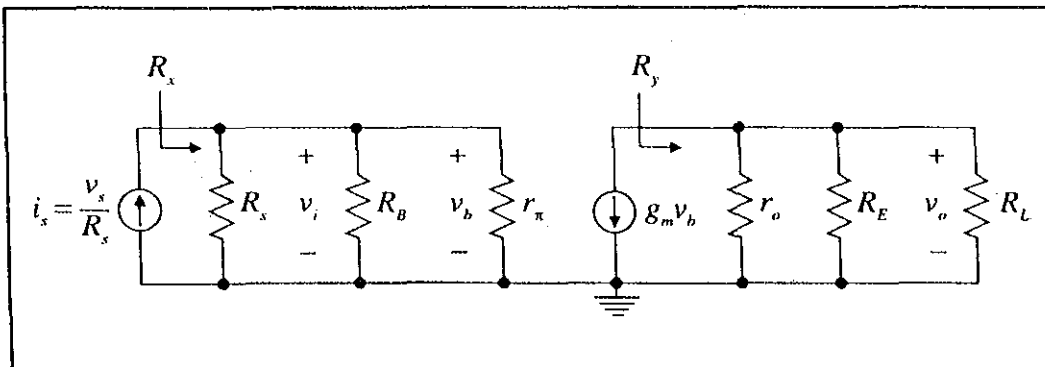
### VII.5.1 Análisis a frecuencias medias

Cálculo de las ganancias en voltaje  $A_v = v_o / v_i$  y  $A_v' = v_o / v_s$ .

Redibujando el circuito correspondiente:



Simplificando el circuito resulta:

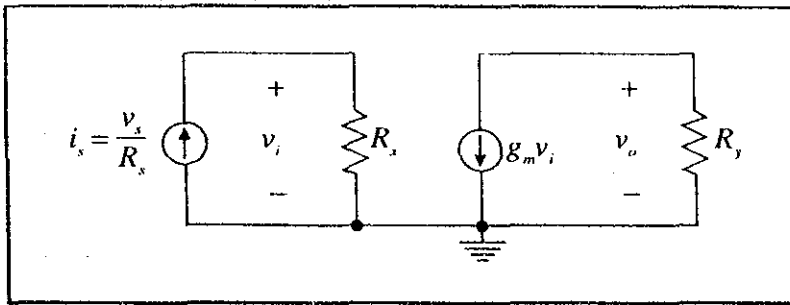


$$R_x = R_s \parallel R_B \parallel r_\pi$$

$$R_y = r_o \parallel R_E \parallel R_L$$

$$v_b = v_i$$





$$v_i = R_x i_s$$

$$v_o = -R_y g_m v_i = -g_m R_y v_i$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_m R_y v_i}{v_i} = -g_m R_y$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m R_y$$

También:  $v_s = R_x i_s$

$$A_v' = \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_o}{v_i} \cdot \frac{v_i}{v_s} = A_v \cdot \frac{R_x i_s}{R_x i_s}$$

$$A_v' = -\frac{g_m R_x R_y}{R_x}$$

$$A_v' = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{g_m R_x R_y}{R_x}$$

Considerando un caso particular donde:

$$I_c = 1mA$$

$$r_\pi = 5K\Omega$$

$$R_L = 10K\Omega$$

$$g_m = 40mA/V$$

$$r_o = 100K\Omega$$

$$R_E = 1K\Omega$$

$$\beta_o = 200$$

$$R_B = 20K\Omega$$

$$f_T = 150MHz$$

$$V_T = 25mV$$

$$R_s = 600\Omega$$

$$C_\mu = 5pF$$

$$V_A = 100V$$

$$R_C = 10K\Omega$$

$$C_\pi = 37.4pF$$

Queda:

$$R_x = 522\Omega$$

$$R_y = 4.76K\Omega$$

$\Rightarrow$

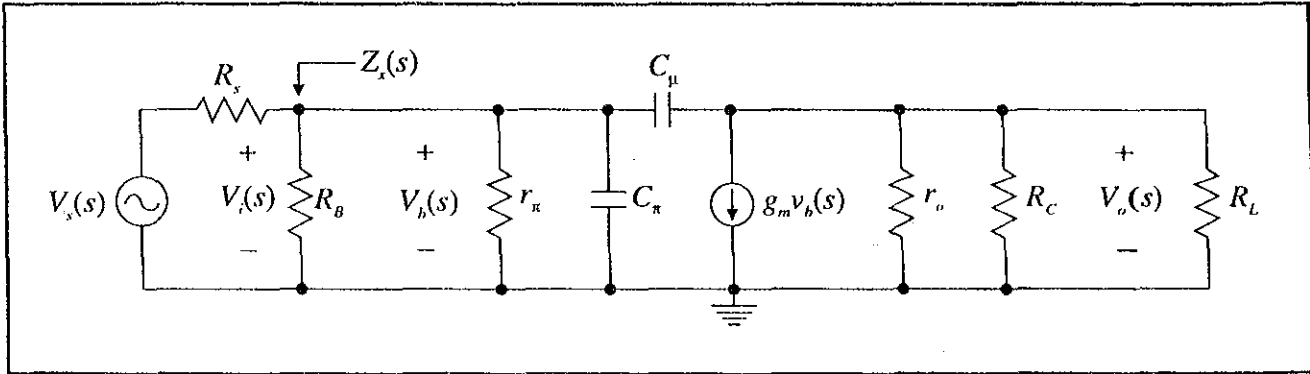
$$A_v = -190 \quad ; \quad A_v' = -166$$

$$(45.6dB) \quad ; \quad (44.4dB)$$

## VII.5.2 Análisis a frecuencias altas

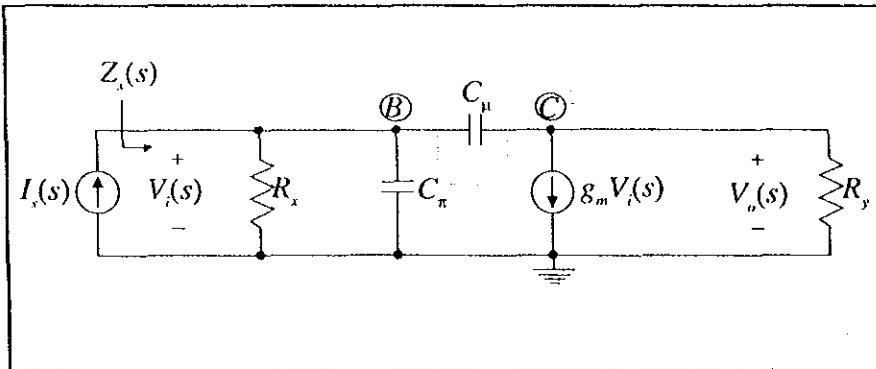
Cálculo de las ganancias en voltaje  $A_v(s) = V_o(s)/V_i(s)$  y  $A_v'(s) = V_o(s)/V_s(s)$ .

El circuito respectivo es:



Simplificando el circuito resulta:

$$I_x(s) = \frac{V_i(s)}{R_x} \quad ; \quad \text{Transformación de fuente a equivalente Norton.}$$



$$R_x = R_s \parallel R_B \parallel r_\pi$$

$$R_y = r_o \parallel R_C \parallel R_L$$

$$V_b(s) = V_i(s)$$

La red resultante puede analizarse por el método de nodos:

$$B: \quad -I_x(s) + \frac{V_i(s)}{R_x} + sC_\pi V_i(s) + sC_\mu [V_i(s) - V_o(s)] = 0$$

$$C: \quad sC_\mu [V_o(s) - V_i(s)] + g_m V_i(s) + \frac{V_o(s)}{R_y} = 0$$

o bien:

$$B: \quad \left( \frac{1}{R_x} + sC_\pi + sC_\mu \right) V_i(s) - sC_\mu V_o(s) = I_x(s)$$

$$C: \quad \left( g_m - sC_\mu \right) V_i(s) + \left( sC_\mu + \frac{1}{R_y} \right) V_o(s) = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones para  $V_i(s)$  y  $V_o(s)$ , resulta:

$$V_i(s) = R_x \frac{1 + R_y C_\mu s}{1 + (R_x C_\pi + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_\pi C_\mu s^2} I_s(s) \dots\dots\dots(1)$$

$$V_o(s) = -g_m R_x R_y \frac{1 - \frac{C_\mu}{g_m} s}{1 + (R_x C_\pi + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_\pi C_\mu s^2} I_s(s) \dots\dots\dots(2)$$

La ganancia en voltaje  $A_v(s)$  será:

$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -g_m R_y \frac{1 - \frac{C_\mu}{g_m} s}{1 + R_y C_\mu s}$$

Función con un polo real y negativo y un cero real y positivo.

Tomando valores numéricos:  $g_m = 40\text{mA/V}$ ,  $R_y = 4.76\text{ K}\Omega$ ,  $C_\mu = 5\text{ pF}$  :

$$A_v(s) = -190 \cdot \frac{1 - \frac{s}{8.00 \times 10^9}}{1 + \frac{s}{42.0 \times 10^6}}$$

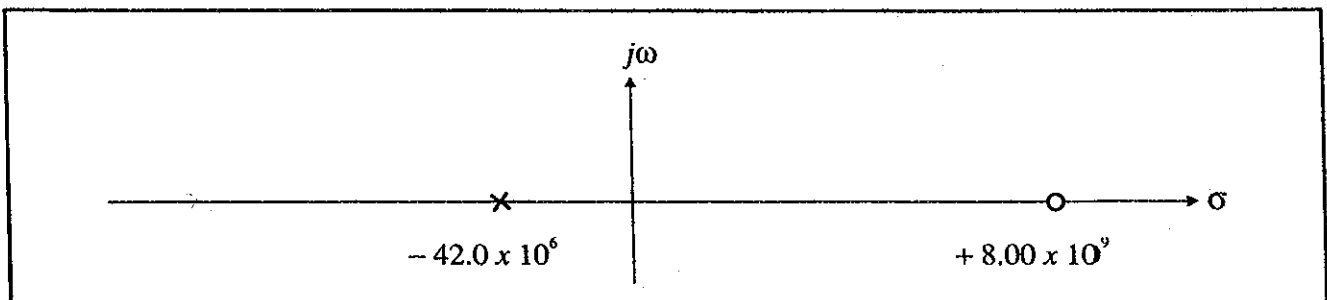
Para  $s \rightarrow 0$  :  $|A_v(0)| = 190$  (45.6 dB)

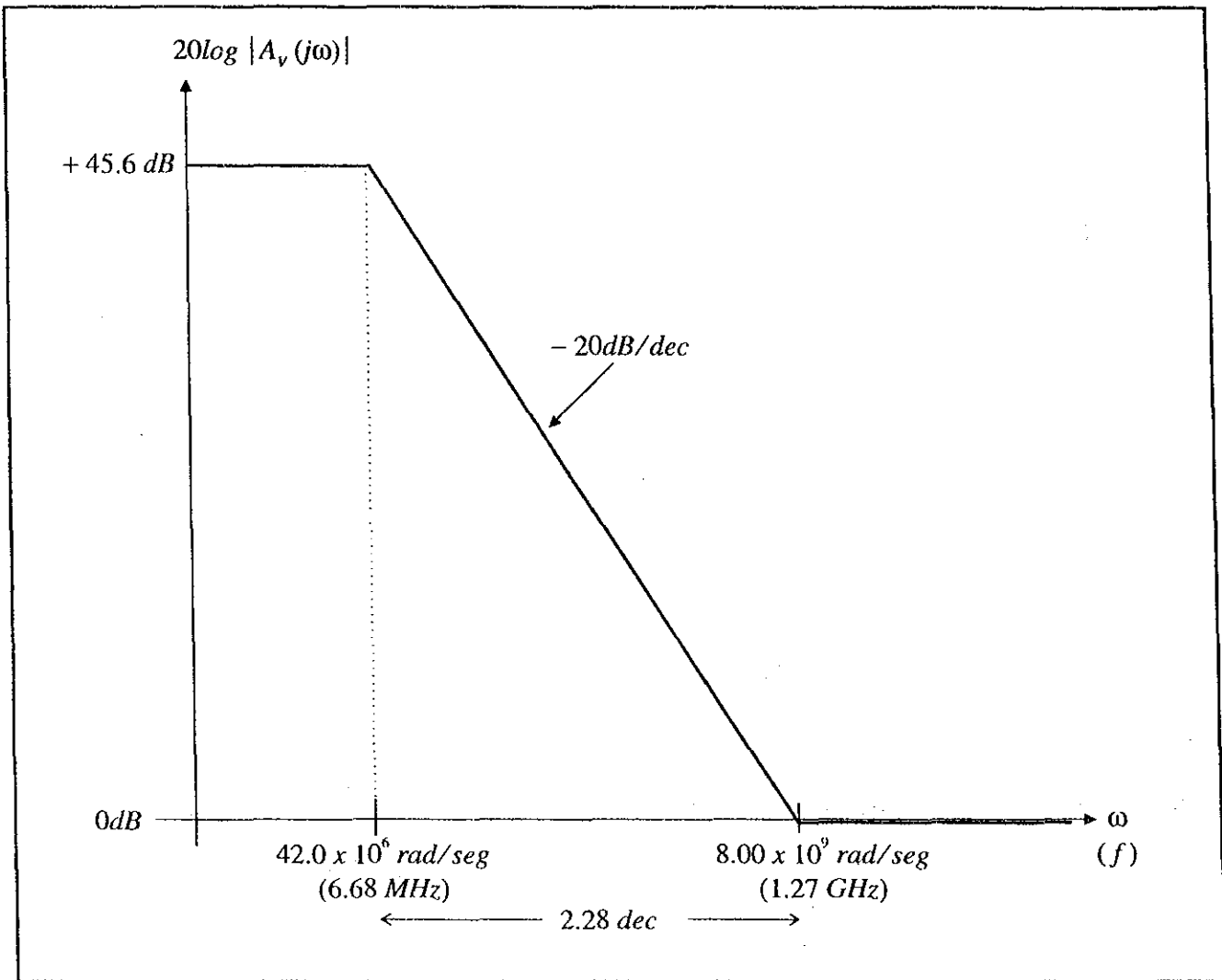
Para  $s \rightarrow \infty$  :  $|A_v(\infty)| = 1.0$  (0 dB)

Cero en  $+8.00 \times 10^9 \text{ rad/seg}$  (1.27 GHz)

Polo en  $-42.0 \times 10^6 \text{ rad/seg}$  (6.68 MHz)

El diagrama de polos y ceros queda:





La ganancia en voltaje  $A_v'(s)$  se obtiene a partir de la ecuación (2) sustituyendo  $I_x(s) = \frac{V_x(s)}{R_x}$ :

$$V_o(s) = -g_m R_x R_y \frac{1 - \frac{C_\mu}{g_m} s}{1 + (R_x C_x + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_x C_\mu s^2} \cdot \frac{V_x(s)}{R_x}$$

Así pues:

$$A_v'(s) = \frac{V_o(s)}{V_x(s)} = -\frac{g_m R_x R_y}{R_x} \cdot \frac{1 - \frac{C_\mu}{g_m} s}{1 + (R_x C_x + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_x C_\mu s^2}$$

Esta función tiene dos polos reales y negativos, un cero real y positivo y un cero en el infinito.

Con valores numéricos:  $R_1 = 600\Omega$ ,  $R_2 = 522\Omega$ ,  $R_3 = 4.76K\Omega$ ,  $g_m = 40mA/V$ ,  $C_\pi = 37.4 pF$ ,  $C_\mu = 5 pF$ :

$$A_v'(s) = -166 \cdot \frac{1 - \frac{s}{8.00 \times 10^9}}{1 + \frac{s}{1.84 \times 10^6} + \frac{s^2}{2.15 \times 10^{15}}} = -166 \frac{1 - \frac{s}{8.00 \times 10^9}}{\left(1 + \frac{s}{1.85 \times 10^6}\right) \left(1 + \frac{s}{1.17 \times 10^9}\right)}$$

Para  $s \rightarrow 0$ :  $|A_v'(0)| = 166$  (44.4 dB)

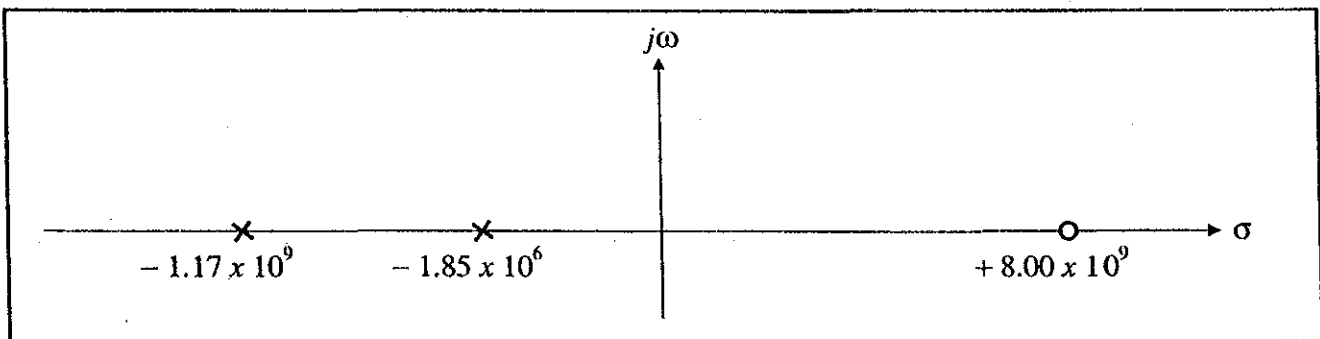
Para  $s \rightarrow \infty$ :  $|A_v'(\infty)| \rightarrow 0$  ( $-\infty$  dB)

Cero en  $+8.00 \times 10^9$  rad/seg (1.27 GHz)

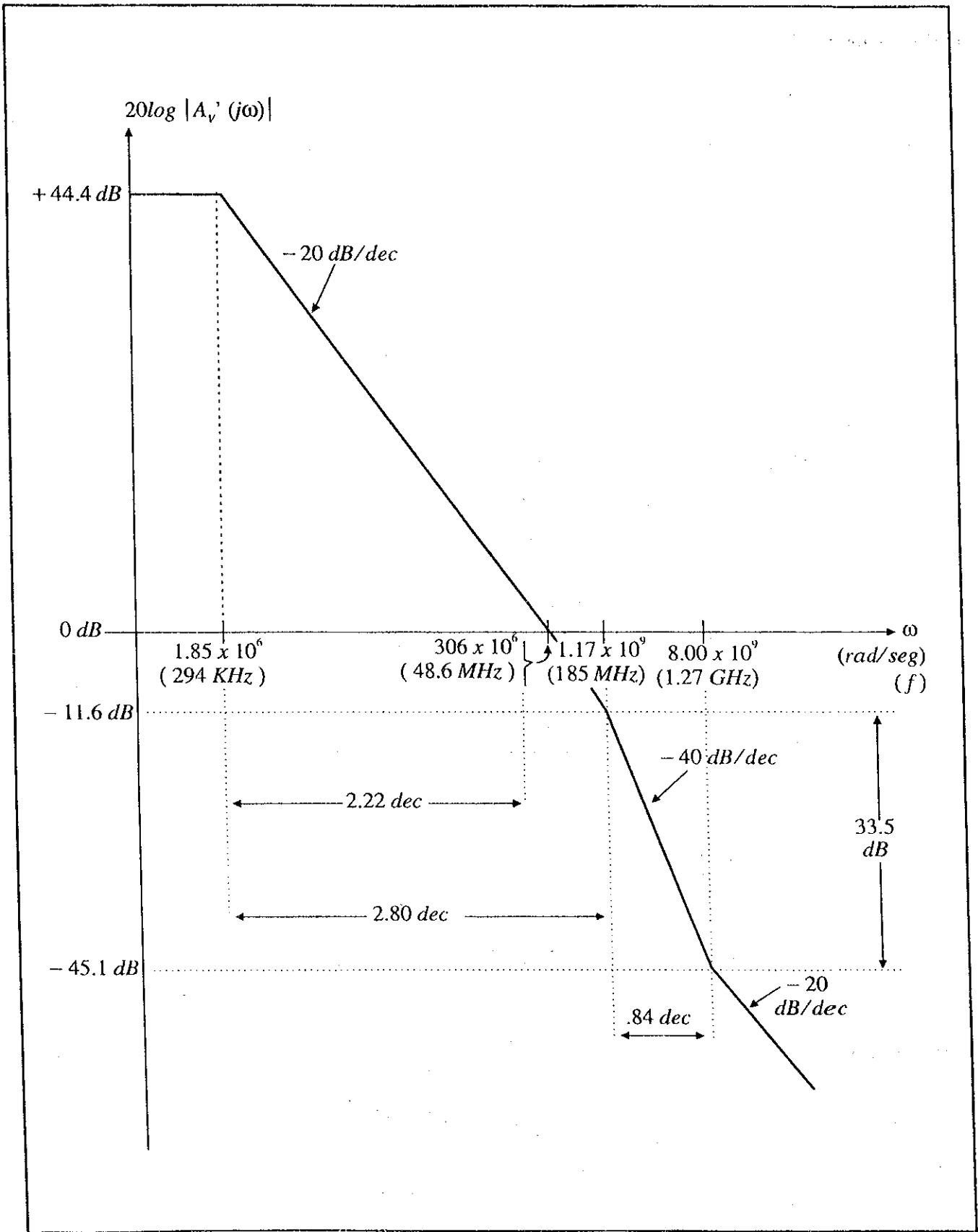
Polo en  $-1.85 \times 10^6$  rad/seg (294 KHz)  $\rightarrow$  (0.392  $f_p$ )

Polo en  $-1.17 \times 10^9$  rad/seg (185 MHz)

El diagrama de polos y ceros queda:



El diagrama de respuesta en altas frecuencias se muestra en la siguiente página:





## Análisis de los resultados

### 1. Comportamiento de la impedancia de entrada del circuito a frecuencias altas

La razón por la cual  $A_v'(s) = V_o(s) / V_i(s)$  tiene una frecuencia de corte alta más pequeña que  $A_v(s) = V_o(s) / V_i(s)$  es:

$$A_v'(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} \cdot \frac{V_i(s)}{V_i(s)}$$

$$A_v'(s) = A_v(s) \cdot \frac{Z_x(s) \cdot I_x(s)}{R_x \cdot I_x(s)} = A_v(s) \cdot \frac{Z_x(s)}{R_x}$$

Donde  $Z_x(s)$  es la impedancia total entre la base del transistor y tierra (incluye  $r_\pi$ ,  $C_\pi$ ,  $C_\mu$ ,  $R_B$  y  $R_x$ ). Su valor ya está dado en la ecuación (1) obtenida anteriormente:

$$V_i(s) = Z_x(s) \cdot I_x(s)$$

$$V_i(s) = R_x \frac{1 + R_y C_\mu s}{1 + (R_x C_\pi + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_\pi C_\mu s^2} I_x(s)$$

$$Z_x(s) = R_x \frac{1 + R_y C_\mu s}{1 + (R_x C_\pi + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_\pi C_\mu s^2}$$

Entonces:

$$\frac{V_i(s)}{V_x(s)} = \frac{Z_x(s)}{R_x}$$

$$\frac{V_i(s)}{V_x(s)} = \frac{R_x}{R_x} \cdot \frac{1 + R_y C_\mu s}{1 + (R_x C_\pi + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_\pi C_\mu s^2}$$

Numéricamente:

$$A_v(s) = -190 \cdot \frac{1 - \frac{s}{8.00 \times 10^9}}{1 + \frac{s}{4.20 \times 10^6}}$$

$$\frac{V_i(s)}{V_s(s)} = 0.870 \cdot \frac{1 + \frac{s}{42.0 \times 10^6}}{\left(1 + \frac{s}{1.85 \times 10^6}\right) \left(1 + \frac{s}{1.17 \times 10^9}\right)}$$

Con base en las expresiones anteriores se observa que:

$$A_v'(s) = A_v(s) \cdot \frac{V_i(s)}{V_s(s)}$$

$$A_v'(s) = -g_m R_y \frac{1 - \frac{C_\mu}{g_m} s}{1 + R_y C_\mu s} \cdot \frac{R_x}{R_x} \cdot \frac{1 + R_y C_\mu s}{1 + (R_x C_\pi + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_\pi C_\mu s^2}$$

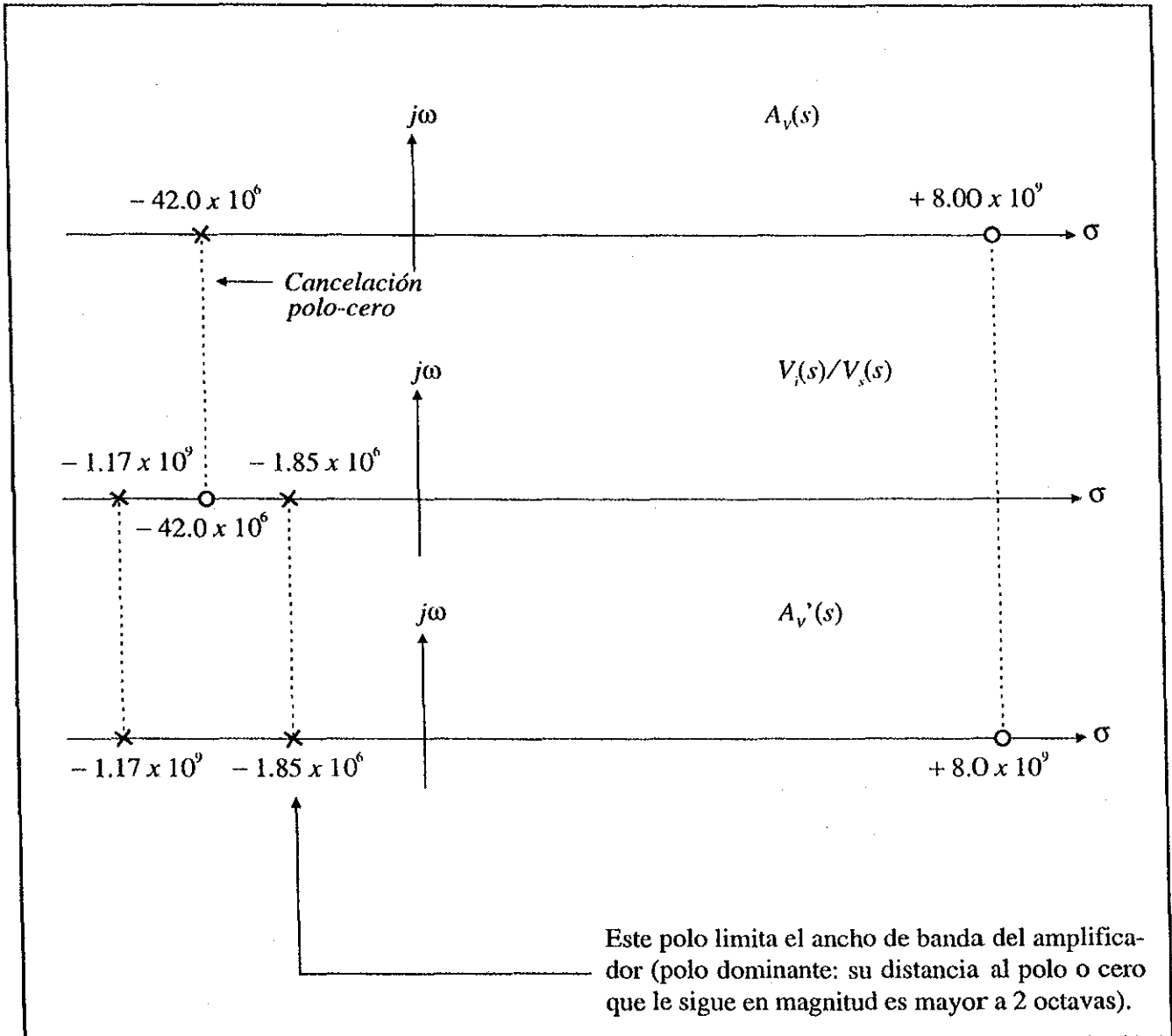
$$A_v'(s) = -\frac{g_m R_x R_y}{R_x} \cdot \frac{1 - \frac{C_\mu}{g_m} s}{1 + (R_x C_\pi + (R_x + R_y + g_m R_x R_y) C_\mu) s + R_x R_y C_\pi C_\mu s^2}$$

O sea:

$$A_v'(s) = -190 \cdot \frac{1 - \frac{s}{8.00 \times 10^9}}{1 + \frac{s}{42.0 \times 10^6}} \cdot 0.870 \cdot \frac{1 + \frac{s}{42.0 \times 10^6}}{\left(1 + \frac{s}{1.85 \times 10^6}\right) \left(1 + \frac{s}{1.17 \times 10^9}\right)}$$

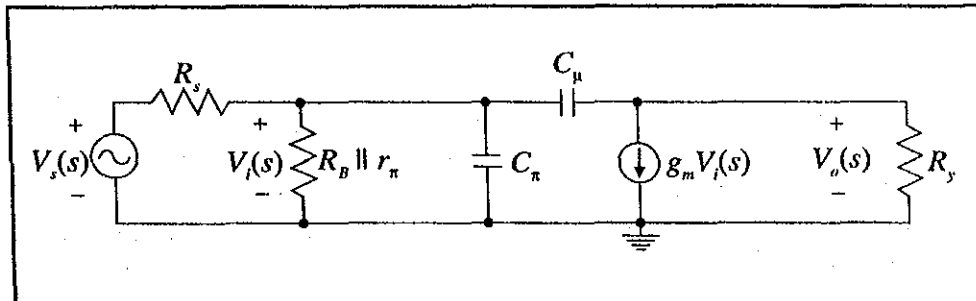
$$A_v'(s) = 166 \cdot \frac{1 - \frac{s}{8.00 \times 10^9}}{\left(1 + \frac{s}{1.85 \times 10^6}\right) \left(1 + \frac{s}{1.17 \times 10^9}\right)}$$

A continuación se dan los diagramas de polos y ceros correspondientes. Se ve que la función  $V_i(s)/V_s(s)$  y por tanto  $Z_i(s)$  es la que introduce el límite de ancho de banda. La limitante principal se debe a que la impedancia en la base de un transistor es fuertemente capacitiva. Si la excitación proviene de una fuente de señal cuya impedancia de salida sea alta, esta característica capacitiva en la base causa una disminución en la amplificación de voltaje a altas frecuencias.

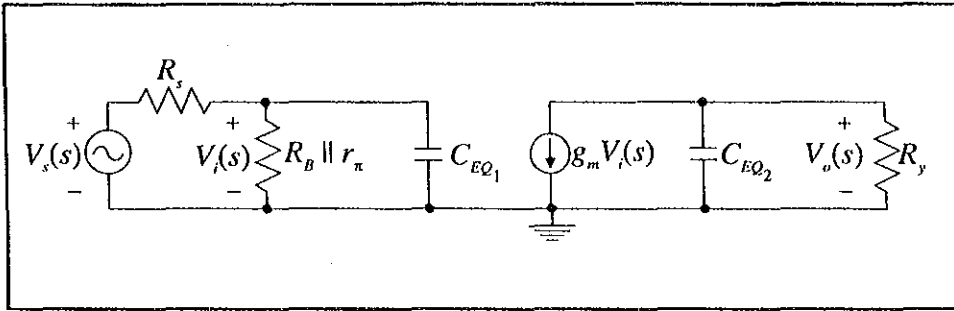


## 2. Efecto Miller

Se puede explicar la fuerte limitación en el ancho de banda causado por la componente capacitiva en la base del transistor si se considera el efecto de amplificación que el circuito produce sobre  $C_\mu$ .

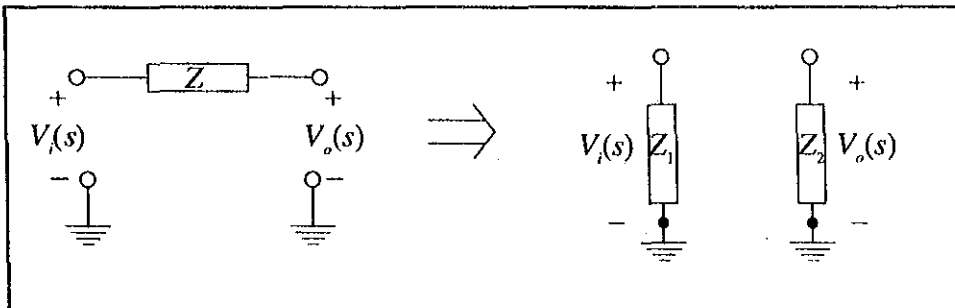


Circuito exacto



Circuito aproximado

Considerando que la ganancia del circuito a frecuencias medias es  $A_v = v_o/v_i = -g_m R_y$ , se puede aplicar el Teorema de Miller al circuito exacto, resultando lo siguiente:



$$Z = \frac{1}{sC_\mu}$$

$$Z_1 = \frac{Z}{1 - A_v} = \frac{1/sC_\mu}{1 - (-g_m R_y)}$$

$$Z_1 = \frac{1}{s[1 + g_m R_y] C_\mu} = \frac{1}{sC_s}$$

$C_s$  representa el efecto de amplificación que produce el transistor sobre  $C_\mu$ .

$$Z_2 = \frac{A_v Z}{A_v - 1} \quad \text{y considerando} \quad |A_v| \gg 1,$$

resulta:

$$Z_2 = Z = \frac{1}{sC_\mu} = \frac{1}{sC_{EQ2}}$$

por lo tanto

$$C_{EQ1} = C_\pi + C_s = C_\pi + [1 + g_m R_y] C_\mu$$

$$C_{EQ2} = C_\mu$$

Entonces del circuito aproximado se observa que presenta dos redes de paso bajo, cuyas frecuencias de corte se encuentran en:

$$\omega_1 = \frac{1}{R_{th_1} C_{EQ_1}} = \frac{1}{(R_s \parallel R_B \parallel r_\pi) C_{EQ_1}}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{(R_s \parallel R_B \parallel r_\pi) [C_\pi + (1 + g_m R_y) C_\mu]}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{R_{th_2} C_{EQ_2}} = \frac{1}{R_y C_\mu}$$

Con valores numéricos:

$$R_s = 600\Omega$$

$$r_\pi = 5K\Omega$$

$$C_\pi = 37.4 pF$$

$$R_B = 20K\Omega$$

$$g_m = 40mA/V$$

$$C_\mu = 5 pF$$

$$R_y = 4.76K\Omega$$

$$\omega_1 = 1.93 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (307 \text{ KHz})$$

$$\omega_2 = 42 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (6.7 \text{ MHz})$$

Cuando se aplica el Teorema de Miller a un circuito para analizar su respuesta en frecuencia, **solamente es válida la frecuencia más pequeña** que se obtenga, puesto que en las frecuencias mayores a ésta, la ganancia en voltaje  $A_v = v_o/v_i$  que se emplea en dicho teorema para los cálculos de  $Z_1$  y  $Z_2$ , ya no tiene un valor constante.

De acuerdo a lo anterior, la frecuencia menor es  $\omega_1$ , la cual representa una aproximación de la frecuencia de corte alta del circuito exacto. Comparando el valor exacto con el valor aproximado obtenido por Miller se obtiene lo siguiente:

Valor real para  $f_H = 294 \text{ KHz}$ .

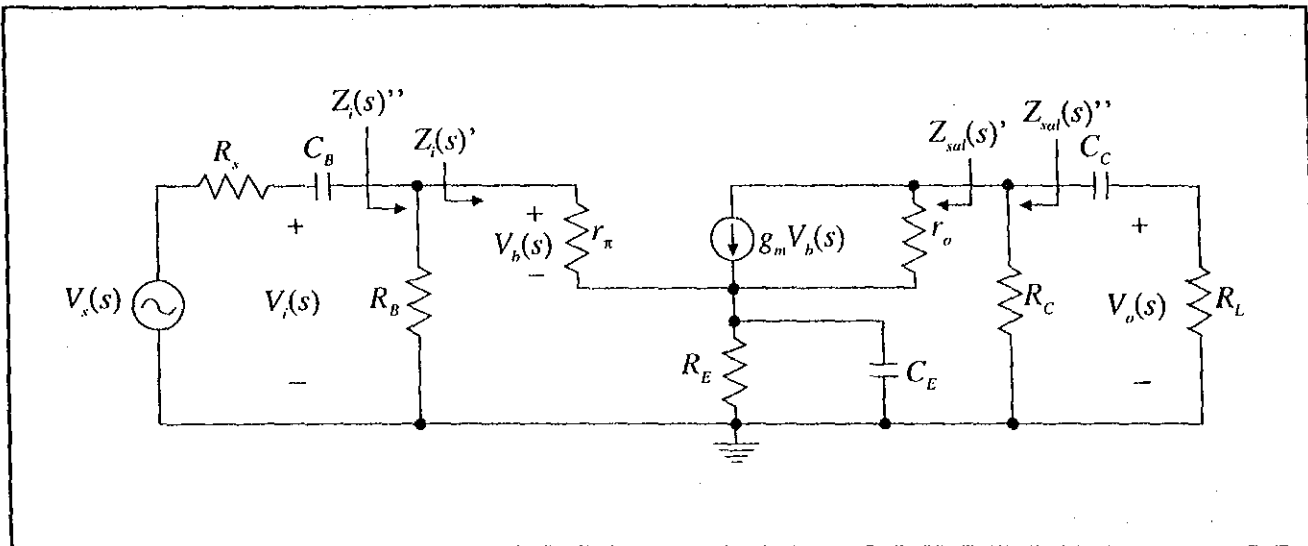
Valor aproximado por Miller:  $f_H = 307 \text{ KHz}$ .

Este valor constituye una aproximación razonable, pues representa un error de sólo el 4.4%.

### VII.5.3 Análisis a frecuencias bajas

Cálculo de las ganancias en voltaje  $A_v(s) = V_o(s) / V_i(s)$  y  $A_v' = V_o(s) / V_s(s)$ .

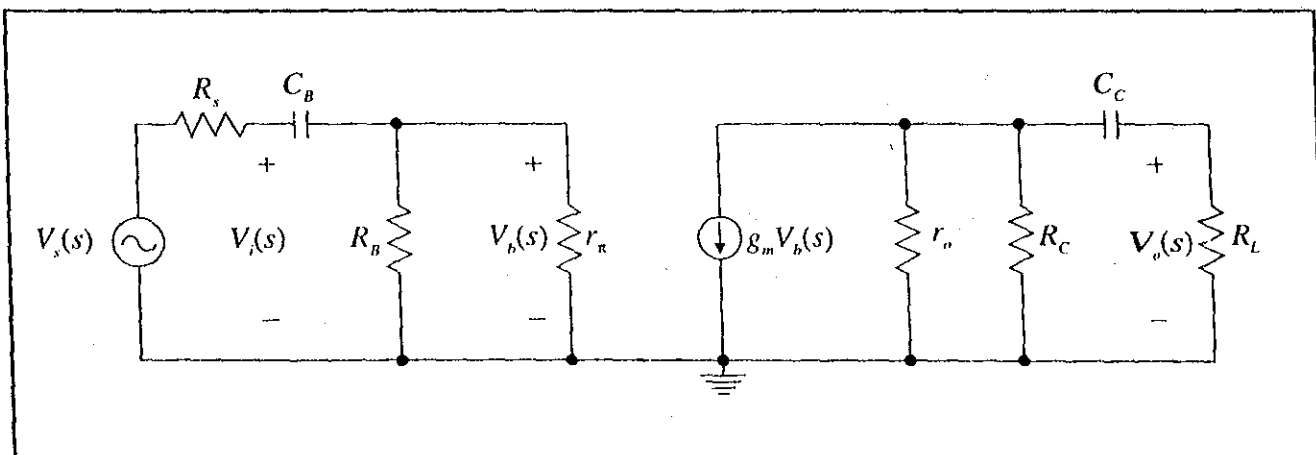
Se redibuja el circuito:



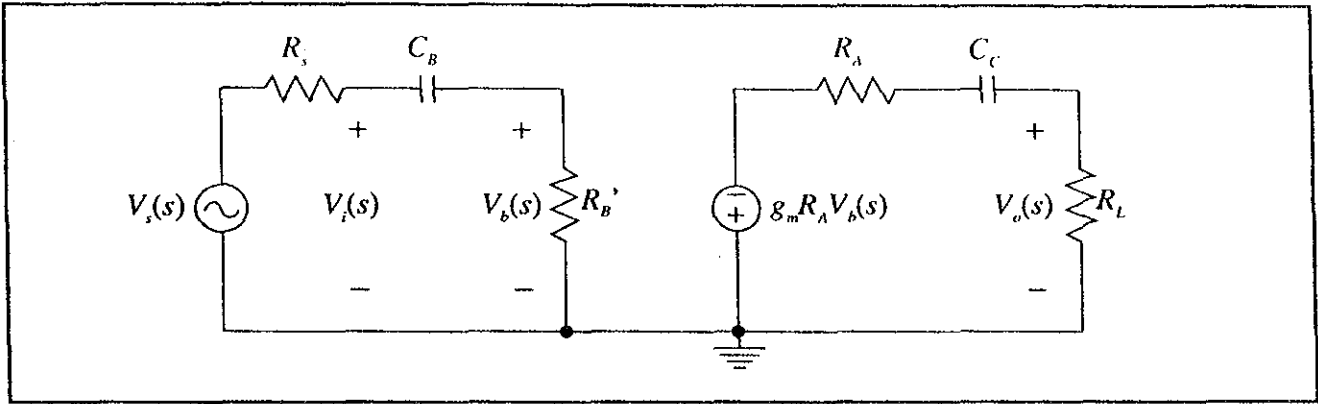
El análisis de este circuito es extremadamente complicado pues  $Z_i(s)'$  y por tanto  $Z_i(s)''$  varían con la frecuencia. Del mismo modo,  $Z_{sal}(s)'$  y  $Z_{sal}(s)''$  también lo hacen. Así pues, las expresiones para las frecuencias de corte de paso alto debido a  $C_B$ ,  $C_E$  y  $C_C$  no son explícitas, resultando una función de transferencia de alto orden. Para obtener una solución que sea fácil de interpretar se pueden separar los efectos de  $C_B$  y  $C_C$  por un lado y  $C_E$  por el otro.

### VII.5.3.1 Efecto de los capacitores de acoplo $C_B$ y $C_C$

Se supone  $C_E$  muy grande de modo que el emisor está bien derivado a tierra:

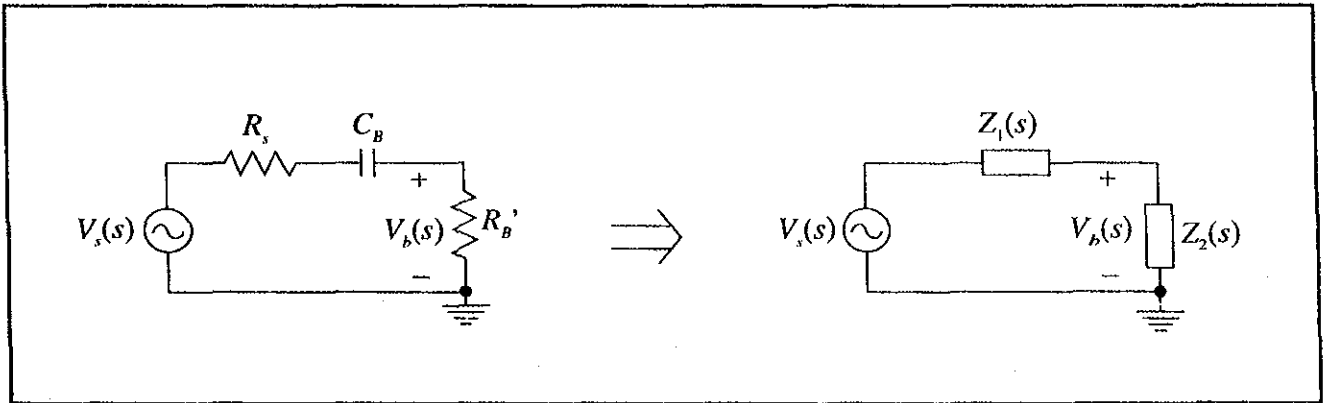


Tomando el equivalente de Thevenin del circuito de salida y considerando  $R_B' = R_B \parallel r_\pi$  y  $R_A = r_o \parallel R_C$ :



Se tiene un circuito formado por dos mallas similares.  
Basta analizar una de ellas y extender el resultado a la otra:

1) Para la malla de entrada:



$$Z_1 = R_s + \frac{1}{sC_B} = \frac{1 + sR_s C_B}{sC_B}, \quad Z_2(s) = R_B'$$

$$\frac{V_b(s)}{V_s(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} = \frac{R_B'}{\frac{1 + sR_s C_B}{sC_B} + R_B'}$$

$$\frac{V_b(s)}{V_s(s)} = \frac{R_B'}{1 + sR_s C_B + sR_B' C_B} = \frac{sR_B' C_B}{1 + s(R_s + R_B') C_B}$$

$$\boxed{\frac{V_b(s)}{V_s(s)} = \frac{sR_B' C_B}{1 + s(R_s + R_B') C_B}}$$

2) Para la malla de salida:

$$V_b(s) \rightarrow V_o(s),$$

$$V_s(s) \rightarrow -g_m R_A V_b(s),$$

$$R_s \rightarrow R_A$$

$$R_B' \rightarrow R_L$$

$$C_B \rightarrow C_C$$

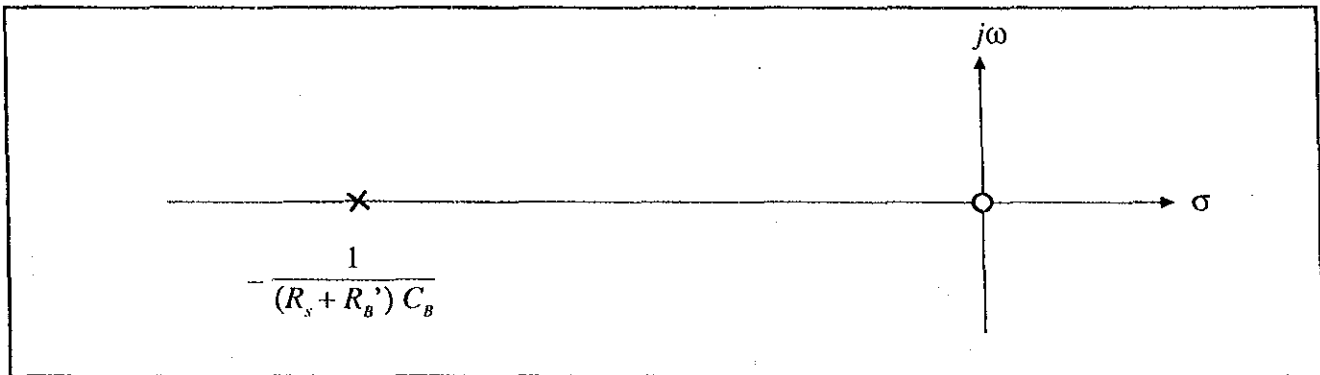
$$\frac{V_o(s)}{-g_m R_A V_b(s)} = \frac{s R_L C_C}{1 + s(R_A + R_L) C_C}$$

$$\boxed{\frac{V_o(s)}{V_b(s)} = -g_m R_A \frac{s R_L C_C}{1 + s(R_A + R_L) C_C}}$$

Ambas funciones de transferencia tienen un cero en el origen y un polo real y negativo.

Los diagramas de polos y ceros correspondientes se dan a continuación junto con los diagramas de Bode para la magnitud:

1) Para la malla de entrada:



$$\frac{V_b(s)}{V_s(s)} = \frac{s R_B' C_B}{1 + s(R_s + R_B') C_B} = \frac{1}{\frac{1 + s(R_s + R_B') C_B}{s R_B' C_B}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{s R_B' C_B} + \frac{R_s + R_B'}{R_B'}}$$

$$\frac{V_b(s)}{V_s(s)} = \frac{1}{\frac{R_s + R_B'}{R_B'} \left( 1 + \frac{1}{s R_B' C_B} \cdot \frac{R_B'}{R_s + R_B'} \right)}$$



$$= \frac{R_B'}{R_s + R_B'} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{s(R_s + R_B') C_B}}$$

$$= \frac{R_x}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega_{LB}}{s}}$$

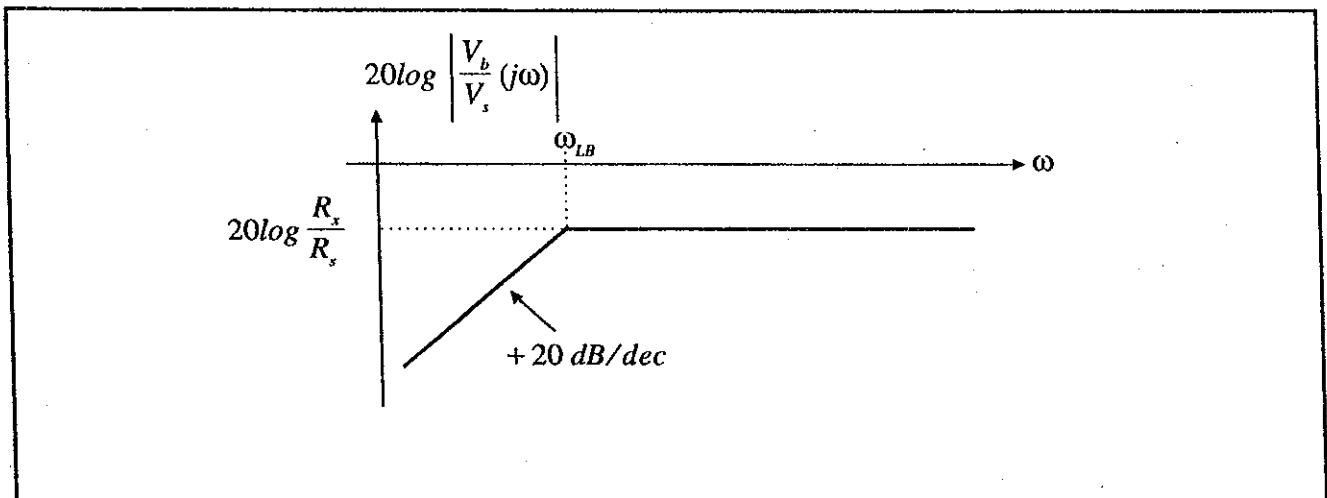
$$\frac{V_b(s)}{v_s(s)} = \frac{R_x}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega_{LB}}{s}}$$

Con:

$$\omega_{LB} = \frac{1}{(R_s + R_B') C_B}$$

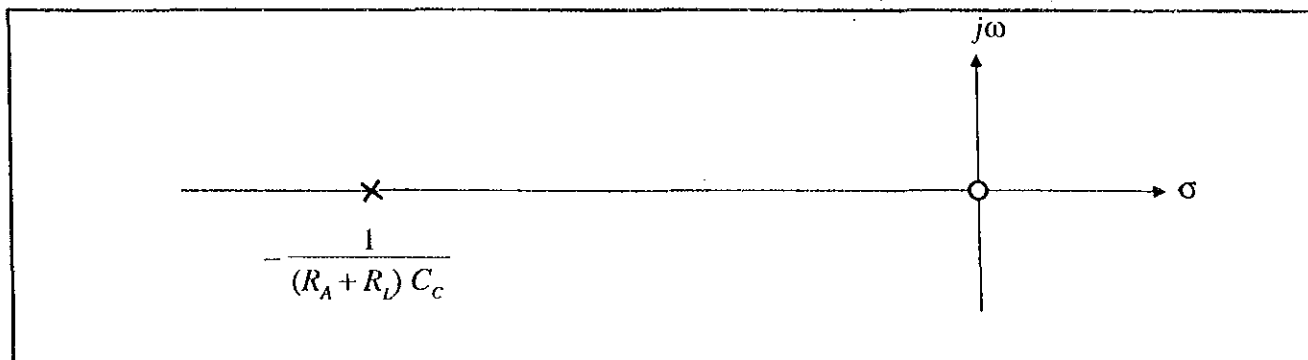
$$\frac{R_B'}{R_s + R_B'} = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{R_s R_B'}{R_s + R_B'} = \frac{1}{R_s} (R_s \parallel R_B')$$

$$= \frac{1}{R_s} (R_s \parallel R_B \parallel r_\pi) = \frac{R_x}{R_s}$$



$$\left| \frac{V_b}{V_s}(j\omega) \right| = \frac{R_x}{R_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_{LB}/\omega)^2}}$$

2) Para la malla de salida:



$$\frac{V_o(s)}{V_b(s)} = -g_m R_A \frac{s R_L C_C}{1 + s(R_A + R_L) C_C}$$

$$= -g_m R_A \frac{1}{1 + s(R_A + R_L) C_C} \frac{1}{s R_L C_C}$$

$$= -g_m R_A \frac{1}{\frac{1}{s R_L C_C} + \frac{R_A + R_L}{R_L}}$$

$$= -g_m R_A \frac{1}{\frac{R_A + R_L}{R_L} \left( 1 + \frac{1}{s R_L C_C} \cdot \frac{R_L}{R_A + R_L} \right)}$$

$$= -\frac{g_m R_A R_L}{R_A + R_L} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{s(R_A + R_L) C_C}}$$

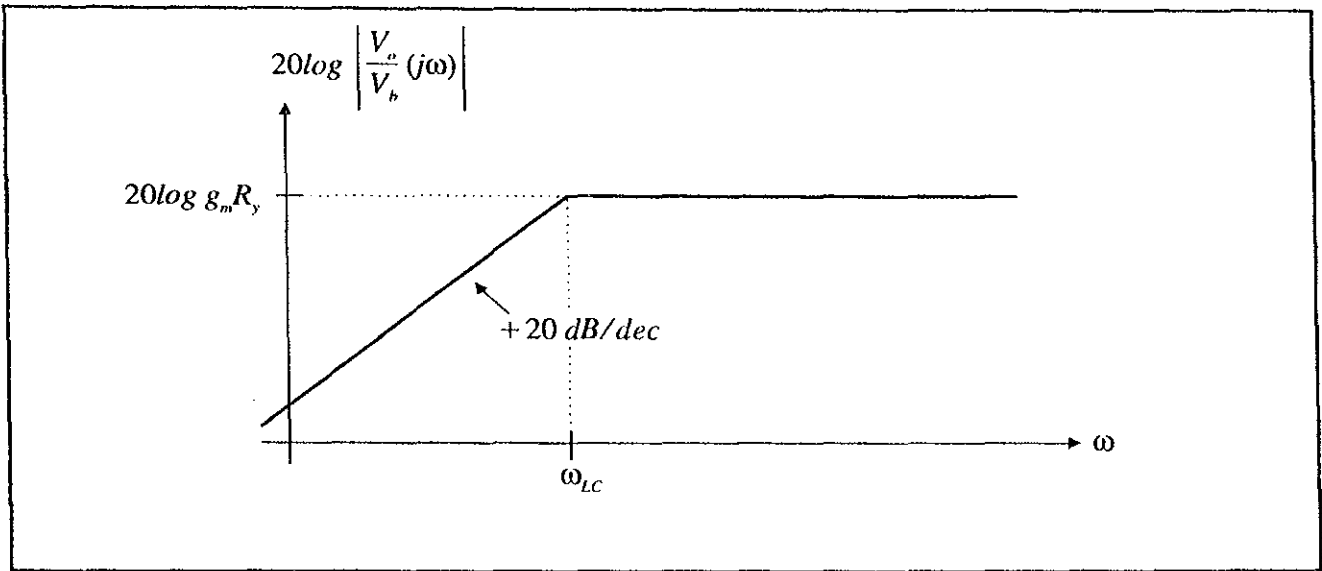
$$= -g_m R_y \frac{1}{1 + \frac{\omega_{LC}}{s}}$$

$$\boxed{\frac{V_o(s)}{V_b(s)} = -g_m R_y \frac{1}{1 + \frac{\omega_{LC}}{s}}}$$

Con:

$$\omega_{LC} = \frac{1}{(R_A + R_L) C_C}$$

$$\frac{R_A R_L}{R_A + R_L} = R_A \parallel R_L = r_o \parallel R_C \parallel R_L = R_y$$



$$\left| \frac{V_o}{V_b}(j\omega) \right| = g_m R_y \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_{LC}/\omega)^2}}$$

Escribiendo la función completa:

$$A_v'(s) = \frac{V_o(s)}{V_x(s)} = \frac{V_o(s)}{V_b(s)} \cdot \frac{V_b(s)}{V_x(s)}$$

$$A_v'(s) = -g_m R_y \frac{1}{1 + \frac{\omega_{LC}}{s}} \cdot \frac{R_x}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega_{LB}}{s}}$$

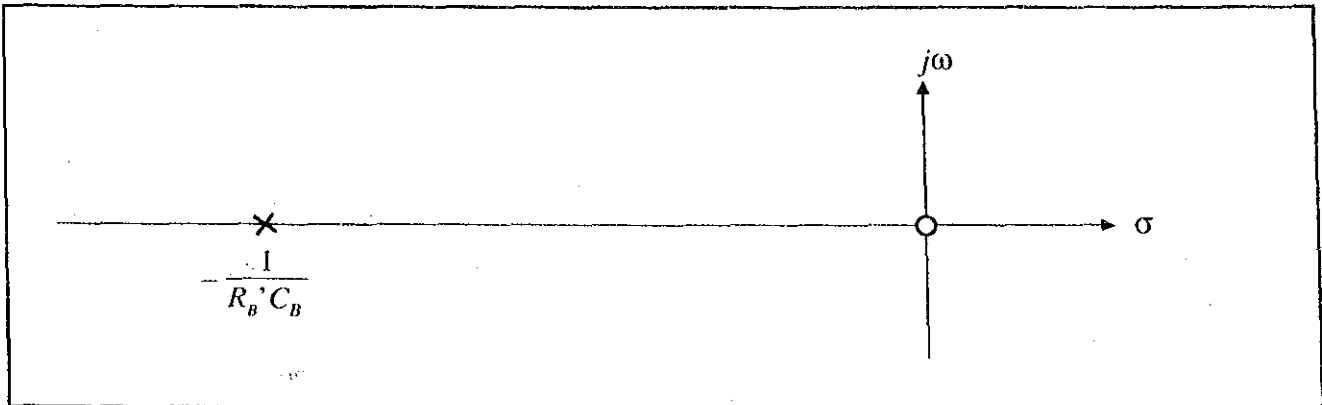
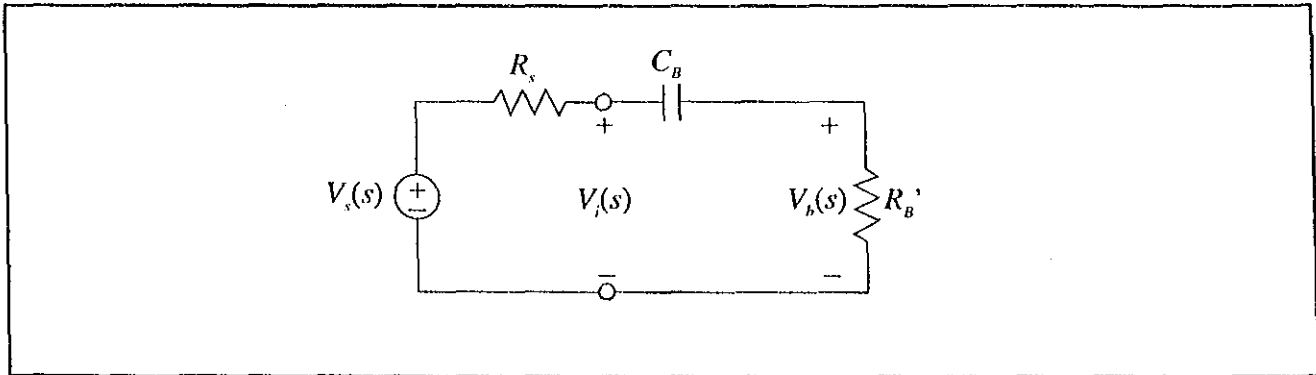
$$A_v'(s) = -\frac{g_m R_x R_y}{R_s} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\omega_{LC}}{s}\right) \left(1 + \frac{\omega_{LB}}{s}\right)}$$

$$|A_v'(j\omega)| = \frac{g_m R_x R_y}{R_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_{LC}/\omega)^2} \sqrt{1 + (\omega_{LB}/\omega)^2}}$$

No se puede ilustrar el diagrama de polos y ceros ni el diagrama de Bode para la magnitud, puesto que no se conocen las posiciones relativas de  $\omega_{LC}$  y  $\omega_{LB}$ . Se requiere aplicar los valores numéricos.

Para obtener  $A_v(s)$  se toma en cuenta lo siguiente:

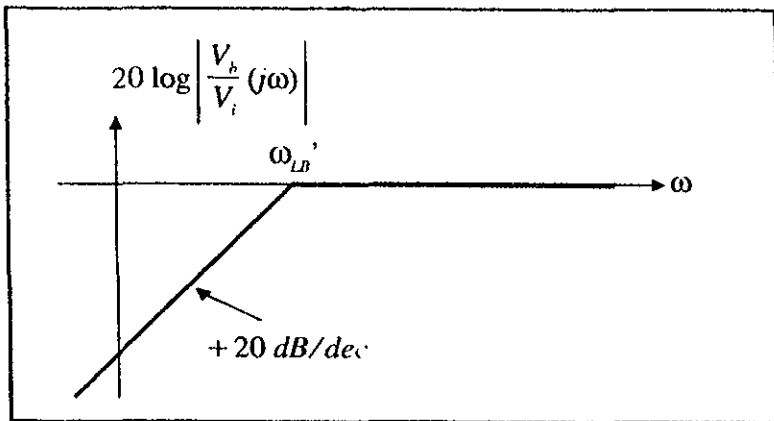
1) Para la malla de entrada:



$$\frac{V_b(s)}{V_i(s)} = \frac{R_B'}{R_B' + 1/sC_B} = \frac{sR_B'C_B}{1 + sR_B'C_B}$$

$$\frac{V_b(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{\frac{1 + sR_B'C_B}{sR_B'C_B}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{sR_B'C_B}}$$

$$\boxed{\frac{V_b(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_{LB}'}{s}}}$$



$$\left| \frac{V_b}{V_i}(j\omega) \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_{LB}'/\omega)^2}}$$

2) Para la malla de salida:

La expresión de  $V_o(s) / V_b(s)$  es la misma que se obtuvo en el análisis anterior para  $V_o(s) / V_i(s)$ . Por lo tanto, la expresión completa para  $A_v(s) = V_o(s)/V_i(s)$  será:

$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_b(s)} \cdot \frac{V_b(s)}{V_i(s)} = -g_m R_y \frac{1}{\left(1 + \frac{\omega_{LC}}{s}\right) \left(1 + \frac{\omega_{LB}'}{s}\right)}$$

$$|A_v(j\omega)| = -g_m R_y \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_{LC}/\omega)^2} \sqrt{1 + (\omega_{LB}'/\omega)^2}}$$

Para estas funciones también se requiere aplicar los valores numéricos si se desean obtener los diagramas correspondientes.

Evaluando las funciones anteriores resulta:

Tomando  $C_c = 1\mu F$ ,  $C_b = 1\mu F$  y considerando los otros valores numéricos dados:

$$R_A = r_o \parallel R_c = \left( \frac{1}{100 \times 10^3} + \frac{1}{10 \times 10^3} \right)^{-1} = 9.09 \text{ K}\Omega$$

$$R_B' = R_B \parallel r_\pi = \left( \frac{1}{20 \times 10^3} + \frac{1}{5 \times 10^3} \right)^{-1} = 4.00 \text{ K}\Omega$$

$$\begin{aligned} \omega_{LC} &= \frac{1}{(R_A + R_c) C_c} = \frac{1}{(9.09 \times 10^3 + 10 \times 10^3) \times 10^{-6}} \\ &= 52.4 \text{ rad/seg} \quad (8.34 \text{ Hz}) \end{aligned}$$

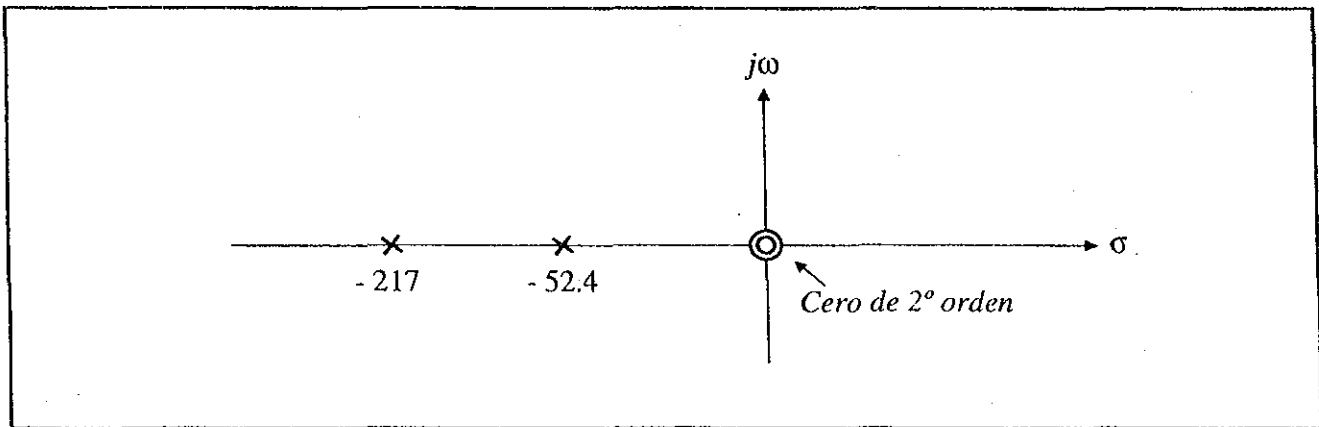
$$\omega_{LB} = \frac{1}{(R_s + R_B') C_B} = \frac{1}{(600 + 4.00 \times 10^3) \times 10^{-6}}$$

$$= 217 \text{ rad/seg} \quad (34.6 \text{ Hz})$$

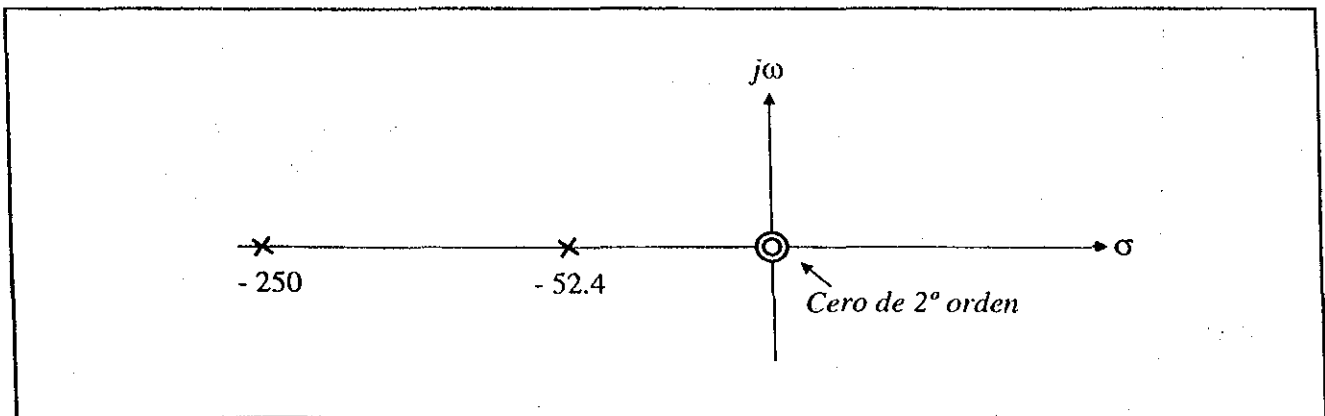
$$\omega_{LB}' = \frac{1}{R_B' C_B} = \frac{1}{4.00 \times 10^3 \times 10^{-6}}$$

$$= 250 \text{ rad/seg} \quad (39.8 \text{ Hz})$$

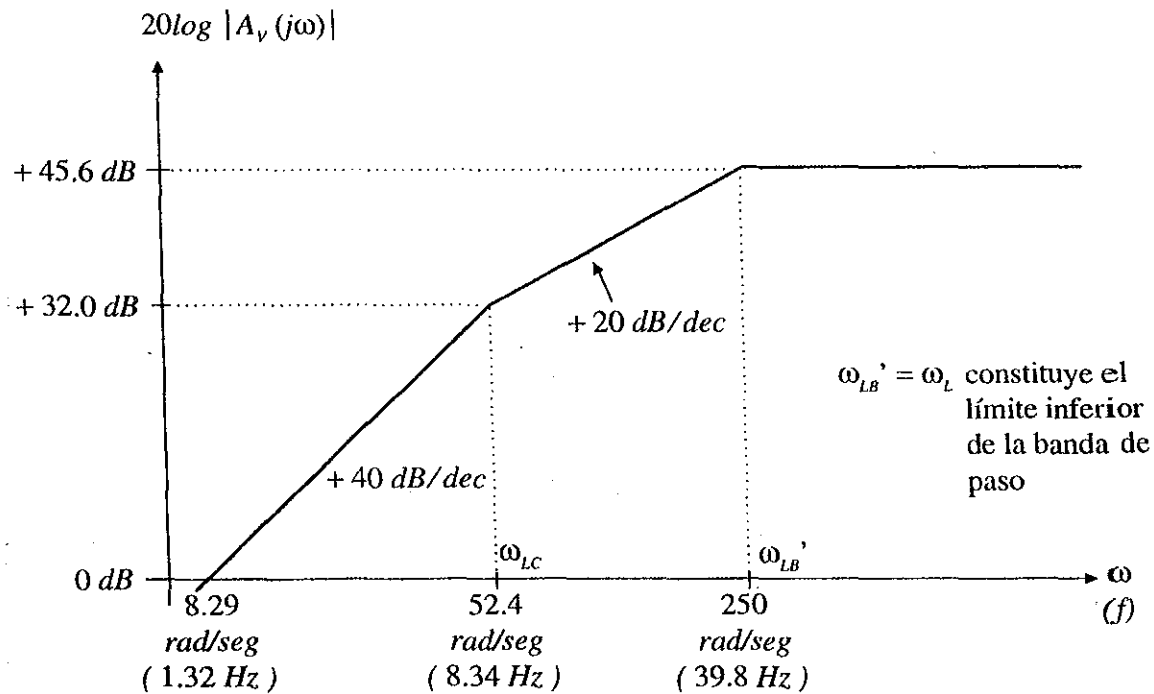
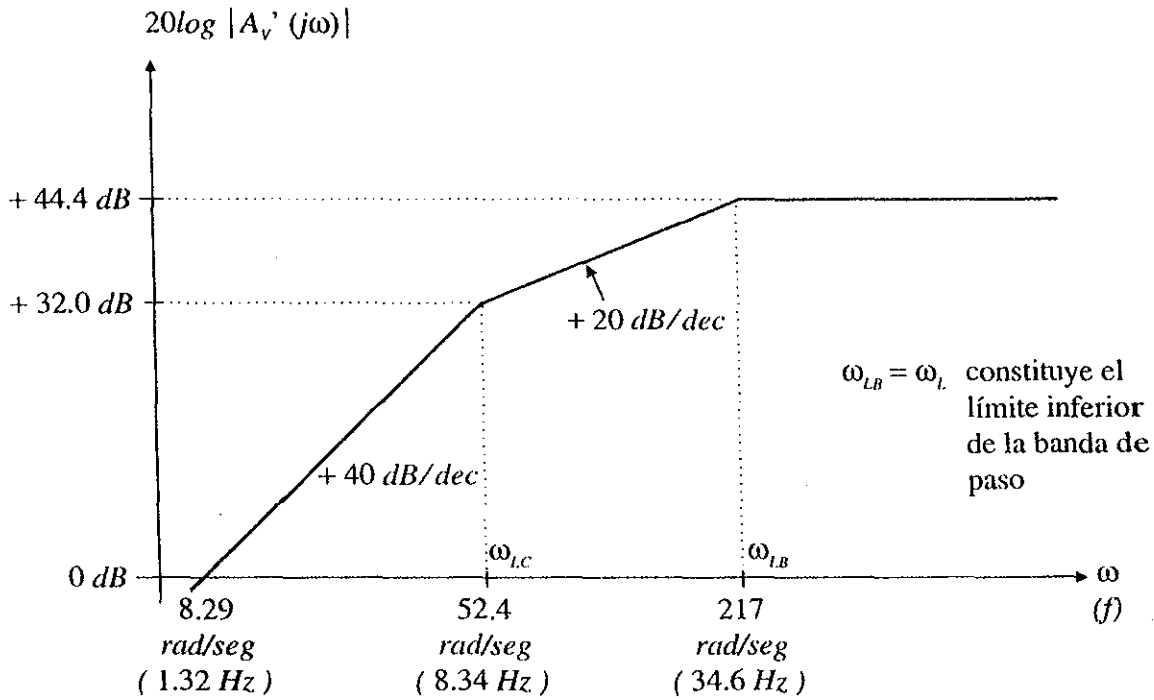
$$A_v'(s) = -166 \frac{1}{\left(1 + \frac{52.4}{s}\right) \left(1 + \frac{217}{s}\right)}$$



$$A_v(s) = -190 \frac{1}{\left(1 + \frac{52.4}{s}\right) \left(1 + \frac{250}{s}\right)}$$

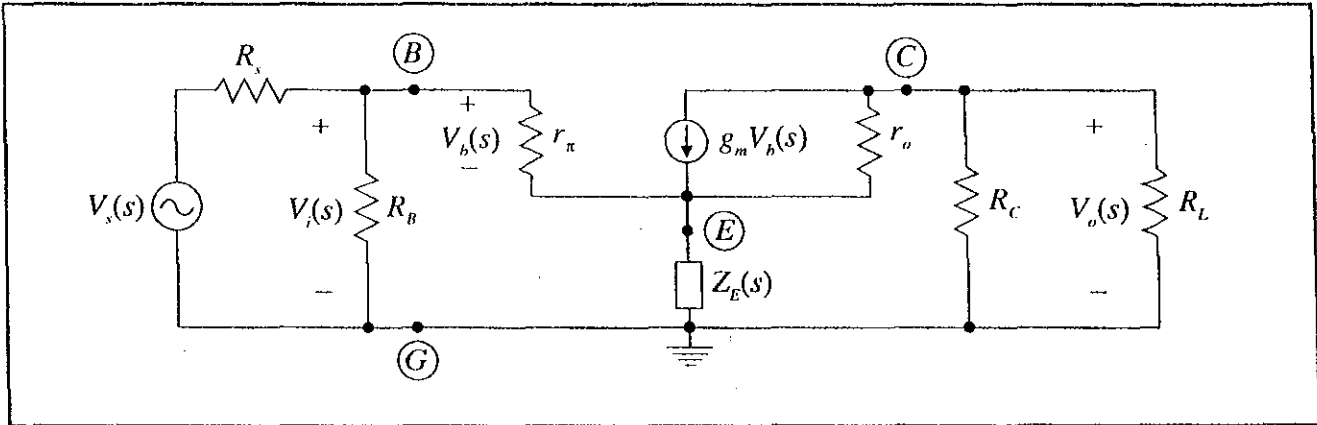


Los diagramas de respuesta en baja frecuencia correspondientes a las expresiones anteriores, se muestran a continuación:



### VII.5.3.2 Efecto del capacitor de desvío $C_E$

Se suponen  $C_B$  y  $C_C$  muy grandes de modo que el acoplamiento a la fuente excitadora y a la carga son perfectos, pero el emisor no está bien derivado a tierra:



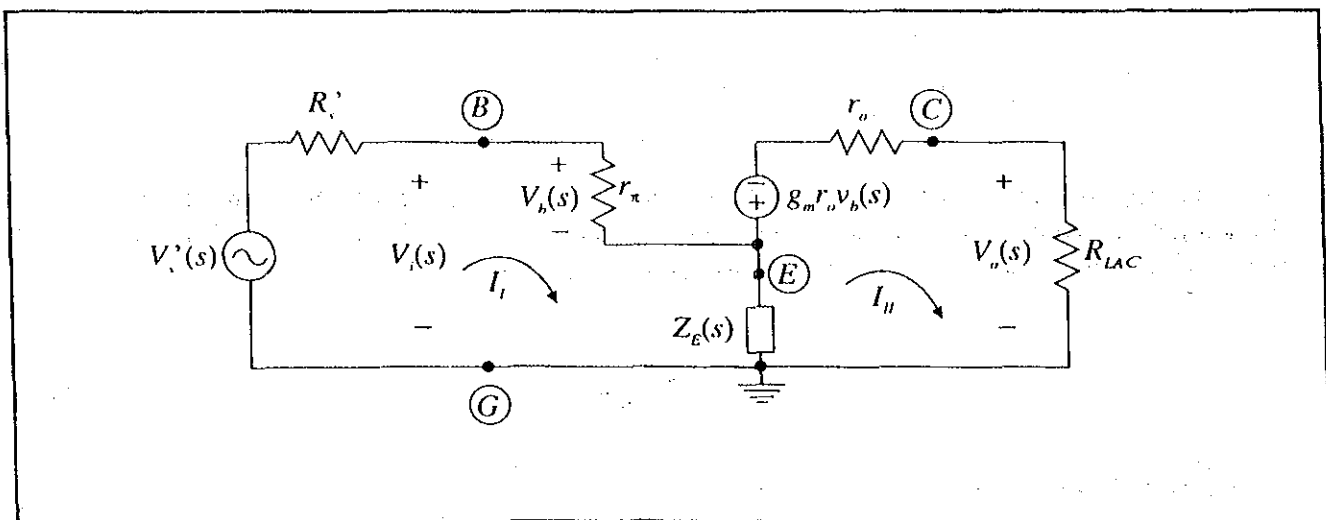
Se toma:

$$Z_E(s) = \frac{R_E \cdot \frac{1}{sC_E}}{R_E + \frac{1}{sC_E}} = \frac{R_E}{1 + sR_EC_E}$$

$$R_{LAC} = R_C \parallel R_L$$

Obteniendo los equivalentes de Thevenin entre los puntos  $B$  y  $G$ , y  $C$  y  $E$ :

$$V_s'(s) = \frac{R_B}{R_s + R_B} V_s(s), \quad R_s' = R_s \parallel R_B$$





Planteando las ecuaciones de malla del circuito resultante:

$$I: -V_s'(s) + R_s' I_I(s) + r_\pi I_I(s) + Z_E(s) [I_I(s) - I_{II}(s)] = 0$$

$$II: g_m r_o V_b(s) + r_o I_{II}(s) + R_{LAC} I_{II}(s) + Z_E(s) [I_{II}(s) - I_I(s)] = 0$$

Como  $V_b(s) = r_\pi I_I(s)$ , se reordenan las ecuaciones:

$$I: [R_s' + r_\pi + Z_E(s)] I_I(s) - Z_E(s) I_{II}(s) = V_s'(s)$$

$$II: [g_m r_o r_\pi - Z_E(s)] I_I(s) + [r_o + R_{LAC} + Z_E(s)] I_{II}(s) = 0$$

Resolviendo las ecuaciones para  $I_I(s)$  e  $I_{II}(s)$ , resulta:

$$I_I(s) = \frac{r_o + R_{LAC} + Z_E(s)}{Z_E(s) [R_s' + r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + (R_s' + r_\pi) (r_o + R_{LAC})} \cdot V_s'(s)$$

$$I_{II}(s) = \frac{Z_E(s) - \beta_o r_o}{Z_E(s) [R_s' + r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + (R_s' + r_\pi) (r_o + R_{LAC})} \cdot V_s'(s)$$

Como:  $V_o(s) = R_{LAC} I_{II}(s)$ , y  $V_i(s) = V_s'(s) - R_s' I_I(s)$ , entonces la ganancia en voltaje  $A_v(s)$  queda:

$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_{LAC} I_{II}(s)}{V_s'(s) - R_s' I_I(s)}$$

y sustituyendo las expresiones correspondientes a  $I_I(s)$  e  $I_{II}(s)$  y simplificando el resultado se llega a:

$$A_v(s) = \frac{R_{LAC} [Z_E(s) - \beta_o r_o]}{Z_E(s) [r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + r_\pi (r_o + R_{LAC})}$$

La función resultante es semejante a la del circuito amplificador con un solo transistor bipolar en configuración de emisor degenerado excepto que  $R_E$  ha sido sustituido por  $Z_E(s)$ . Para conocer el comportamiento en función de la frecuencia, se substituye  $Z_E(s)$  por su ecuación:

$$Z_E(s) = \frac{R_E}{1 + sR_E C_E}$$

Obteniendo finalmente el siguiente resultado:

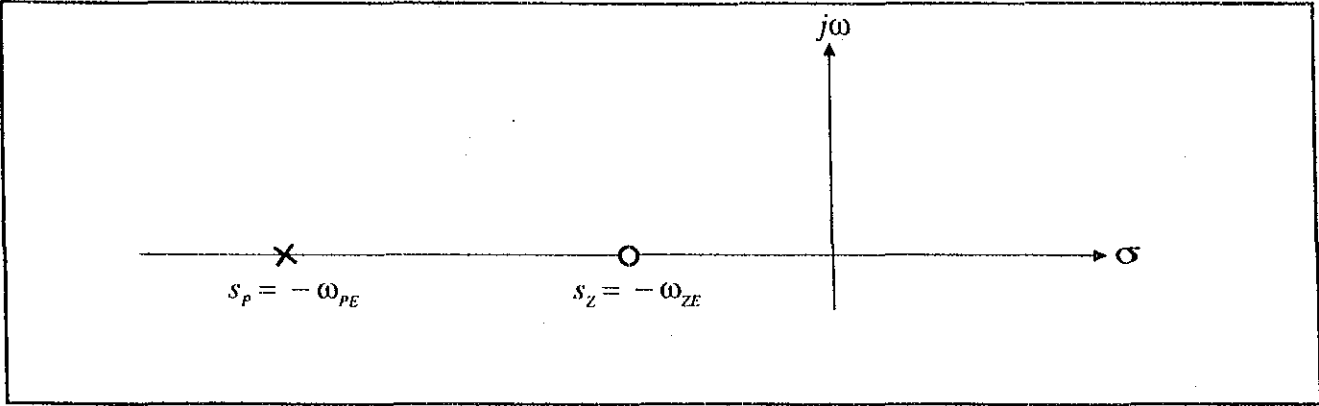
$$A_v(s) = \frac{-R_{LAC} (\beta_o r_o - R_E)}{R_E [r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + r_\pi (r_o + R_{LAC})} \cdot \dots$$

$$\dots \frac{1 + \frac{\beta_o r_o R_E C_E}{\beta_o r_o - R_E} s}{1 + \frac{r_\pi (r_o + R_{LAC}) R_E C_E}{R_E [r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + r_\pi (r_o + R_{LAC})} s}$$

Esta función tiene la forma:

$$A_v(s) = K \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_{ZE}}}{1 + \frac{s}{\omega_{PE}}}$$

Diagrama de polos y ceros:



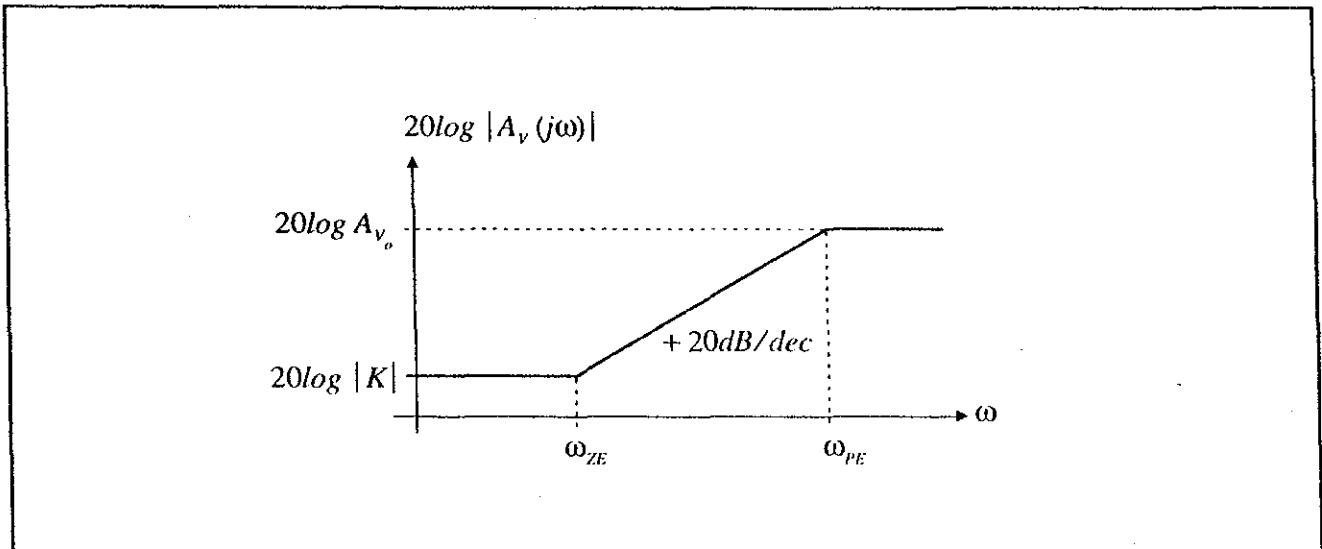
donde:

$$K = \frac{-R_{LAC} (\beta_o r_o - R_E)}{R_E [r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + r_\pi (r_o + R_{LAC})} \approx -\frac{R_{LAC}}{R_E}, \quad \text{Amplificador de voltaje para la configuración de emisor degenerado}$$

$$\omega_{ZE} = \frac{\beta_o r_o - R_E}{\beta_o r_o R_E C_E} = \frac{1}{R_E C_E}, \quad \text{pues } \beta_o r_o \gg R_E \text{ y } \frac{\beta_o r_o - R_E}{\beta_o r_o} \approx 1$$

$$\omega_{PE} = \frac{R_E [r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + r_\pi (r_o + R_{LAC})}{r_\pi (r_o + R_{LAC}) R_E C_E}$$

El diagrama de Bode para la magnitud de  $A_v(j\omega)$  es:



Se puede conocer al valor de  $A_{v_o}$  si se hace tender  $s \rightarrow \infty$  en la función, o bien, si se ejerce la transformación algebraica que se detalla a continuación:

$$A_v(s) = K \frac{1 + \frac{s}{\omega_{ZE}}}{1 + \frac{s}{\omega_{PE}}} = K \frac{\frac{s}{\omega_{ZE}} \left( \frac{\omega_{ZE}}{s} + 1 \right)}{\frac{s}{\omega_{PE}} \left( \frac{\omega_{PE}}{s} + 1 \right)}$$

$$= K \frac{\omega_{PE}}{\omega_{ZE}} \cdot \frac{\left( 1 + \frac{\omega_{ZE}}{s} \right)}{\left( 1 + \frac{\omega_{PE}}{s} \right)}$$

donde:

$$A_{v_o}(s) = K \frac{\omega_{PE}}{\omega_{ZE}}$$

Sustituyendo las expresiones de  $\omega_{PE}$ ,  $\omega_{ZE}$  y  $K$  en la última expresión y simplificando el resultado se obtiene:

$$A_{v_o}(s) = -g_m R_y$$

Y la expresión para  $A_v(s)$  se puede escribir como:

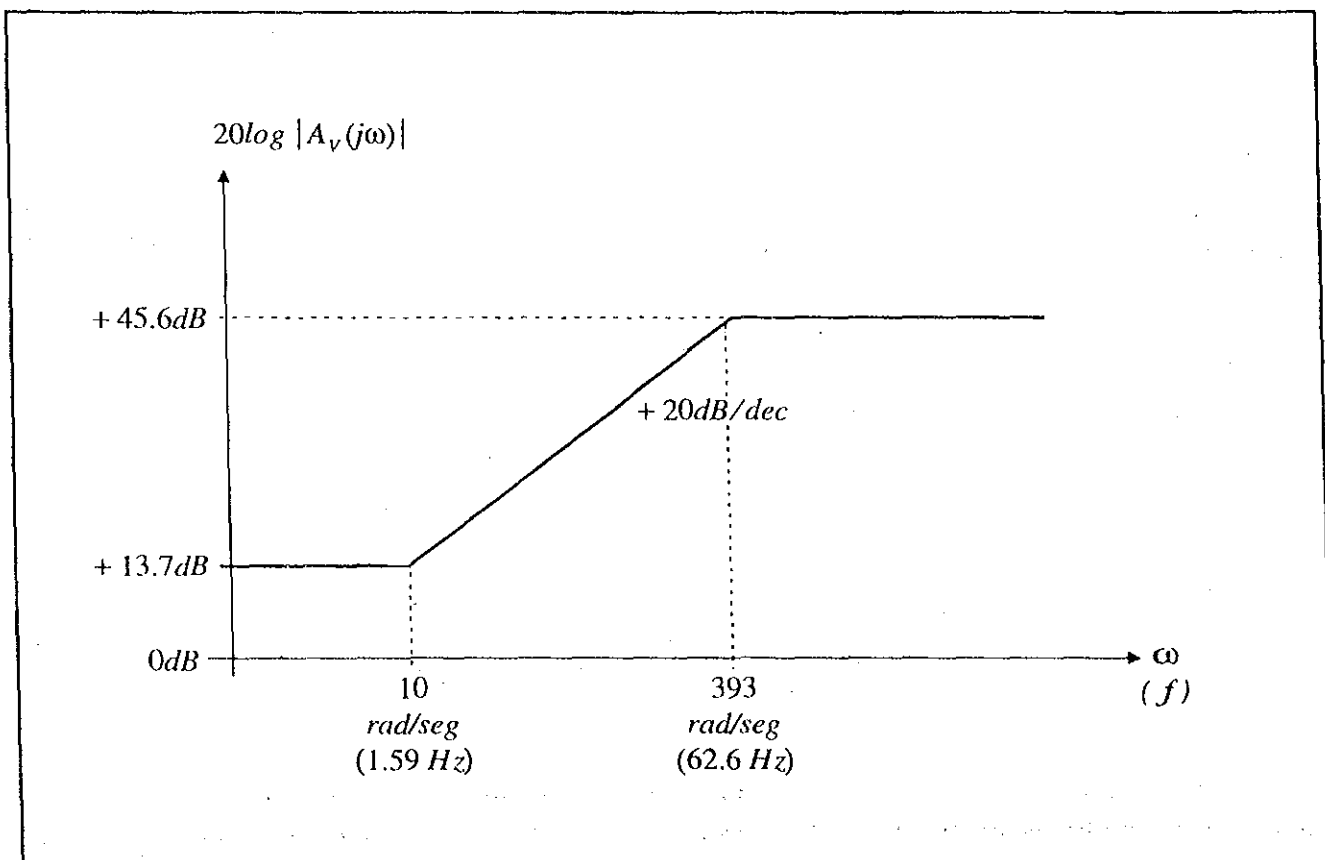
$$A_v(s) = K \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_{ZE}}}{1 + \frac{s}{\omega_{PE}}} = -g_m R_y \cdot \frac{1 + \frac{\omega_{ZE}}{s}}{1 + \frac{\omega_{PE}}{s}}$$

Evaluando la expresión anterior resulta:

Con  $C_E = 100\mu F$  y los otros valores numéricos dados:

$$\begin{aligned} K &= -4.85 & (13.7 \text{ dB}) & & \omega_{ZE} &= 10 \text{ rad/seg} & (1.59 \text{ Hz}) \\ A_{v_o} &= -190 & (45.6 \text{ dB}) & & \omega_{PE} &= 393 \text{ rad/seg} & (62.6 \text{ Hz}) \end{aligned}$$

$$A_v(s) = -4.85 \frac{1 + \frac{s}{10}}{1 + \frac{s}{393}} = -190 \frac{1 + \frac{10}{s}}{1 + \frac{393}{s}}$$



Para fines de diseño, se puede tomar en cuenta lo siguiente:

La característica con pendiente de  $+20\text{dB/dec}$  implica proporcionalidad directa:

$$\frac{\omega_{PE}}{\omega_{ZE}} = \frac{|A_{vo}|}{|K|} \approx \frac{g_m R_y}{R_{LAC}/R_E}$$

como:  $R_y = r_o \parallel R_C \parallel R_L = r_o \parallel R_{LAC}$

y dado que:  $r_o \gg R_{LAC}$  (relativamente)

entonces:  $R_y \approx R_{LAC}$

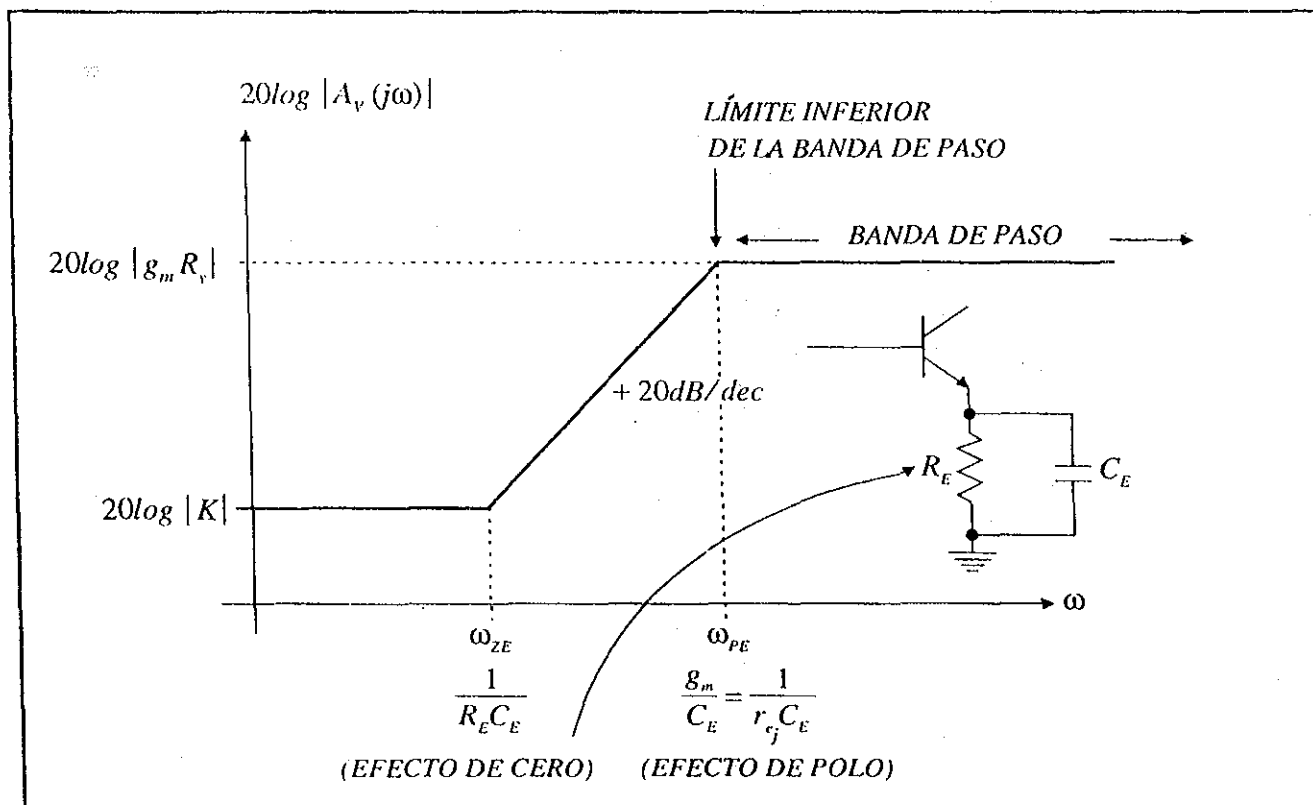
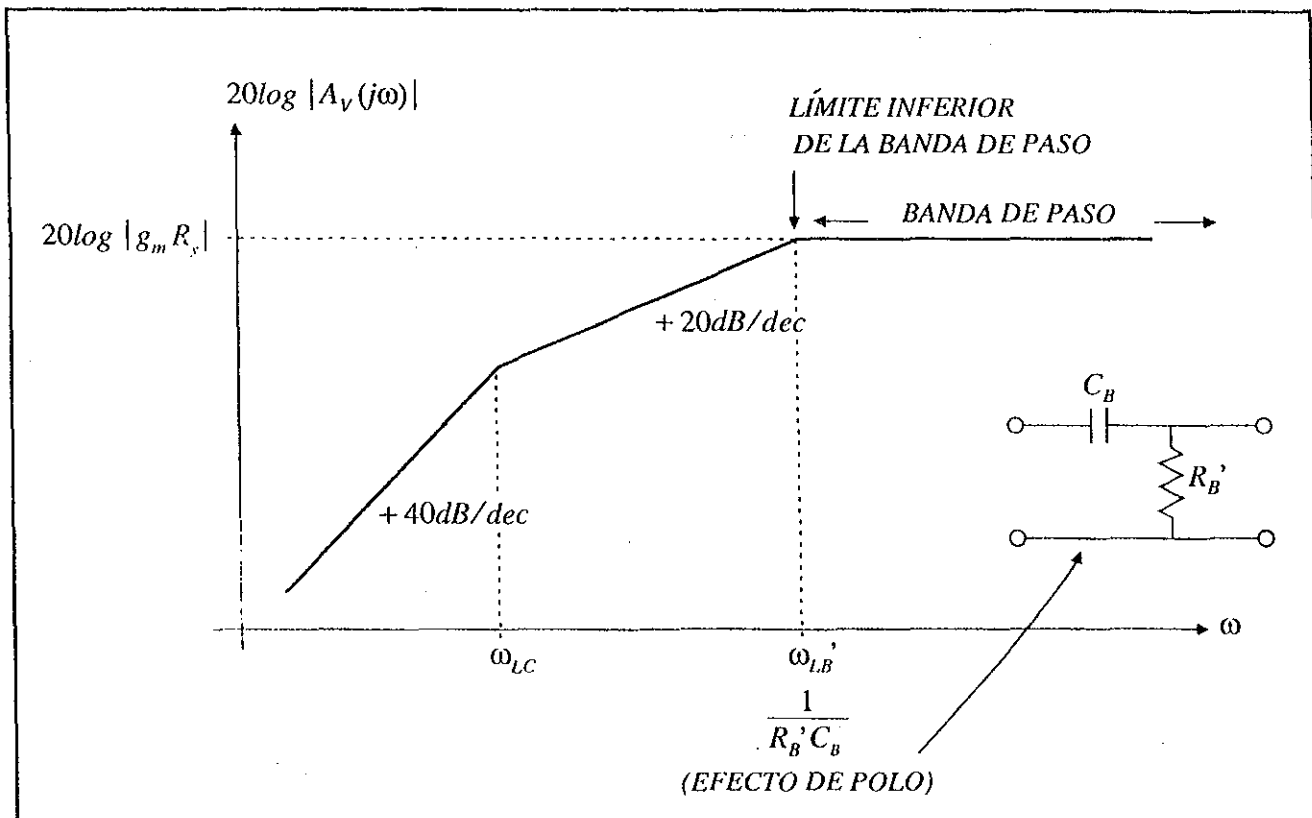
y queda:  $\frac{\omega_{PE}}{\omega_{ZE}} = \frac{g_m R_y}{R_y/R_E} = g_m R_E$

La frecuencia  $\omega_{ZE}$  correspondiente al cero está dada por el inverso de la constante de tiempo en la red del emisor:

$$\omega_{ZE} = \frac{\beta_o r_o - R_E}{\beta_o r_o R_E C_E} \approx \frac{1}{R_E C_E}$$

$$\omega_{PE} = (g_m R_E) \omega_{ZE} = \frac{g_m R_E}{R_E C_E} = \frac{g_m}{C_E} = \frac{1}{r_e C_E}$$

Como la frecuencia  $\omega_{PE}$  correspondiente al polo es la que constituye el verdadero límite inferior en la banda de paso, en lo que al emisor se refiere, es necesario seleccionar el valor del capacitor de emisor poniendo atención a este punto. Esto se hace notar en contraste con el caso de los capacitores de acoplamiento, para los cuales las frecuencias correspondientes a los polos constituían el límite inferior de la banda de paso, antes de analizar el efecto del capacitor de emisor.



Ahora, para la ganancia en voltaje  $A_{V_o}'(s) = V_o(s)/V_i(s)$ , resulta:

$$A_{V_o}'(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_{LAC} I_H(s)}{\frac{R_s + R_B}{R_B} V_i'(s)}$$

Sustituyendo las expresiones correspondientes a  $I_i(s)$  e  $I_H(s)$  y simplificando el resultado, se obtiene:

$$A_{V_o}'(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K' \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_{ZE}'}}{1 + \frac{s}{\omega_{PE}'}}$$

Función semejante a  $A_V(s)$  excepto que sus parámetros tienen valores diferentes.

Donde:

$$K' = \frac{R_B}{R_s + r_B} \cdot \frac{-R_{LAC} (\beta_o r_o - R_E)}{R_E [R_s' + r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + (R_s' + r_\pi) (r_o + R_{LAC})}$$

$$\omega_{ZE}' = \frac{\beta_o r_o - R_E}{\beta_o r_o R_E C_E} \approx \frac{1}{R_E C_E}, \quad \omega_{ZE}' = \omega_{ZE}$$

$$\omega_{PE}' = \frac{R_E [R_s' + r_\pi + R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)] + (R_s' + r_\pi) (r_o + R_{LAC})}{(R_s' + r_\pi) (r_o + R_{LAC}) R_E C_E}$$

La expresión anterior para  $A_{V_o}'(s)$  se puede escribir de otra forma mediante la siguiente transformación:

$$\begin{aligned} A_{V_o}'(s) &= K' \frac{1 + \frac{s}{\omega_{ZE}'}}{1 + \frac{s}{\omega_{PE}'}} = K' \frac{\frac{s}{\omega_{ZE}'} \left( \frac{\omega_{ZE}'}{s} + 1 \right)}{\frac{s}{\omega_{PE}'} \left( \frac{\omega_{PE}'}{s} + 1 \right)} \\ &= K' \frac{\omega_{PE}'}{\omega_{ZE}'} \cdot \frac{1 + \frac{\omega_{ZE}'}{s}}{1 + \frac{\omega_{PE}'}{s}} \end{aligned}$$

donde:

$$A_{V_o}' = K' \frac{\omega_{PE}'}{\omega_{ZE}'}$$

Sustituyendo las expresiones de  $\omega_{PE}'$ ,  $\omega_{ZE}'$  y  $K'$  en la última expresión, y simplificando el resultado se obtiene:

$$A_{V_o}'(s) = -\frac{g_m R_s R_y}{R_s}$$

Y la expresión para  $A_{V_o}'(s)$  se puede escribir como:

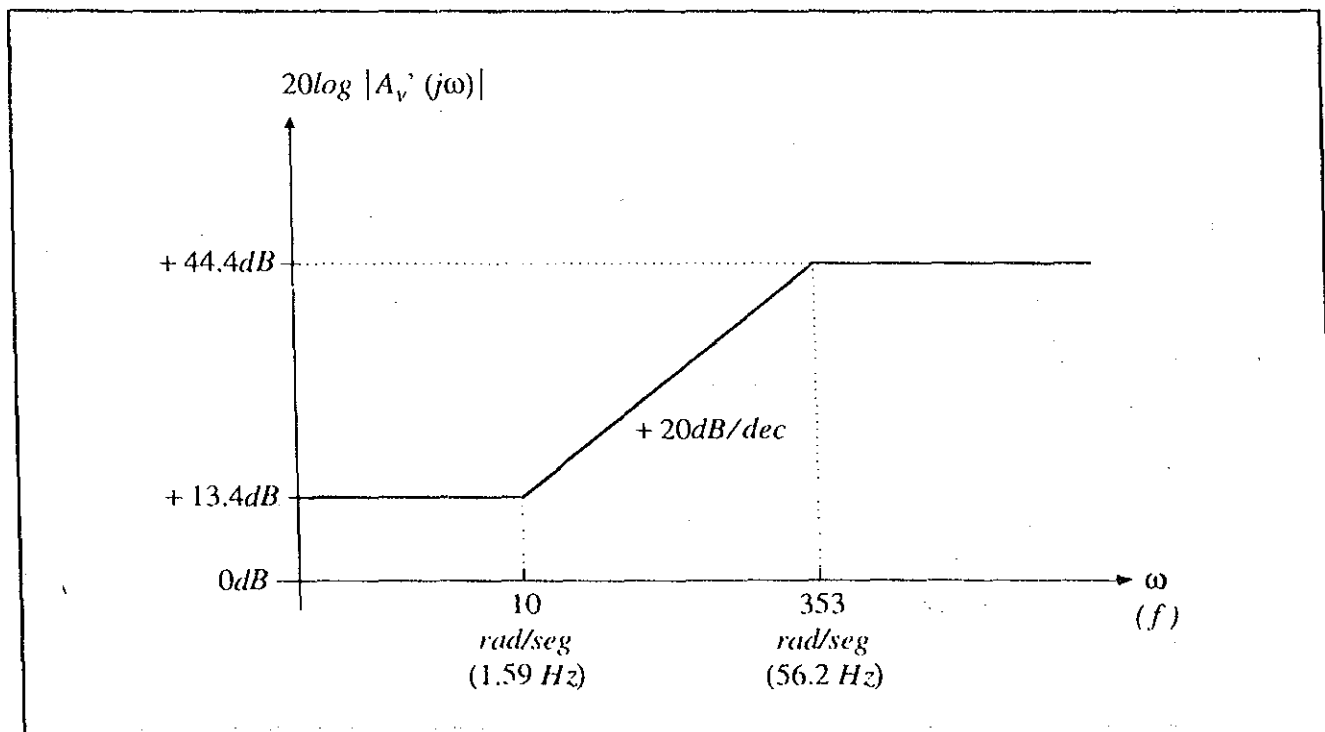
$$A_{V_o}'(s) = K' \frac{1 + \frac{s}{\omega_{ZE}'}}{1 + \frac{s}{\omega_{PE}'}} = -\frac{g_m R_s R_y}{R_s} \cdot \frac{1 + \frac{\omega_{ZE}'}{s}}{1 + \frac{\omega_{PE}'}{s}}$$

Tomando valores numéricos y recordando que  $C_E = 100\mu F$ :

$$K = -4.69 \quad (13.4 \text{ dB}) \quad \omega_{ZE}' = 10 \text{ rad/seg} \quad (1.59 \text{ Hz})$$

$$A_{V_o}' = -166 \quad (44.4 \text{ dB}) \quad \omega_{PE}' = 353 \text{ rad/seg} \quad (56.2 \text{ Hz})$$

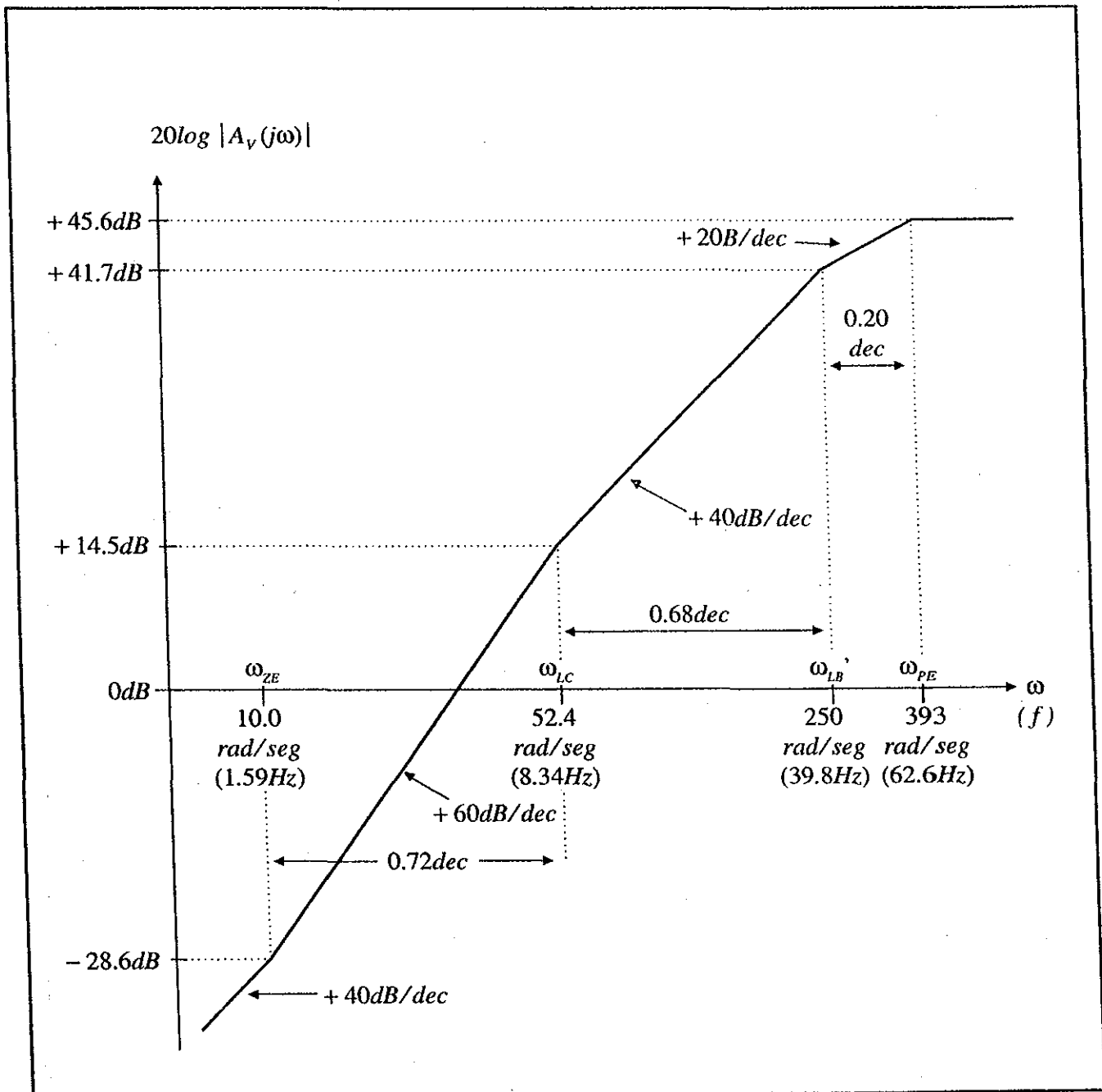
$$A_{V_o}'(s) = -4.69 \frac{1 + \frac{s}{10}}{1 + \frac{s}{353}} = -166 \frac{1 + \frac{10}{s}}{1 + \frac{353}{s}}$$

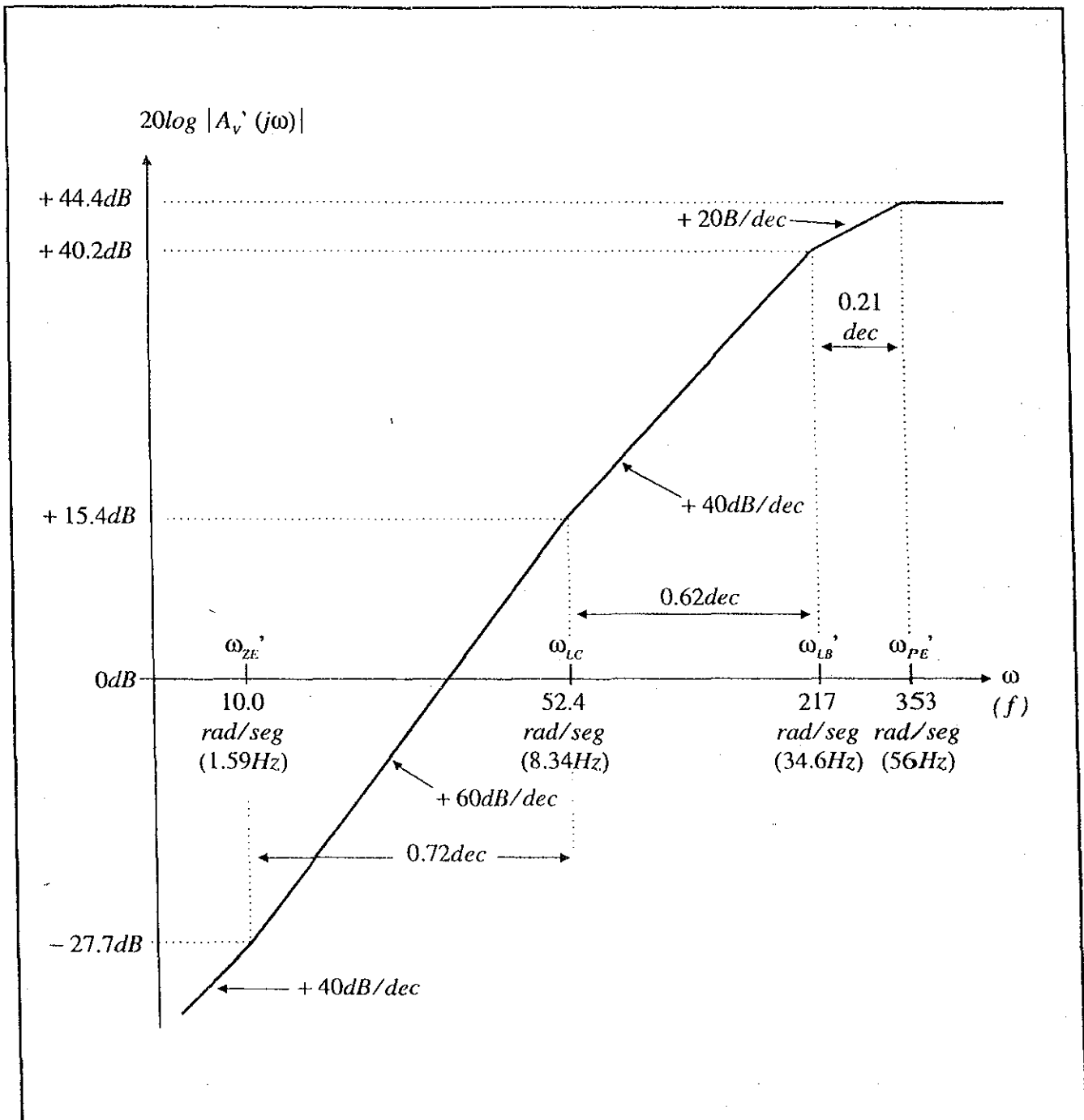




En cuanto a la relación entre las magnitudes de  $\omega_{PE}'$  y  $\omega_{ZE}'$ , se pueden aplicar los mismos conceptos que para  $\omega_{ZE}$ . Sin embargo, es más sencillo encontrar el valor de  $C_E$  en términos de la magnitud del polo para la función  $A_v(s)$ , para luego encontrar la magnitud de  $\omega_{PE}'$ .

Para conocer la respuesta global en el rango de bajas frecuencias se puede suponer que los efectos de  $C_B$  y  $C_C$ , por un lado y  $C_E$ , por el otro, son mutuamente excluyentes, es decir, no se afectan entre sí. En realidad, esto no es cierto pero, como ya se indicó, el análisis exacto es tan complicado que se acostumbra tomar la superposición de los efectos como si se cumpliera lo antes supuesto.

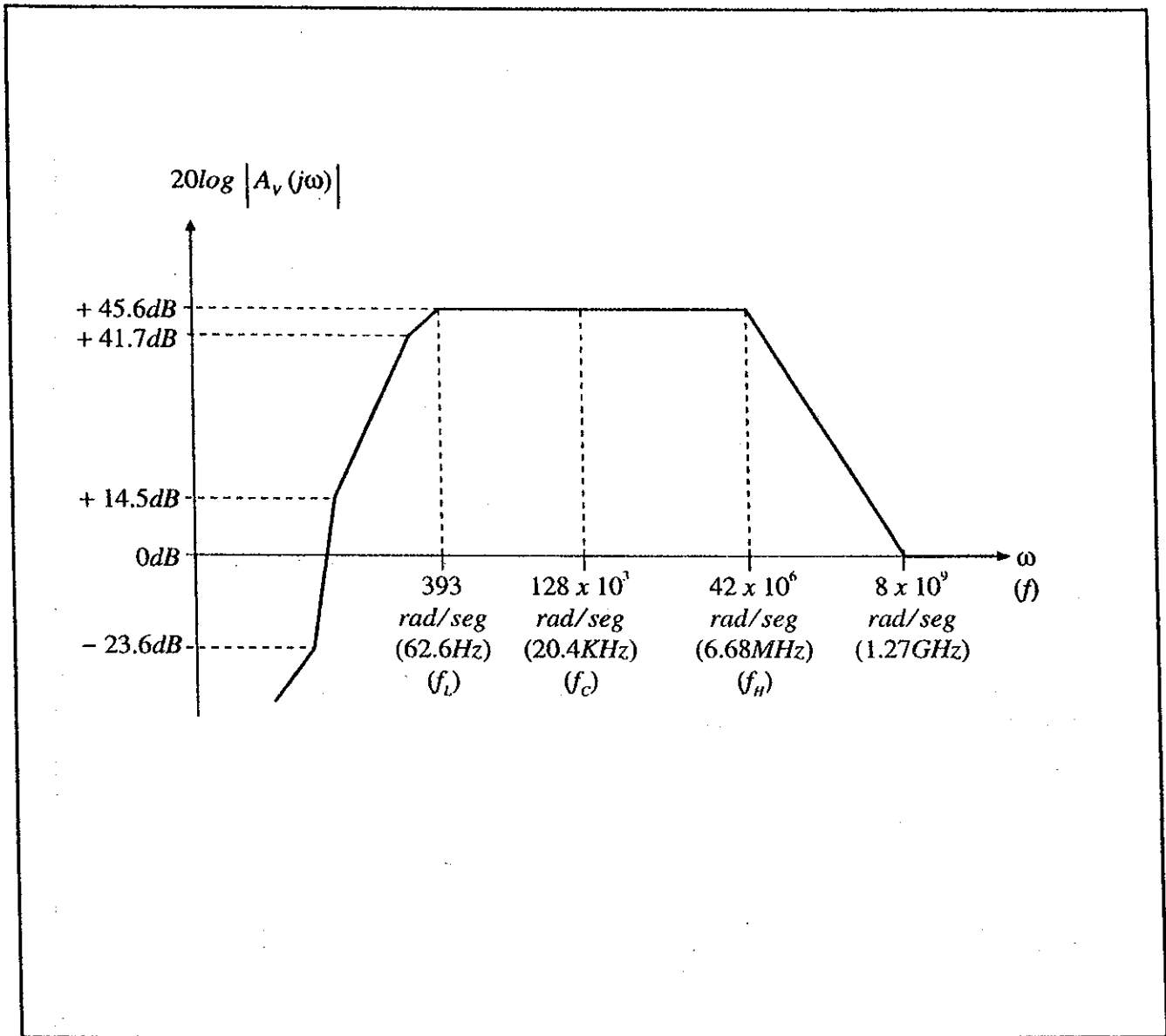




Los diagramas de Bode resultantes para las magnitudes de  $A_v(j\omega)$  y  $A_v'(j\omega)$  se obtienen de la superposición de los efectos de  $C_C$  y  $C_B$  por un lado, y  $C_E$  por el otro. En el caso particular dado por los valores numéricos, el límite inferior de la banda de paso ocurre debido al efecto de  $C_E$ .

Los diagramas para las tres bandas de frecuencia (LF, MF y HF), se pueden conjuntar en uno solo. Se ve como se logra una función de tipo continuo para la magnitud respecto a la frecuencia, sin escalonamientos ni discontinuidades. A continuación se dan los diagramas completos para las magnitudes tanto de  $A_v(j\omega)$  como  $A_v'(j\omega)$ .

1) Diagrama completo de la Respuesta en Frecuencia para la ganancia en voltaje  $A_v(j\omega)$ .

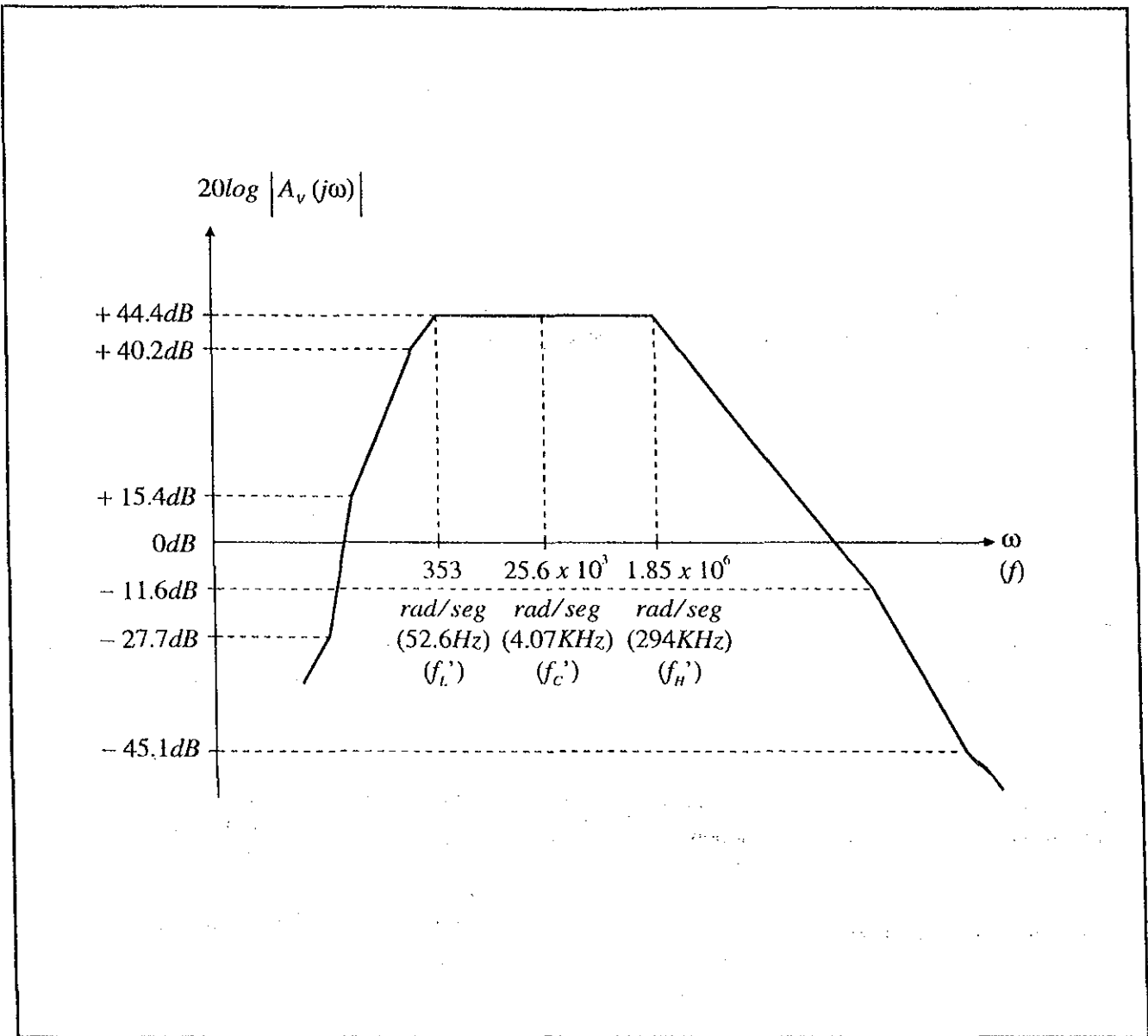


Amplificación:  $\approx 190$  ( $45.6 \text{ dB}$ ) @  $20.4 \text{ kHz}$

$3 \text{ dB}$  abajo de  $45.6 \text{ dB}$  @  $f_L = 62.6 \text{ Hz}$  (límite inferior)

$f_H = 6.68 \text{ MHz}$  (límite superior)

2) Diagrama completo de la Respuesta en Frecuencia para la ganancia en voltaje  $A_v'(j\omega)$ .



Amplificación:  $\approx 166$  (44.4dB) @ 4.07KHz

3dB abajo de 44.4dB @  $f_l = 56.2 \text{ Hz}$  (límite inferior)

$f_H = 294 \text{ KHz}$  (límite superior)

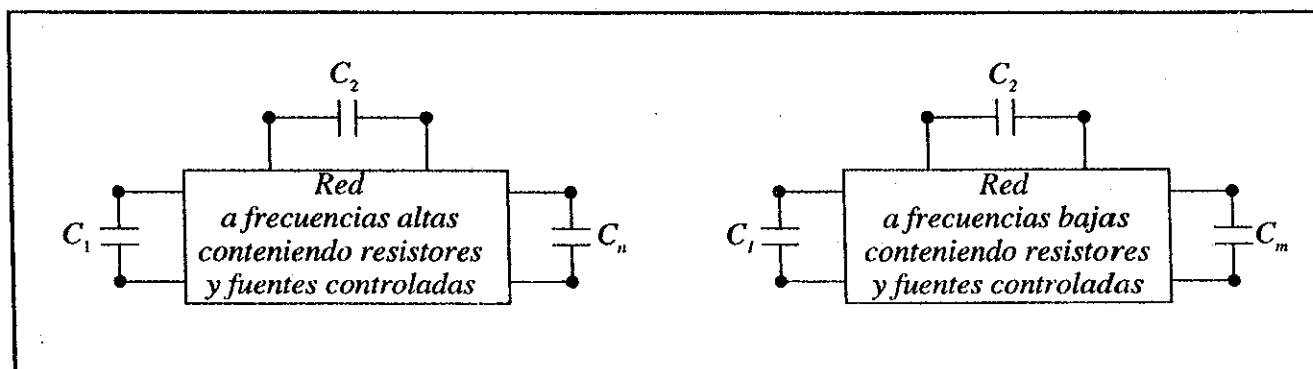
## VII.6 MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO PARA OBTENER LA RESPUESTA EN FRECUENCIA DE SISTEMAS ELECTRONICOS

Este método de análisis y diseño de sistemas electrónicos respecto a su respuesta en frecuencia, tiene las siguientes limitaciones:

- 1) Es válido sólo para funciones de transferencia con polos reales.
- 2) El sistema debe presentar un polo dominante en frecuencia alta y un polo dominante en frecuencia baja.
- 3) Con este método sólo se puede conocer en forma **aproximada**, la posición de las frecuencias de corte alta ( $\omega_H$ ) y baja ( $\omega_L$ ) para un sistema electrónico.

Una gran ventaja de este método es que las frecuencias de corte  $\omega_H$  y  $\omega_L$  se pueden conocer calculando las constantes de tiempo asociadas al circuito, pudiendo relacionar de esta manera la respuesta en frecuencia del circuito con los componentes específicos que producen dicha respuesta.

### *Método de las constantes de tiempo*



Para una red eléctrica formada por resistores, fuentes controladas, "n" capacitores independientes a frecuencias altas y "m" capacitores independientes a frecuencias bajas, se pueden establecer las siguientes reglas:

- 1) El valor aproximado de la frecuencia de corte alta  $\omega_H$  se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\omega_H = \frac{1}{\frac{1}{\omega_{H_1}} + \frac{1}{\omega_{H_2}} + \dots + \frac{1}{\omega_{H_n}}}$$

con:

$$\omega_{H_1} = \frac{1}{R_{11}^{\circ} C_1}; \omega_{H_2} = \frac{1}{R_{22}^{\circ} C_2}; \dots; \omega_{H_n} = \frac{1}{R_{nn}^{\circ} C_n}$$

donde  $R_m^{\circ}$  significa la resistencia de Thevenin calculada en las terminales del capacitor  $C_n$  con todos los demás capacitores considerados como circuitos abiertos.

2) El valor aproximado de la frecuencia de corte baja  $\omega_L$  se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\omega_L = \omega_{L_1} + \omega_{L_2} + \dots + \omega_{L_m}$$

con:

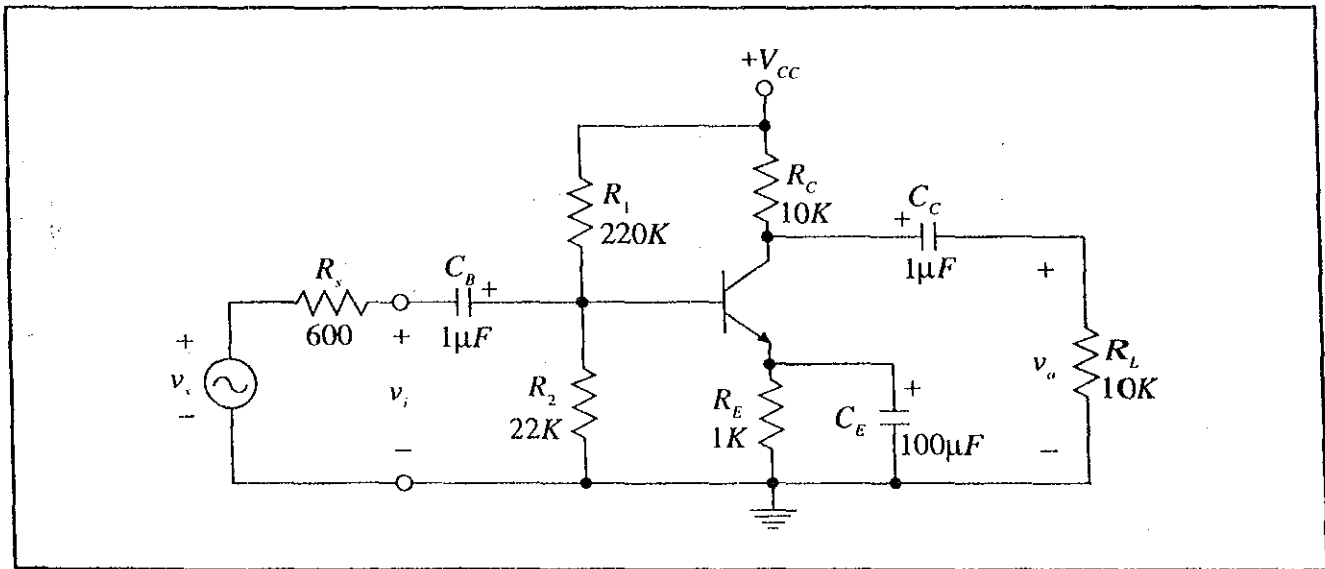
$$\omega_{L_1} = \frac{1}{R_{11}^{\infty} C_1}; \omega_{L_2} = \frac{1}{R_{22}^{\infty} C_2}; \dots; \omega_{L_m} = \frac{1}{R_{mm}^{\infty} C_m}$$

donde  $R_{mm}^{\infty}$  significa la **resistencia de Thevenin** calculada en las **terminales de capacitor  $C_m$**  con **todos los demás capacitores considerados como cortos circuitos**.

La demostración de las expresiones anteriores se puede consultar en el capítulo 11 de la bibliografía (2).

*Ejemplo de aplicación del método*

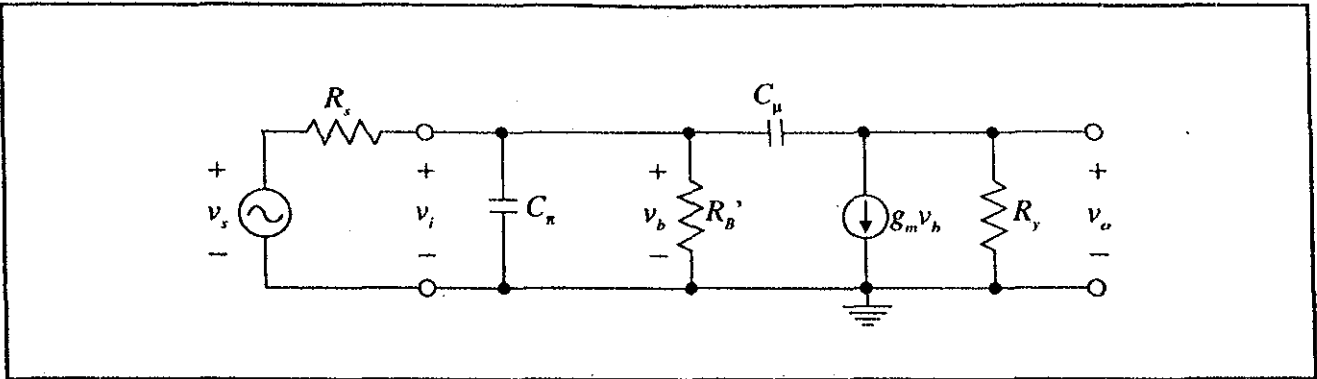
**Ejemplo 1.** Análisis de un amplificador de una etapa con un transistor en emisor común.



$$\begin{aligned} V_T &= 25mV \\ V_A &= 100V \\ \beta_o &= 200 \\ I_C &= 1mA \\ R_B &= R_1 \parallel R_2 = 20K\Omega \\ R_{LAC} &= R_C \parallel R_L = 5K\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_m &= 40mA/V \\ r_{\pi} &= 5K\Omega \\ r_o &= 100K\Omega \\ r_{\mu} &\gg \beta_o r_o \\ \mu_o &= 4000 \\ C_{\pi} &= 37.4pF \\ C_{\mu} &= 5pF \end{aligned}$$

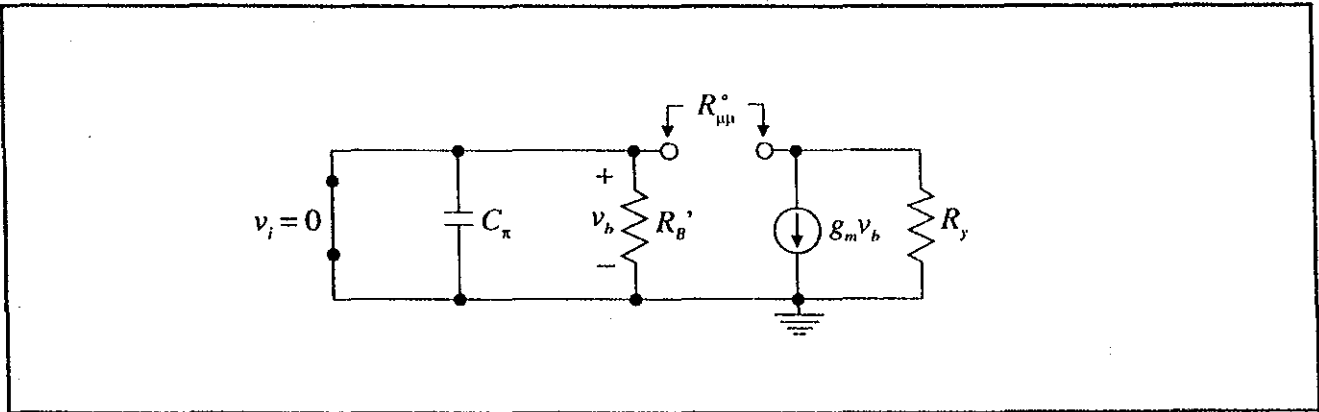
a) Cálculo de  $\omega_H$  para  $A_v = v_o / v_i$  y  $\omega_H'$  para  $A_v' = v_o / v_s$ .  
Se dibuja el circuito a frecuencias altas:



$$R_B' = R_B \parallel r_{\pi} = 4K\Omega$$

$$R_y = r_o \parallel R_C \parallel R_L = 4.7K\Omega$$

Para  $A_v = \frac{v_o}{v_i}$  ,  $\omega_H = \frac{1}{R_{\mu\mu}^{\circ} C_{\mu}}$  , pues  $R_{\pi\pi}^{\circ} = 0$ ,



con  $R_{\mu\mu}^{\circ} = R_y = 4.7K$

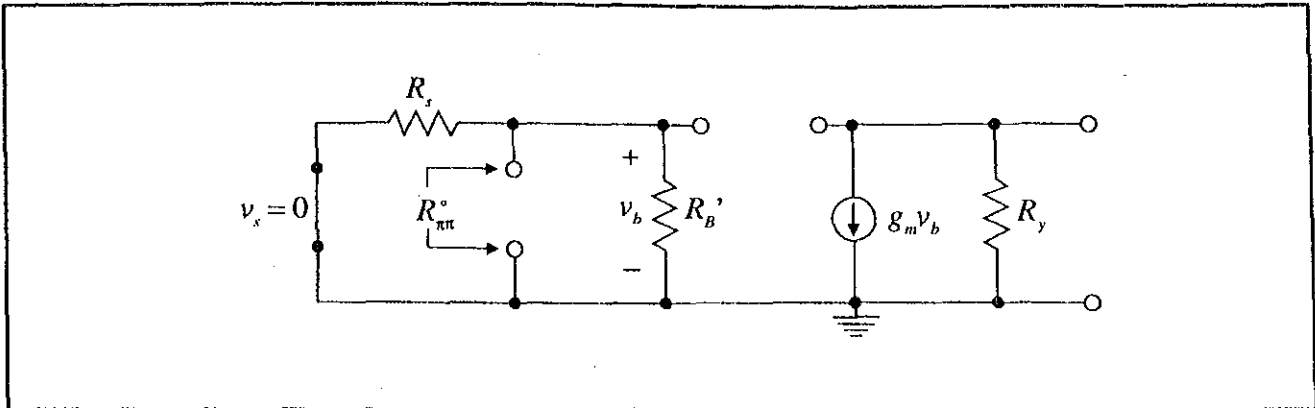
Por lo tanto:

$$\omega_H = \frac{1}{R_y C_{\mu}} = \frac{1}{4.7 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-12}}$$

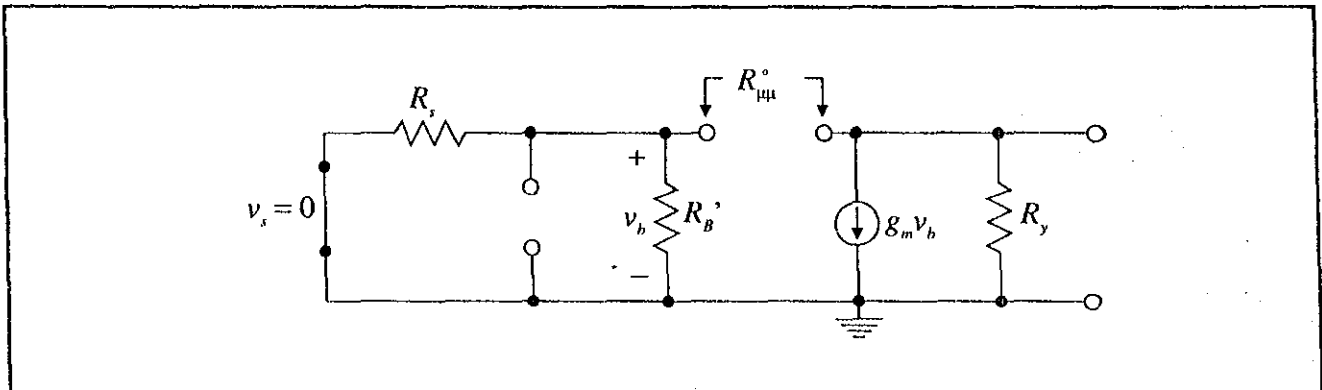
$$\omega_H = 42.5 \times 10^6 \text{ Rad/seg} \quad (6.77 \text{ MHz})$$

Para  $A_v' = \frac{v_o}{v_s}$  ,  $\omega_H = \frac{1}{R_{\mu\mu}^{\circ} C_{\mu} + R_{\pi\pi}^{\circ} C_{\pi}}$

con:



$$R_{\pi}^{\circ} = R_B' \parallel R_S \approx 522 \Omega$$



$$R_{\mu}^{\circ} = (R_B' \parallel R_S) (1 + g_m R_y) + R_y$$

$$R_{\mu}^{\circ} = 103.3 K\Omega$$

Por lo tanto:

$$\omega_H = \frac{1}{103.3 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-12} + 522 \times 37.4 \times 10^{-12}}$$

$$\omega_H = 1.86 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (297 \text{ KHz})$$

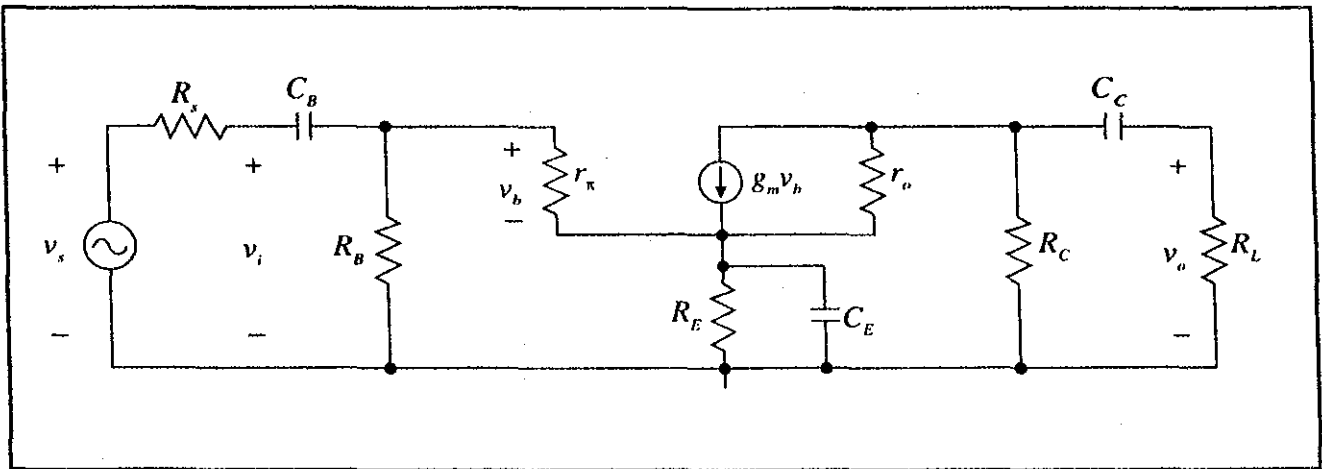
Resumiendo:

$$\text{Para } A_v = v_o / v_i : \omega_H = 42.5 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (6.77 \text{ MHz})$$

$$\text{Para } A_v' = v_o / v_s : \omega_H' = 1.86 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (297 \text{ KHz})$$

b) Cálculo de  $\omega_L$  para  $A_v = v_o / v_i$  y  $\omega_L'$  para  $A_v' = v_o / v_s$ .  
Se dibuja el circuito a frecuencias bajas:

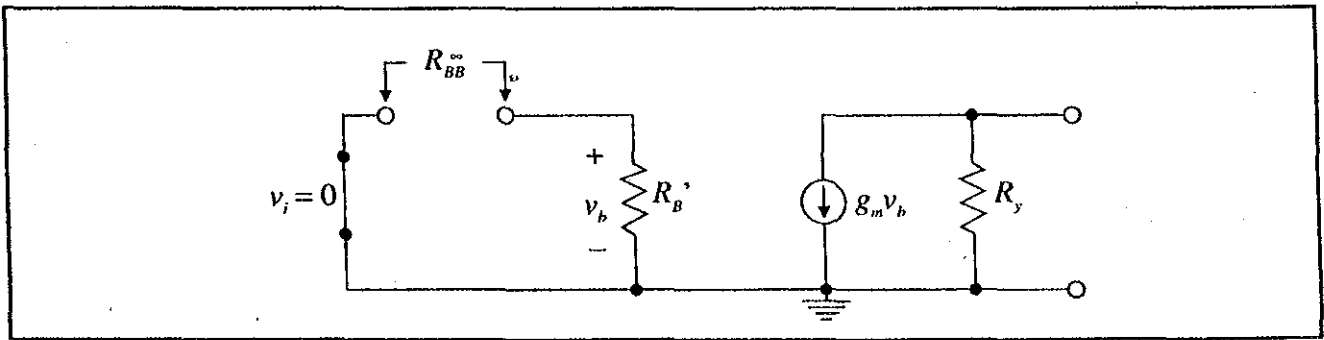




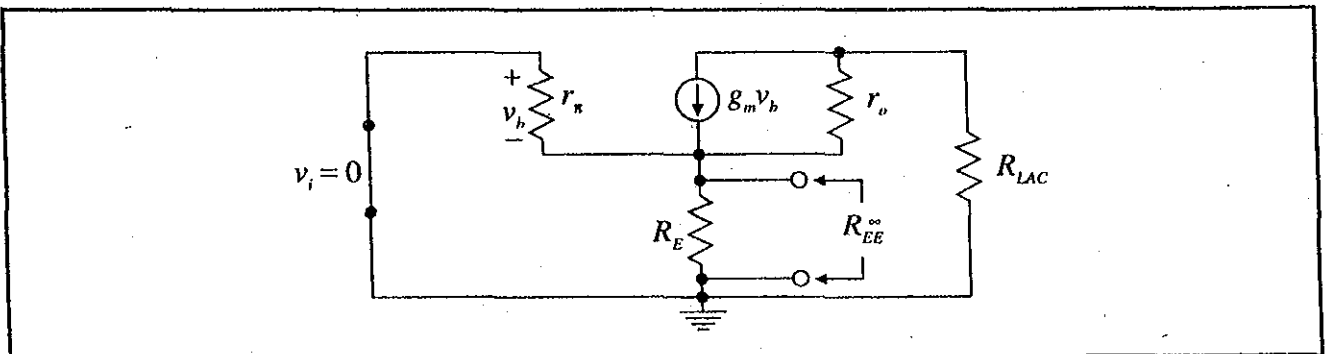
Para  $A_v = v_o / v_i$  ,  $\omega_L = \omega_{LB} + \omega_{LE} + \omega_{LC}$

$$\omega_L = \frac{1}{R_{BB}^{\infty} C_B} + \frac{1}{R_{EE}^{\infty} C_E} + \frac{1}{R_{CC}^{\infty} C_C}$$

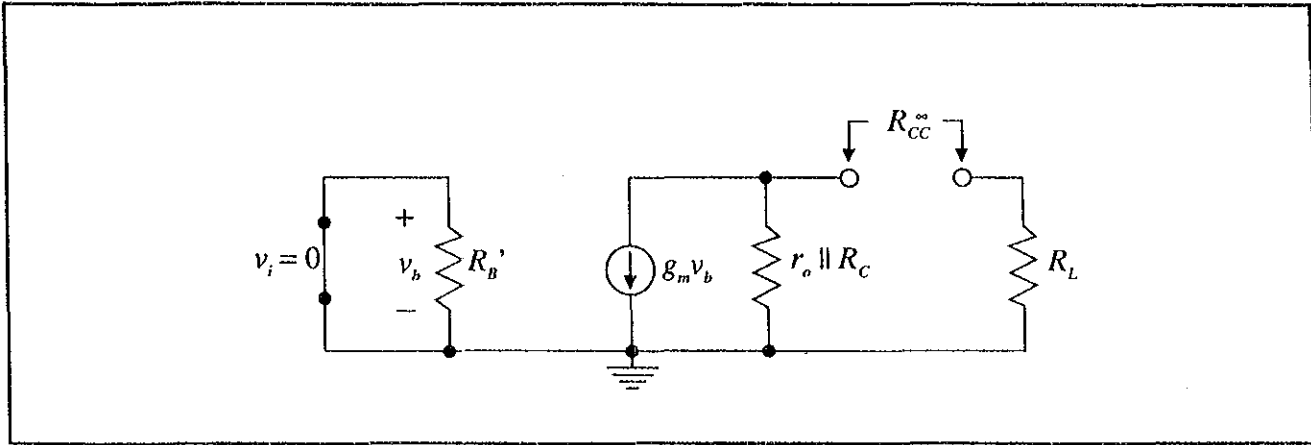
con:



$$R_{BB}^{\infty} = R_B' = 4K\Omega$$



$$R_{EE}^{\infty} = R_E \parallel \left[ \frac{r_{\pi}(r_o + R_{LAC})}{r_{\pi}(1 + \mu_o) + r_o + R_{LAC}} \right] = R_E \parallel \frac{1}{g_m} = r_{e_j} = 25\Omega$$



$$R_{CC}^{\infty} = r_o \parallel R_C + R_L \approx 19K\Omega$$

Por lo tanto:

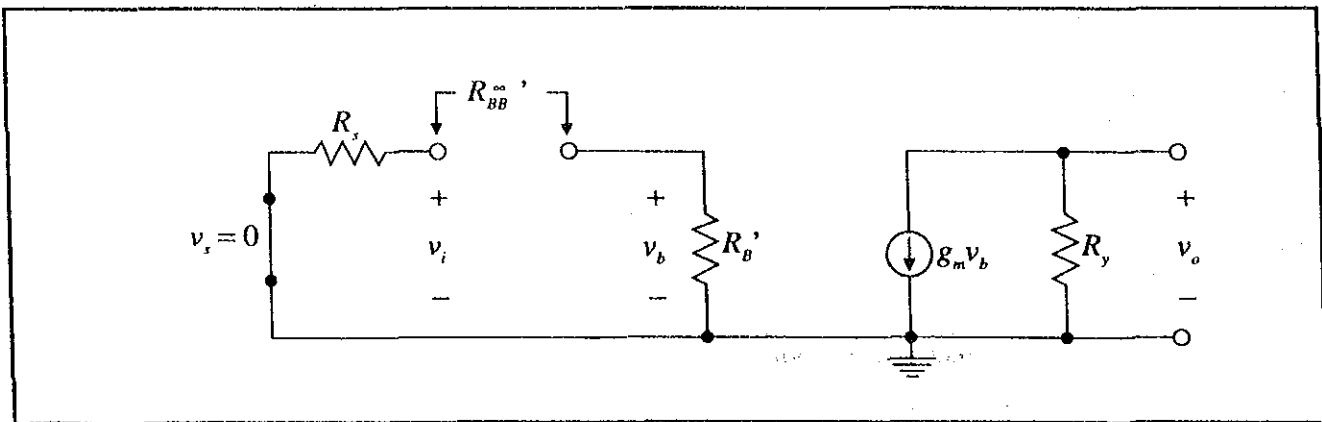
$$\omega_L = \frac{1}{4 \times 10^3 \times 10^{-6}} + \frac{1}{25 \times 100 \times 10^{-6}} + \frac{1}{19 \times 10^3 \times 10^{-6}}$$

$$\omega_L = 702.6 \text{ rad/seg} \quad (112 \text{ Hz})$$

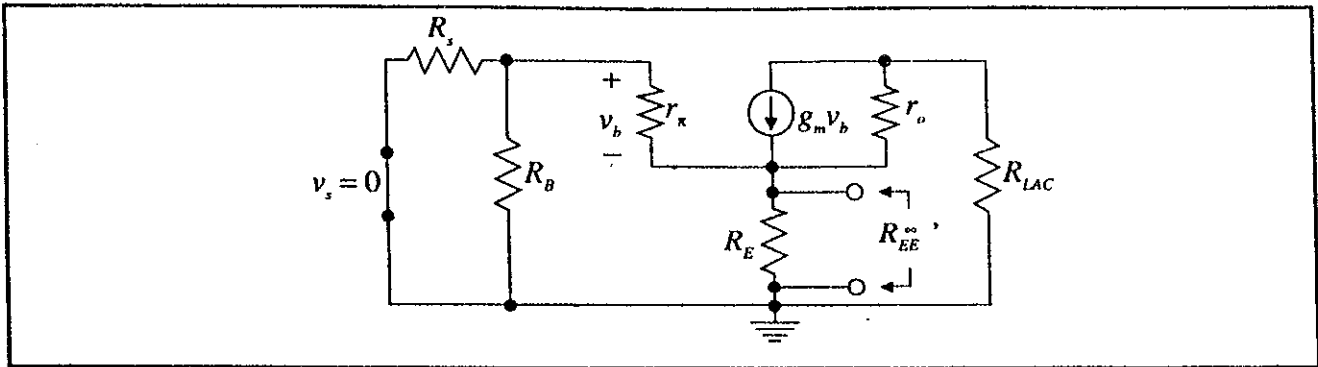
Para  $A_v' = v_o / v_s$ ,  $\omega_L' = \omega_{LB}' + \omega_{LE}' + \omega_{LC}$

$$\omega_L' = \frac{1}{R_{BB}^{\infty} C_B} + \frac{1}{R_{EE}^{\infty} C_E} + \frac{1}{R_{CC}^{\infty} C_C}$$

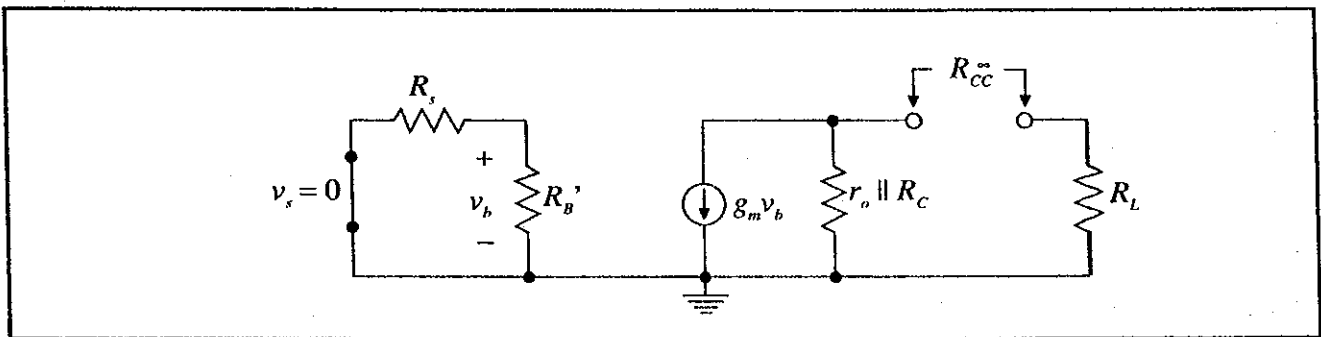
con:



$$R_{BB}^{\infty} = R_B' + R_s = 4600\Omega$$



$$R_{EE}' = R_E \parallel \left[ \frac{(r_\pi + R_B \parallel R_s)(r_o + r_{LAC})}{r_\pi(1 + \mu_o) + R_B \parallel R_s + r_o + R_{LAC}} \right] \approx R_E \parallel \left[ \frac{r_\pi + R_B \parallel R_s}{\beta_o + 1} \right] = 27\Omega$$



$$R_{cc} = r_o \parallel R_C + R_L = 19K\Omega$$

Por lo tanto:

$$\omega_L' = \frac{1}{4600 \times 10^{-6}} + \frac{1}{27 \times 100 \times 10^{-6}} + \frac{1}{19 \times 10^3 \times 10^{-6}}$$

$$\omega_L' = 640.4 \text{ rad/seg} \quad (102 \text{ Hz})$$

Resumiendo:

$$\text{Para } A_v = v_o / v_i : \quad \omega_L = 702.6 \text{ rad/seg} \quad (112 \text{ Hz})$$

$$\text{Para } A_v' = v_o / v_s : \quad \omega_L' = 640.4 \text{ rad/seg} \quad (102 \text{ Hz})$$

c) Cálculo de la ganancia a frecuencias medias

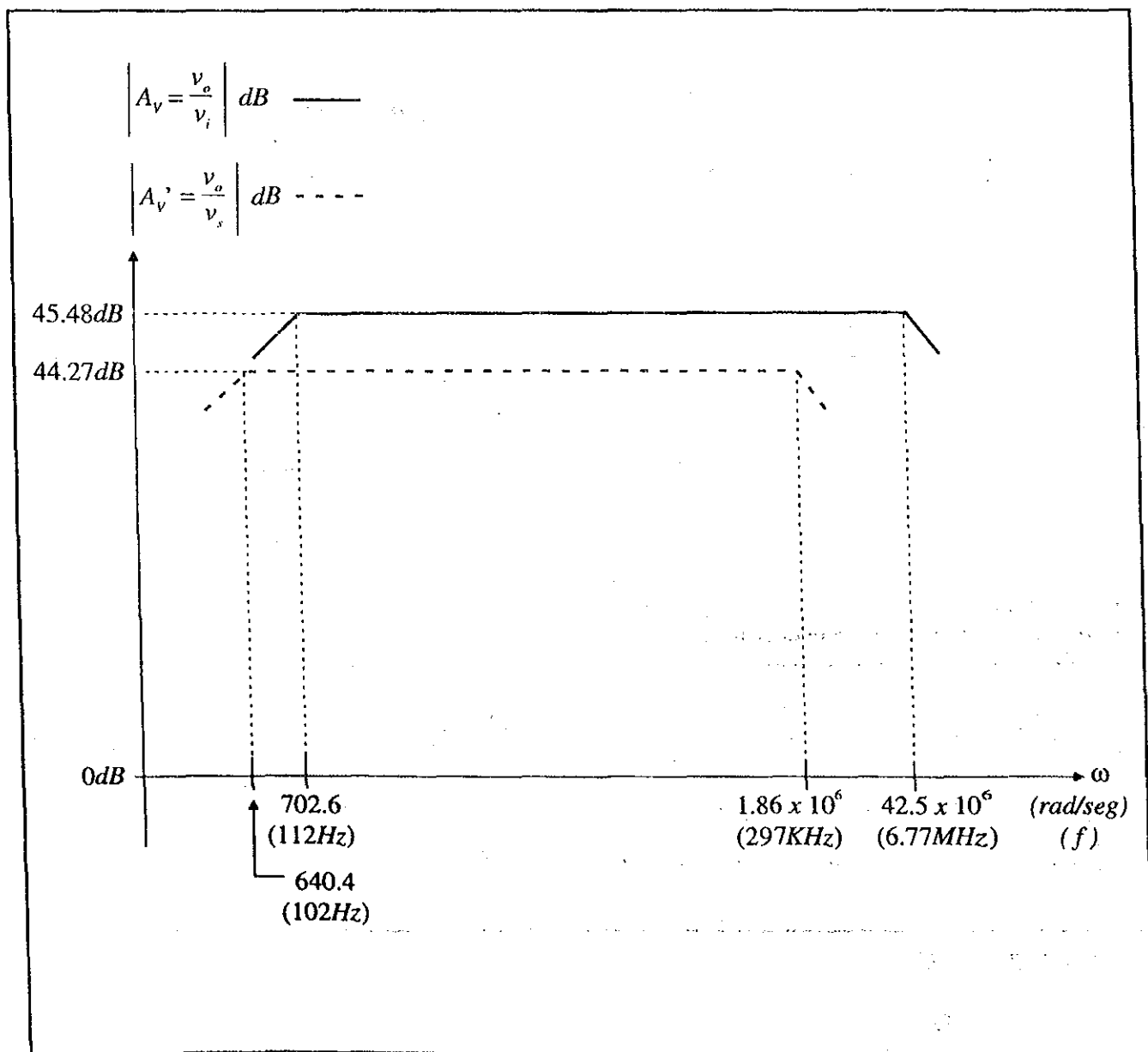
$$\text{Para } A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m R_y = -(40 \times 10^{-3}) (4.7 \times 10^3)$$

$$A_v = -188 \quad (45.48 \text{ dB})$$

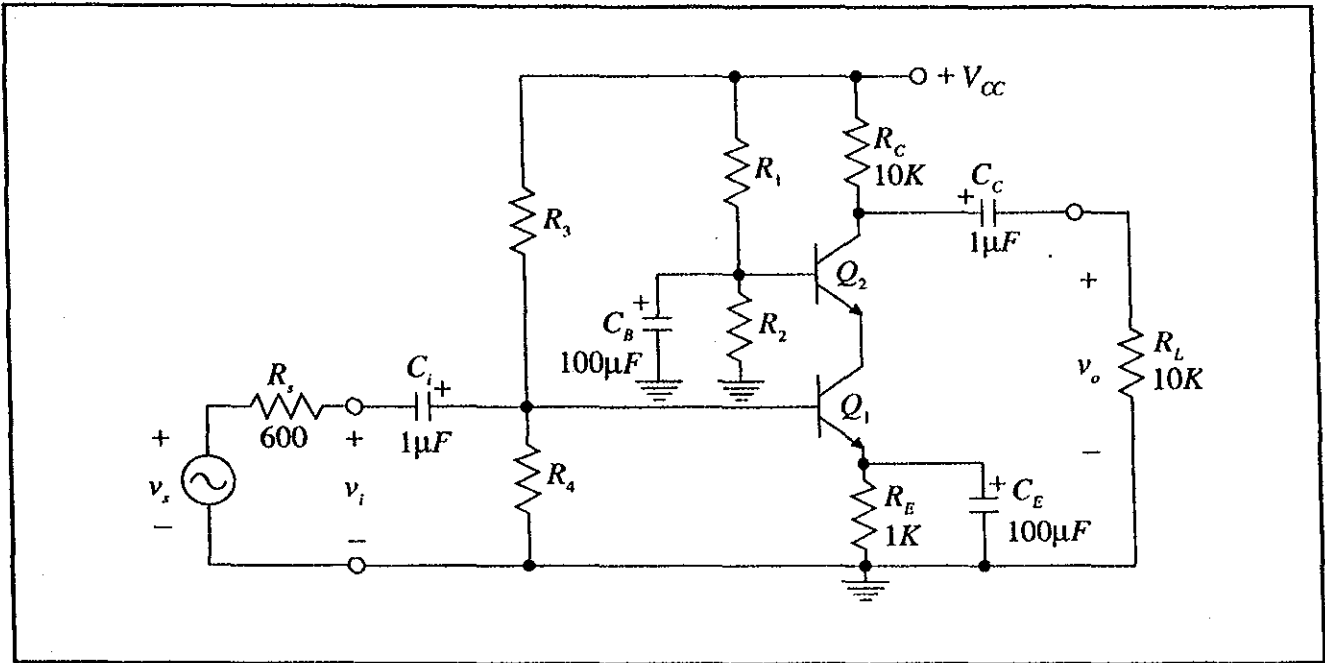
$$\text{Para } A_v' = v_o / v_s = \frac{R_B'}{R_s + R_B'} \cdot A_v$$

$$A_v' = \frac{4 \times 10^3}{600 + 4 \times 10^3} \times (-188) = -163.5 \quad (44.27 \text{ dB})$$

d) Los diagramas de respuesta en frecuencia correspondientes, son los siguientes:



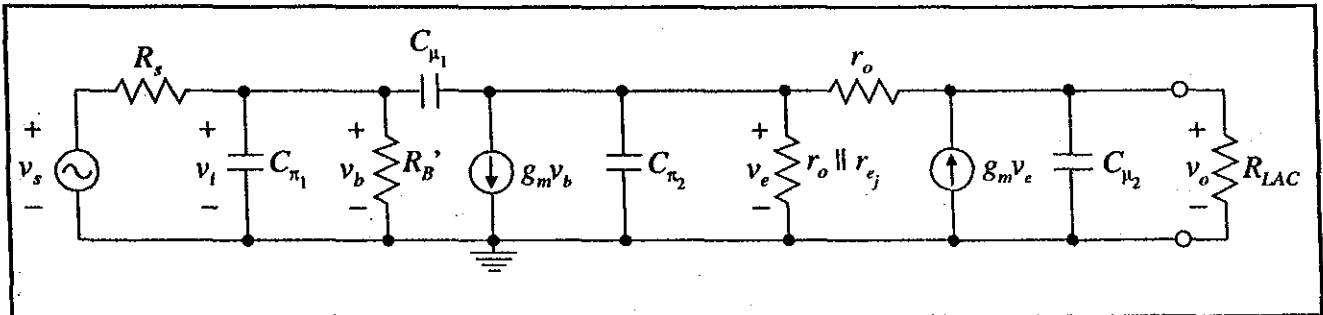
**Ejemplo 2.** Análisis de un amplificador de dos etapas con transistores bipolares. Configuración Par Cascodo.



$$\begin{aligned}
 V_T &= 25mV \\
 V_A &= 100V \\
 \beta_o &= 200 \\
 I_C &= 1mA \\
 R_{B1} &= R_1 \parallel R_2 = 20K\Omega \\
 R_{B2} &= R_3 \parallel R_4 = 20K\Omega \\
 R_{LAC} &= R_C \parallel R_L = 5K\Omega
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_{m1} &= g_{m2} = 40mA/V \\
 r_{\pi1} &= r_{\pi2} = 5K\Omega \\
 r_{o1} &= r_{o2} = 100K\Omega \\
 r_{\mu1} &= r_{\mu2} \gg \beta_o r_o \\
 r_{e_j} &= 25\Omega \\
 \mu_{o1} &= \mu_{o2} = 4000 \\
 C_{\pi1} &= C_{\pi2} = 50pF \\
 C_{\mu1} &= C_{\mu2} = 5pF
 \end{aligned}$$

a) Cálculo de  $\omega_H$  para  $A_v = v_o / v_i$  y  $\omega_H'$  para  $A_v' = v_o / v_s$ .  
Se dibuja el circuito a frecuencias altas:

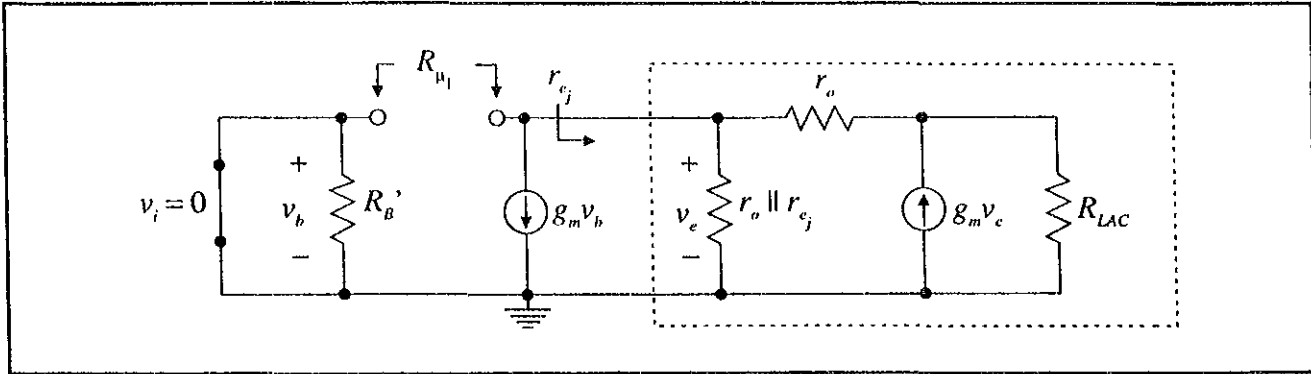


$$R_B' = R_{B2} \parallel r_x = 4K\Omega$$

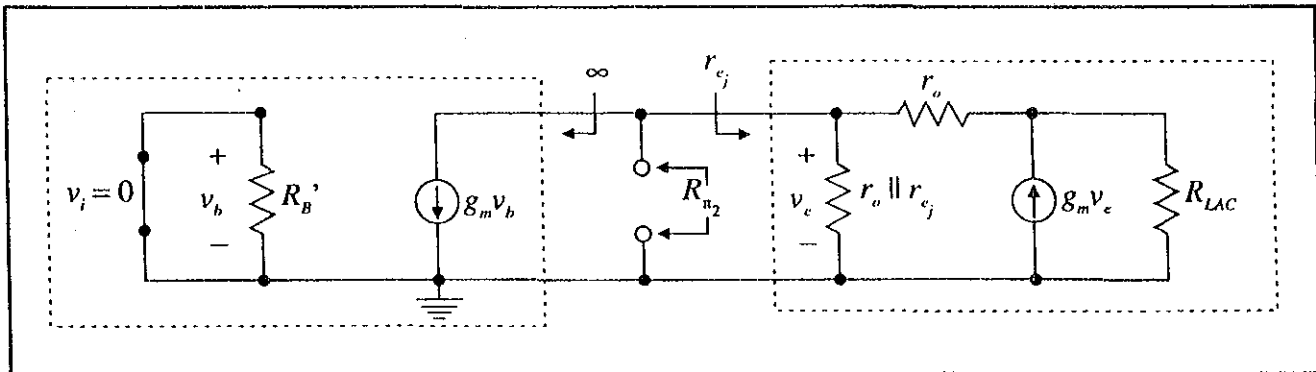
$$r_o \parallel r_{e_j} = r_{e_j} = 25\Omega$$

Para  $A_v = v_o/v_i$  ,  $\omega_H = \frac{1}{R_{\mu_1}^\circ C_{\mu_1} + R_{\pi_2}^\circ C_{\pi_2} + R_{\mu_2}^\circ C_{\mu_2}}$

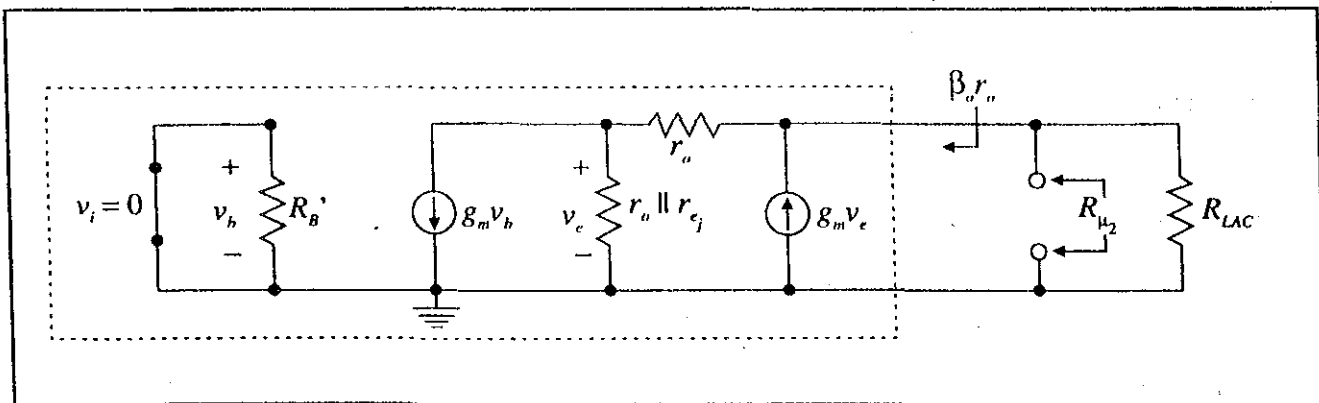
con:



$R_{\mu_1} = r_{c_j} = 25\Omega$



$R_{\pi_2} = r_{c_j} = 25\Omega$



$R_{\mu_2} = R_{LAC} \parallel \beta_o r_o \approx R_{LAC} = 5K\Omega$

Por lo tanto:

$$\omega_H = \frac{1}{25 \times 5 \times 10^{-12} + 25 \times 50 \times 10^{-12} + 5 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-12}}$$

$$\omega_H = 37.9 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (6.03 \text{ MHz})$$

$$\text{Para } A_v' = v_o / v_s, \quad \omega_H' = \frac{1}{R_{\pi_1}^{\circ} C_{\pi_1} + R_{\mu_1}^{\circ} C_{\mu_1} + R_{\pi_2}^{\circ} C_{\pi_2} + R_{\mu_2}^{\circ} C_{\mu_2}}$$

con:

$$R_{\pi_1}^{\circ} = R_B' \parallel R_s = 522 \Omega$$

$$R_{\mu_1}^{\circ} = (R_B' \parallel R_s) (1 + g_m r_{e_j}) + r_{e_j} = 2 (R_B' \parallel R_s) + r_{e_j}$$

$$R_{\mu_1}^{\circ} = 1.07 \text{ K}\Omega$$

$$R_{\pi_2}^{\circ} = r_{e_j} = 25 \Omega$$

$$R_{\mu_2}^{\circ} = R_{LAC} = 5 \text{ K}\Omega$$

Por lo tanto:

$$\omega_H' = \frac{1}{522 \times 50 \times 10^{-12} + 1070 \times 5 \times 10^{-12} + 25 \times 50 \times 10^{-12} + 5 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-12}}$$

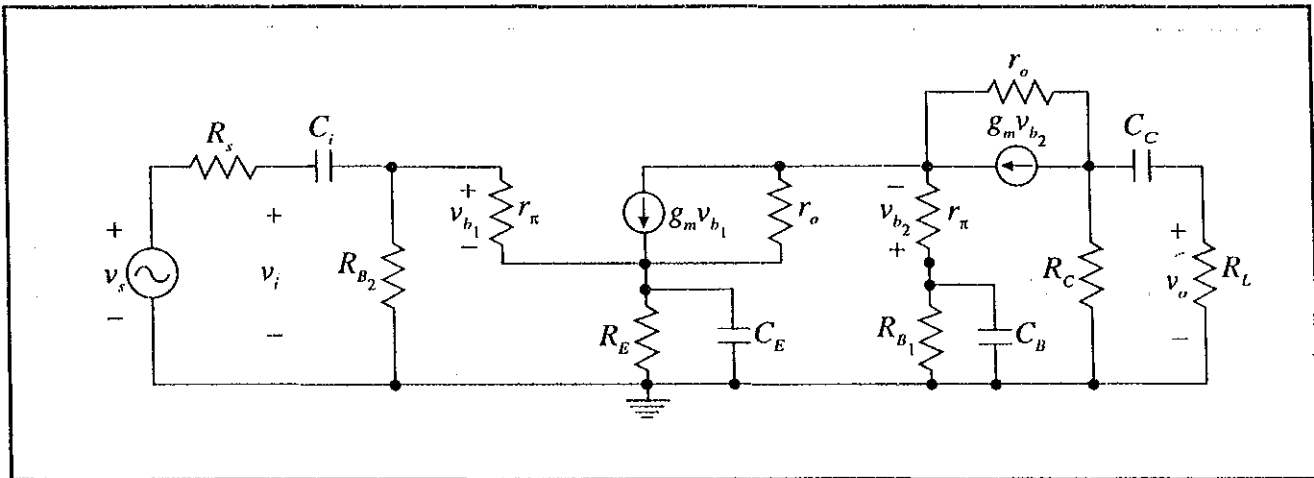
$$\omega_H' = 17.3 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (2.76 \text{ MHz})$$

Resumiendo:

$$\text{Para } A_v = v_o / v_i : \quad \omega_H = 37.9 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (6.03 \text{ MHz})$$

$$\text{Para } A_v' = v_o / v_s : \quad \omega_H' = 17.3 \times 10^6 \text{ rad/seg} \quad (2.76 \text{ MHz})$$

b) Cálculo de  $\omega_L$  para  $A_v = v_o / v_i$  y  $\omega_L'$  para  $A_v' = v_o / v_s$ .  
Se dibuja el circuito a frecuencias bajas:



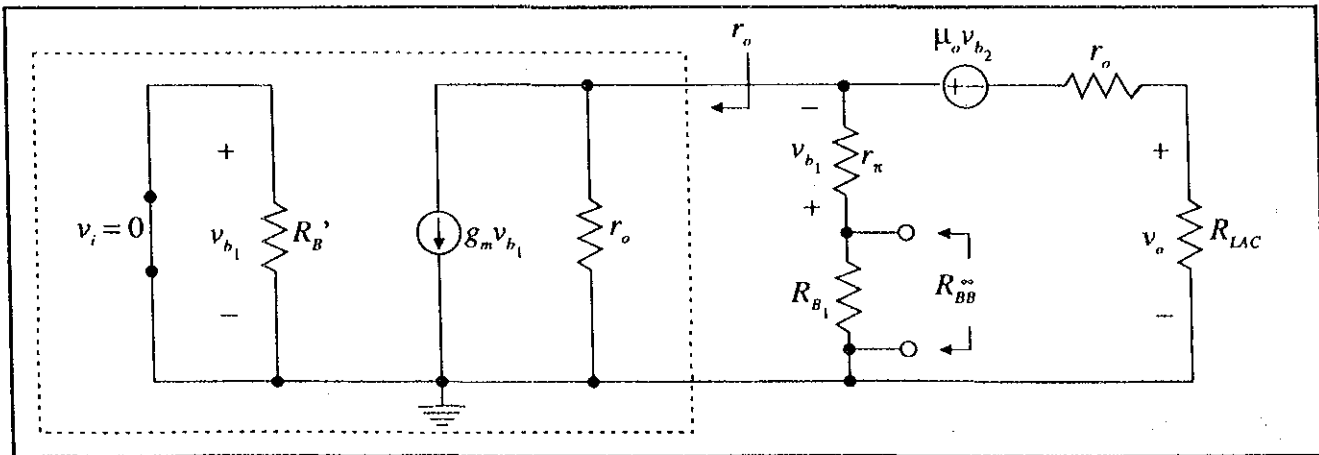
Para  $A_v = v_o / v_i$ ,

$$\omega_L = \frac{1}{R_{ii}^{\infty} C_i} + \frac{1}{R_{EE}^{\infty} C_E} + \frac{1}{R_{BB}^{\infty} C_B} + \frac{1}{R_{CC}^{\infty} C_C}$$

con:

$$R_{ii}^{\infty} = R_{B2} \parallel r_{\pi} = R_B' = 4000\Omega \quad (\text{ver el ejemplo 1})$$

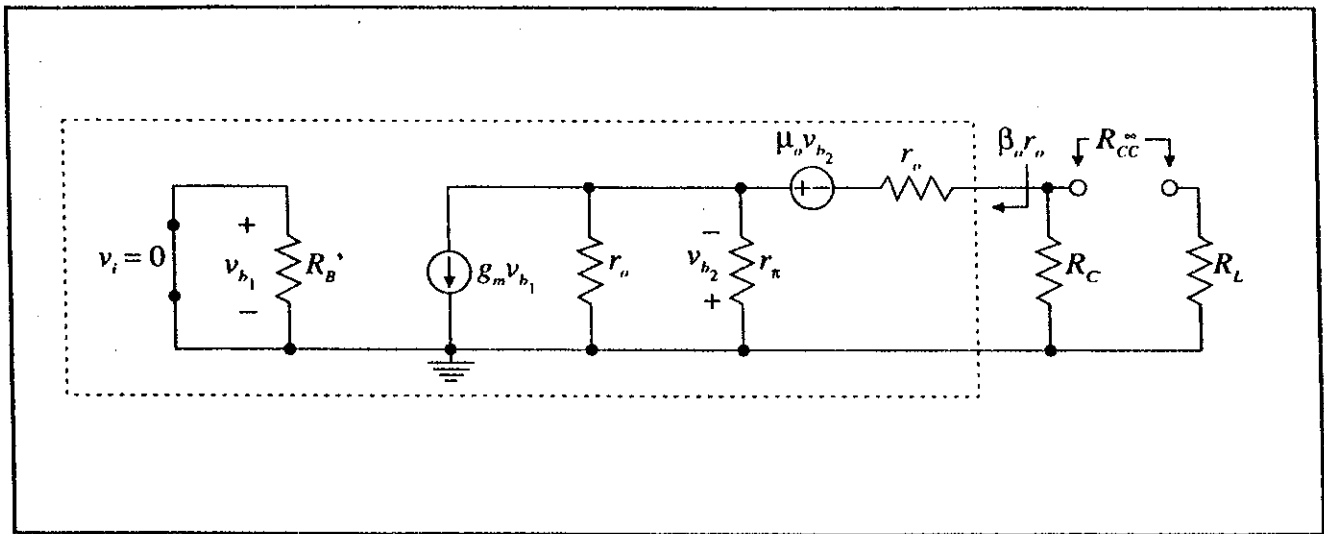
$$R_{EE}^{\infty} = R_E \parallel \frac{r_{\pi}}{\beta_o + 1} = r_{e_i} = 25\Omega \quad (\text{ver el ejemplo 1})$$



$$R_{BB}^{\infty} = R_{B1} \parallel \left[ r_{\pi} + \frac{r_o [R_{LAC} + r_o (1 + \beta_o)]}{2r_o + R_{LAC}} \right]$$

$$R_{BB}^{\infty} = R_{B1} \parallel \left[ r_{\pi} + \frac{\beta_o r_o}{2} \right] = R_{B1} = 20k\Omega$$





$$R_{CC}^{\infty} = (\beta_o r_o \parallel R_C) + R_L \approx R_C + R_L = 20K\Omega$$

Por lo tanto:

$$\omega_L = \frac{1}{4 \times 10^3 \times 10^{-6}} + \frac{1}{25 \times 100 \times 10^{-6}} + \frac{1}{20 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6}} \times \frac{1}{20 \times 10^3 \times 10^{-6}}$$

$$\omega_L = 700.5 \text{ Rad/seg} \quad (111.5 \text{ Hz})$$

Para  $A_v' = v_o / v_s$  :

$$\omega_L' = \frac{1}{R_{ii}^{\infty} C_i} + \frac{1}{R_{EE}^{\infty} C_E} + \frac{1}{R_{BB}^{\infty} C_B} + \frac{1}{R_{CC}^{\infty} C_C}$$

con:

$$R_{ii}^{\infty} = R_B' + R_s = 4600\Omega$$

$$R_{EE}^{\infty} = R_E \parallel \left( \frac{r_{\pi} + R_{B2} \parallel R_s}{\beta_o + 1} \right) \approx 27\Omega \quad (\text{ver ejemplo 1})$$

$$R_{BB}^{\infty} = R_{B1} = 20K\Omega$$

$$R_{CC}^{\infty} \approx R_C + R_L = 20K\Omega$$

Por lo tanto:

$$\omega_L' = \frac{1}{4600 \times 10^{-6}} + \frac{1}{27 \times 100 \times 10^{-6}} + \frac{1}{20 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6}} + \frac{1}{20 \times 10^3 \times 10^{-6}}$$

$$\omega_L' = 638.3 \text{ rad/seg} \quad (101.6 \text{ Hz})$$

Resumiendo:

$\text{Para } A_v = v_o / v_i : \omega_L = 700.5 \text{ rad/seg} \quad (111.5 \text{ Hz})$
$\text{Para } A_v' = v_o / v_s : \omega_L' = 638.3 \text{ rad/seg} \quad (101.6 \text{ Hz})$

c) Cálculo de la ganancia a frecuencias medias.

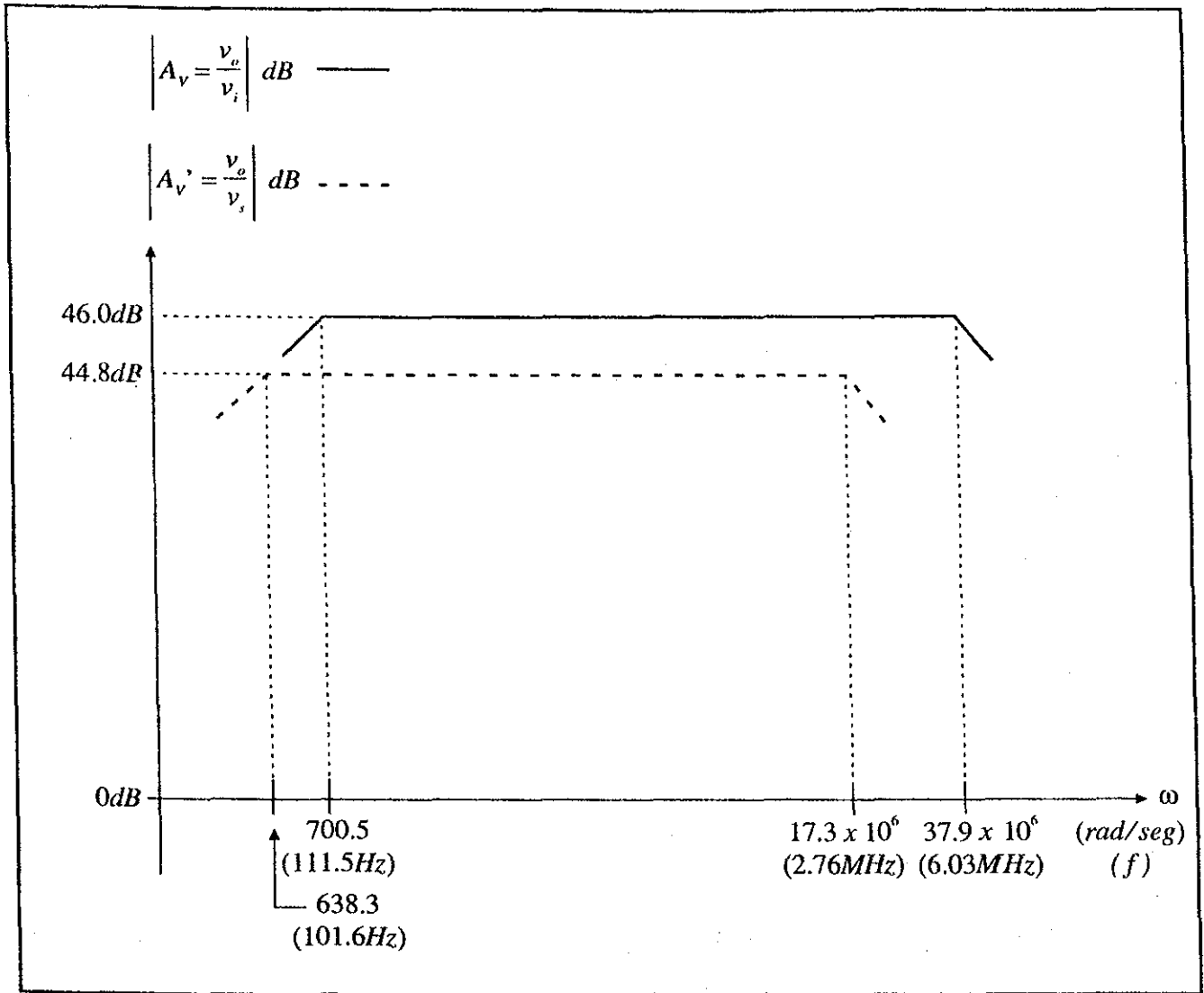
$$\text{Para } A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m R_{LAC} = -(40 \times 10^{-3}) (5 \times 10^3)$$

$$A_v = -200 \quad (46.0 \text{ dB})$$

$$\text{Para } A_v' = v_o / v_s = \frac{R_B'}{R_s + R_B'} \cdot A_v$$

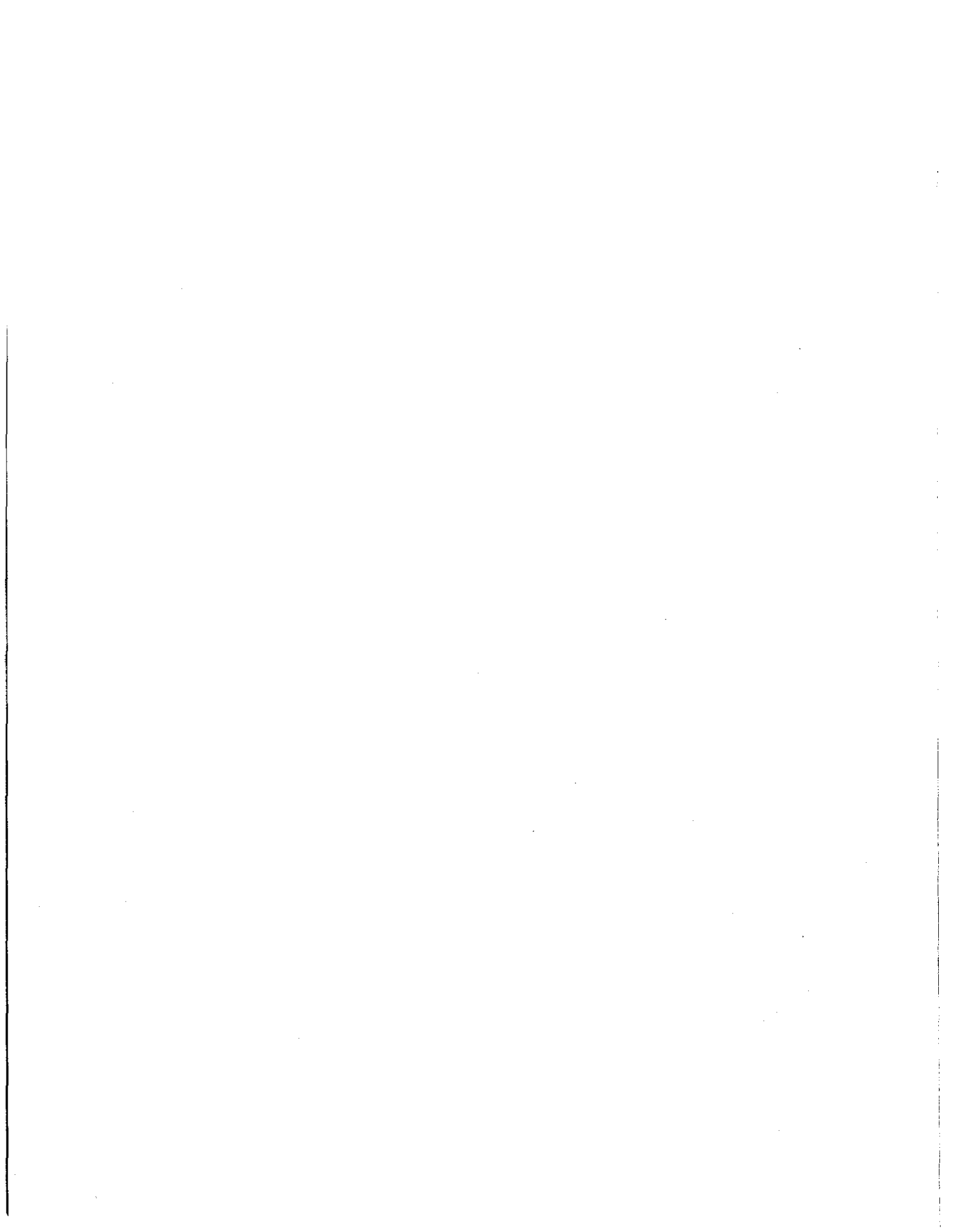
$$A_v' = \frac{4 \times 10^3}{600 + 4 \times 10^3} \times (-200) = -173.91 \quad (44.8 \text{ dB})$$

d) Los diagramas de respuesta en frecuencia correspondientes, son los siguientes:

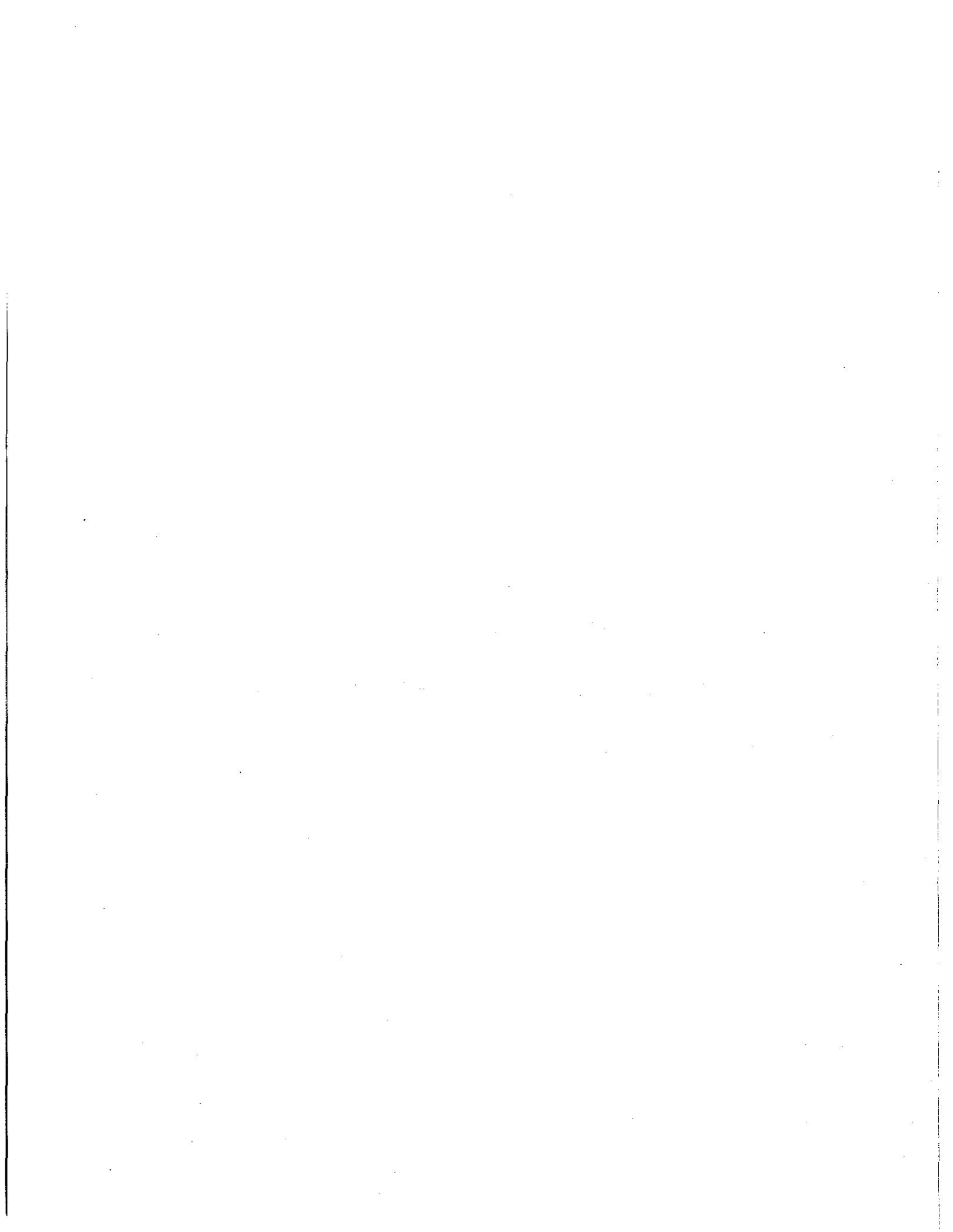


## CONCLUSIONES SOBRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO

1. Comparando los diagramas de respuesta en frecuencia obtenidos para el Emisor Común y el Par Cascodo, se observa que el Par Cascodo presenta un mayor ancho de banda para  $A_v' = v_o / v_s$  que el Emisor Común.
2. Este método permite conocer la(s) parte(s) del circuito que influye(n) en mayor proporción en los valores de  $\omega_H$ ,  $\omega_H'$ ,  $\omega_L$  y  $\omega_L'$ :
  - a) Para  $\omega_H$  y  $\omega_H'$  influye más la mayor constante de tiempo  $R_{mm}^{\circ} C_u$ , la cual generalmente se asocia a la mayor resistencia de Thevenin ( $R_{mm}^{\circ}$ ) que se obtuvo en el circuito a frecuencias altas.
  - b) Para  $\omega_L$  y  $\omega_L'$  influye más la menor constante de tiempo  $R_{mm}^{\infty} C_m$ , la cual generalmente se asocia a la menor resistencia de Thevenin ( $R_{mm}^{\infty}$ ) que se obtuvo en el circuito a frecuencias bajas.
3. A través de los ejemplos presentados puede observarse lo sencillo del método para obtener una aproximación al valor de las frecuencias de corte alta y baja, lo cual, en combinación con lo dicho en el punto (2), permite realizar análisis y diseños de la respuesta en frecuencia de circuitos electrónicos, de una manera simple.

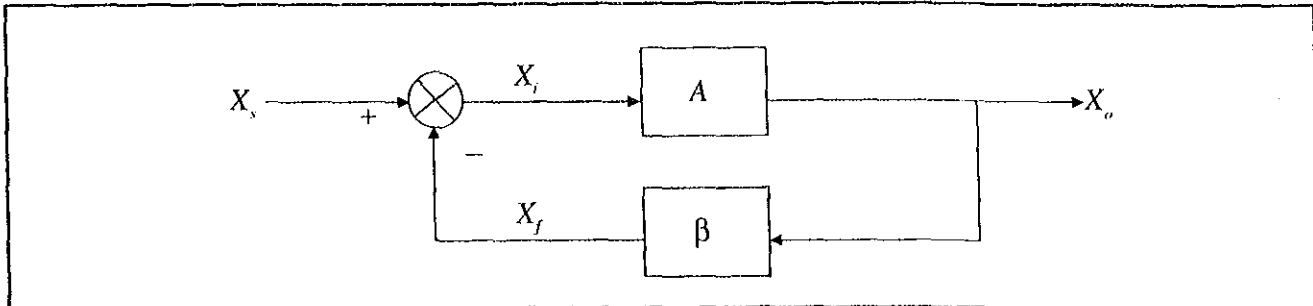


**CAPITULO VIII**  
**RETROALIMENTACION**



## VIII.1 INTRODUCCION

El empleo de la retroalimentación negativa en los sistemas electrónicos permite mejorar las características de éstos e insensibilizarlos contra variaciones de algunos parámetros internos y externos del sistema.



Para un sistema retroalimentado como el que se muestra, la retroalimentación negativa consiste en que un aumento en la señal de salida  $X_o$  (producido por algún parámetro del sistema) genera un aumento en la señal retroalimentada  $X_f$  y una disminución en la señal de entrada  $X_i$  ( $X_i = X_s - X_f$ ), lo cual hace que la salida ( $X_o$ ) disminuya, lo cual producirá que el sistema permanezca insensible a dicha variación.

La retroalimentación positiva tiende a aumentar la amplificación del circuito (la amplitud de  $X_o$ ), pues  $X_i = X_s + X_f$ , lo cual produce inestabilidad en el sistema, ya que crea un proceso regenerativo. Este fenómeno se emplea en los osciladores.

## VIII.2 RELACIONES BÁSICAS DE LOS SISTEMAS RETROALIMENTADOS

Para el sistema mostrado anteriormente, se define:

(1).....  $A = \frac{X_o}{X_i}$       A = Ganancia del bloque "A"

(2).....  $\beta = \frac{X_f}{X_o}$        $\beta$  = Ganancia del bloque "B"

De las ecuaciones (1) y (2) se obtiene lo siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} (3)..... X_o = AX_i \\ (4)..... X_f = \beta X_o \end{array} \right\} \Rightarrow X_f = \beta AX_i \quad \dots\dots\dots (5)$$

donde se define:

$$\beta A \leftarrow \text{Ganancia de Lazo (adimensional)}$$

Siempre se debe cumplir que  $X_f$  sea del mismo tipo que  $X_i$  y  $X_s$ . Del circuito anterior, para retroalimentación negativa, se debe cumplir:



(6).....

$$X_i = X_s - X_f$$

Sustituyendo la ecuación (5) en la (6):

$$X_i = X_s - \beta A X_i$$

o bien,

$$X_i = (1 + \beta A) X_s \text{ donde se define:}$$

$$D = 1 + \beta A \longleftarrow \text{Factor de Desensibilización}$$

Se define también:

$$A_f = \frac{X_o}{X_s} = \frac{A X_i}{(1 + \beta A) X_i} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

$$A_f = \frac{A}{1 + \beta A} \longleftarrow \text{Ganancia del Sistema Retroalimentado}$$

Si  $\beta A > 0$  ( $\beta > 0$  y  $A > 0$  o  $\beta < 0$  y  $A < 0$ ) se tiene retroalimentación negativa, cuyo efecto es disminuir la amplificación del circuito (amplificadores).

Si  $\beta A < 0$  se tiene retroalimentación positiva, cuyo efecto es aumentar la amplificación del circuito (osciladores).

### VIII.3 CARACTERISTICAS GENERALES DE AMPLIFICADORES CON RETROALIMENTACION NEGATIVA

1) El sistema se hace insensible a las variaciones de los parámetros del bloque "A".

Si la ganancia de lazo es muy grande ( $\beta A \gg 1$ ), entonces:

$$A_f = \frac{A}{1 + \beta A} \approx \frac{A}{\beta A} = \frac{1}{\beta}$$

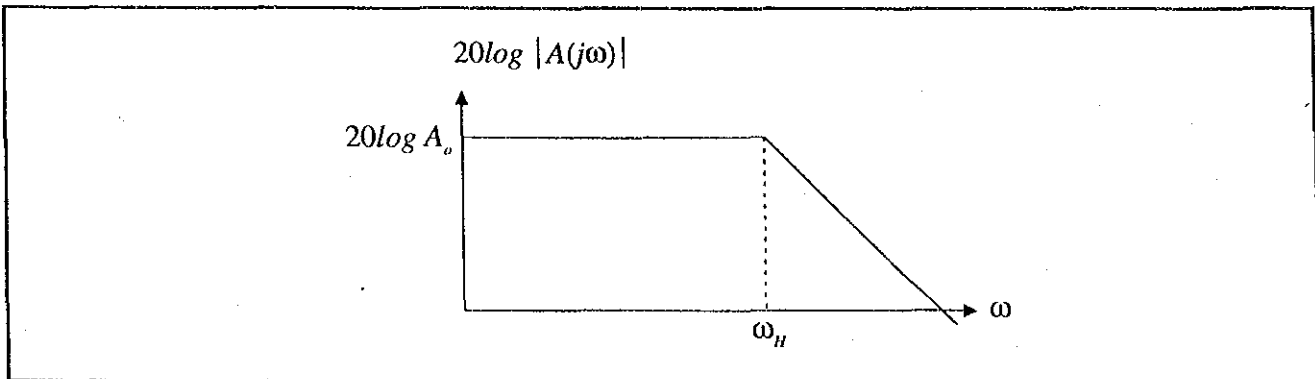
$$A_f \approx \frac{1}{\beta}$$

Como se puede observar, no aparece el factor de amplificación "A" en la ganancia del sistema retroalimentado, lo cual permite desensibilizar al amplificador respecto de los parámetros de los elementos activos del mismo.

2) Mejora la respuesta en frecuencia del amplificador.

Sea un amplificador con una frecuencia de corte  $\omega_H$  con la siguiente función de transferencia:

$$A(s) = \frac{A_o}{1 + \frac{s}{\omega_H}}$$



Al retroalimentar se obtiene:

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{(1 + \beta A_o) \omega_H}}$$

$$A_f(s) = A_{of} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{Hf}}}$$

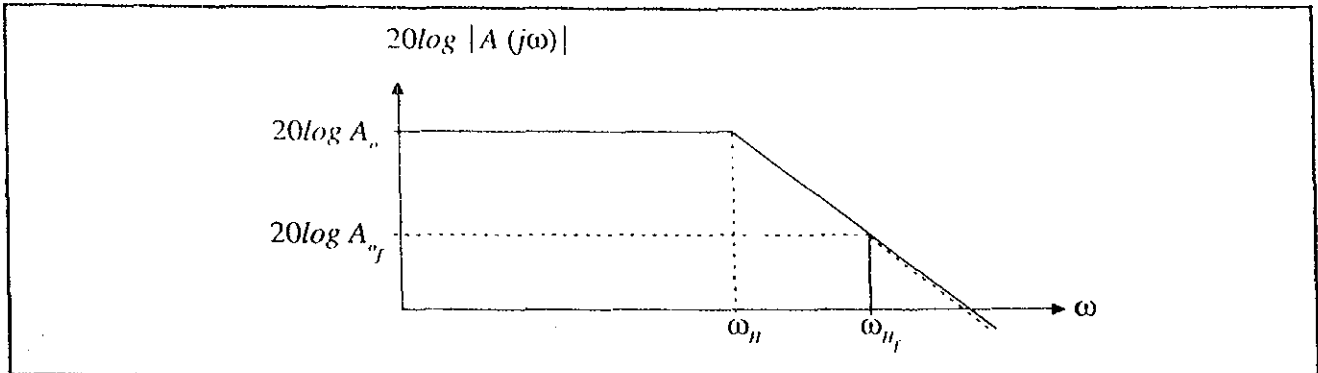
$$A_f(s) = \frac{A_{of}}{1 + \frac{s}{\omega_{Hf}}}$$

donde:

$$A_{of} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o} \text{ y } \omega_{Hf} = (1 + \beta A_o) \omega_H$$

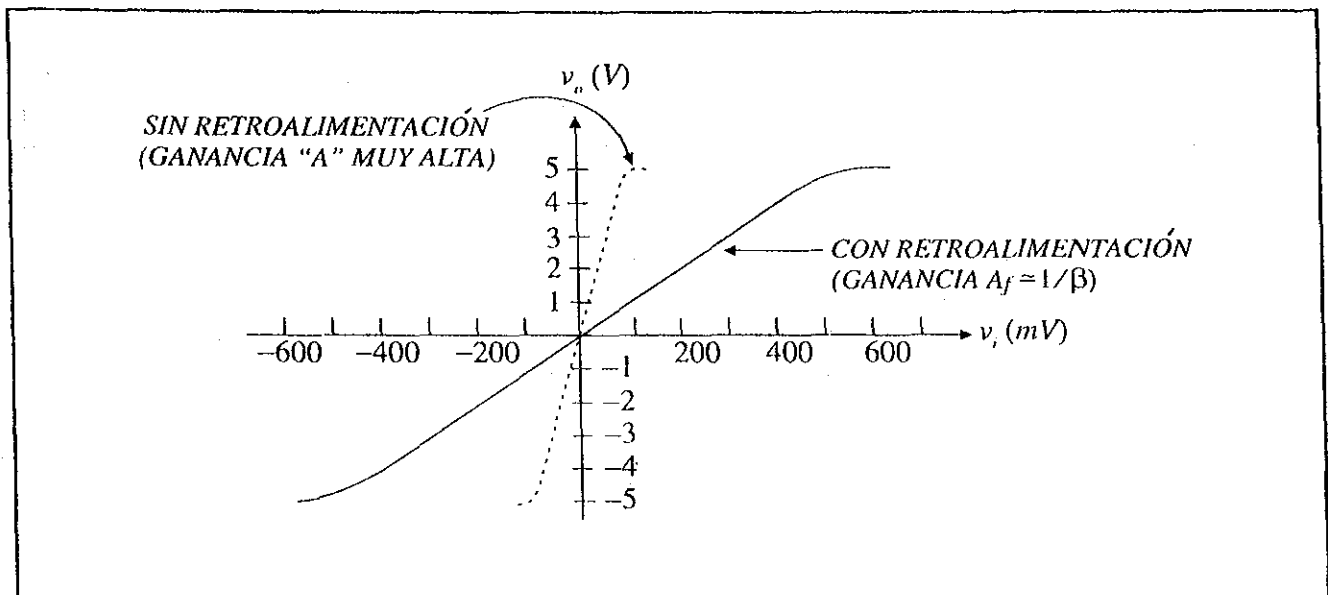
$A_{of}$  disminuye  $1 + \beta A_o$  veces respecto al valor de  $A_o$   
 $\omega_{Hf}$  aumenta  $1 + \beta A_o$  veces respecto al valor de  $\omega_H$

**Nota:** Esto es válido solamente para sistemas de primer orden como el del ejemplo.



3) Reduce la distorsión introducida por la no-linealidad de los elementos que forman el amplificador.

La distorsión disminuye al aumentar el valor del factor de desensibilización  $D = 1 + \beta A$



4) El sistema se hace insensible al ruido.

Si el amplificador introduce ruido, el efecto de éste sobre la salida del amplificador se minimiza con un valor elevado del producto  $\beta A$ .

Ejemplo:

$$A_f = \frac{A}{1 + \beta A} \approx \frac{1}{\beta} \quad \longleftarrow \text{No depende de "A", que es el bloque en el cual se introduce el ruido.}$$

La principal ventaja de un circuito retroalimentado en el cual se cumple que  $\beta A \gg 1$ , es que la ganancia de retroalimentación  $A_f \approx \frac{1}{\beta}$  se puede controlar a un valor preciso a través de la red de retroalimentación  $\beta$ . La retroalimentación  $\beta$  es fácilmente controlable y, por tanto,  $A_f$  también es controlable, en contraste

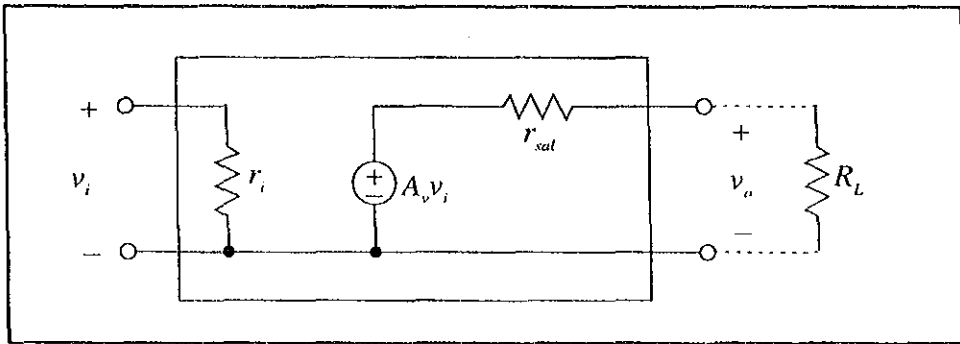
con el valor de  $A$  el cual no se puede controlar muy bien, debido a las variaciones en la amplificación producidas por los elementos activos de dicho bloque.

### VIII.4 TIPOS DE AMPLIFICADORES Y SUS MODELOS

Los amplificadores se clasifican en función del tipo de señales que manejan a la salida y a la entrada.

#### 1) Amplificadores de Voltaje (entrada de voltaje y salida de voltaje)

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} ; A_v = A_v \Big|_{R_L \rightarrow \infty}$$

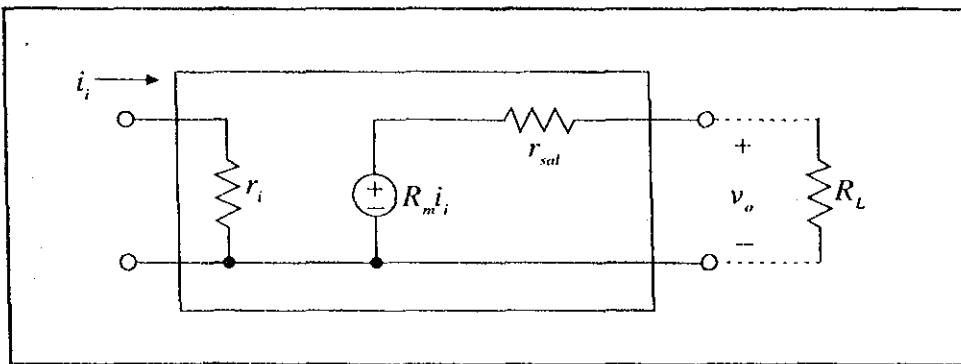


Idealmente:  $r_i \rightarrow \infty$

$r_{sal} \rightarrow 0$

#### 2) Amplificador de Transresistencia (entrada de corriente y salida de voltaje)

$$R_M = \frac{v_o}{i_i} ; R_m = R_M \Big|_{R_L \rightarrow \infty}$$

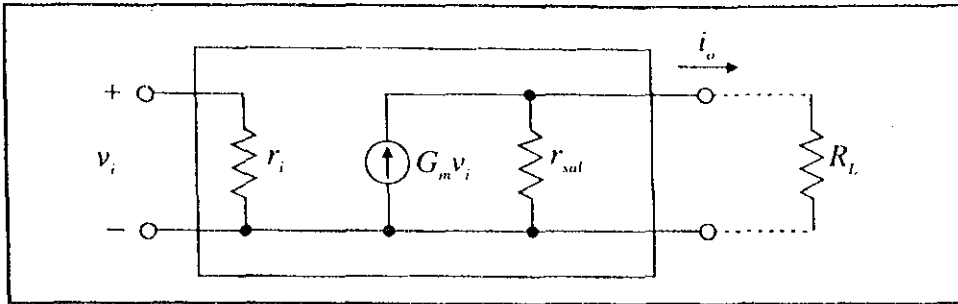


Idealmente:  $r_i \rightarrow 0$

$r_{sal} \rightarrow 0$

#### 3) Amplificador de Transconductancia (entrada de voltaje y salida de corriente)

$$G_M = \frac{i_o}{v_i} ; G_m = G_M \Big|_{R_L \rightarrow 0}$$

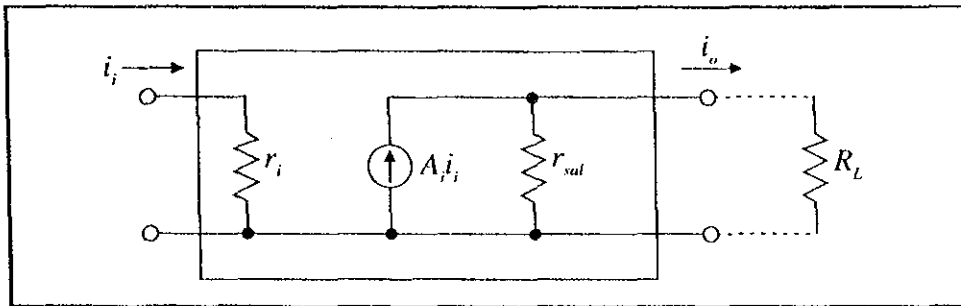


Idealmente:  $r_i \rightarrow \infty$

$r_{sal} \rightarrow \infty$

4) Amplificador de Corriente (entrada de corriente y salida de corriente)

$$A_i = \frac{i_o}{i_i} ; A_i = A_i \Big|_{R_L \rightarrow 0}$$

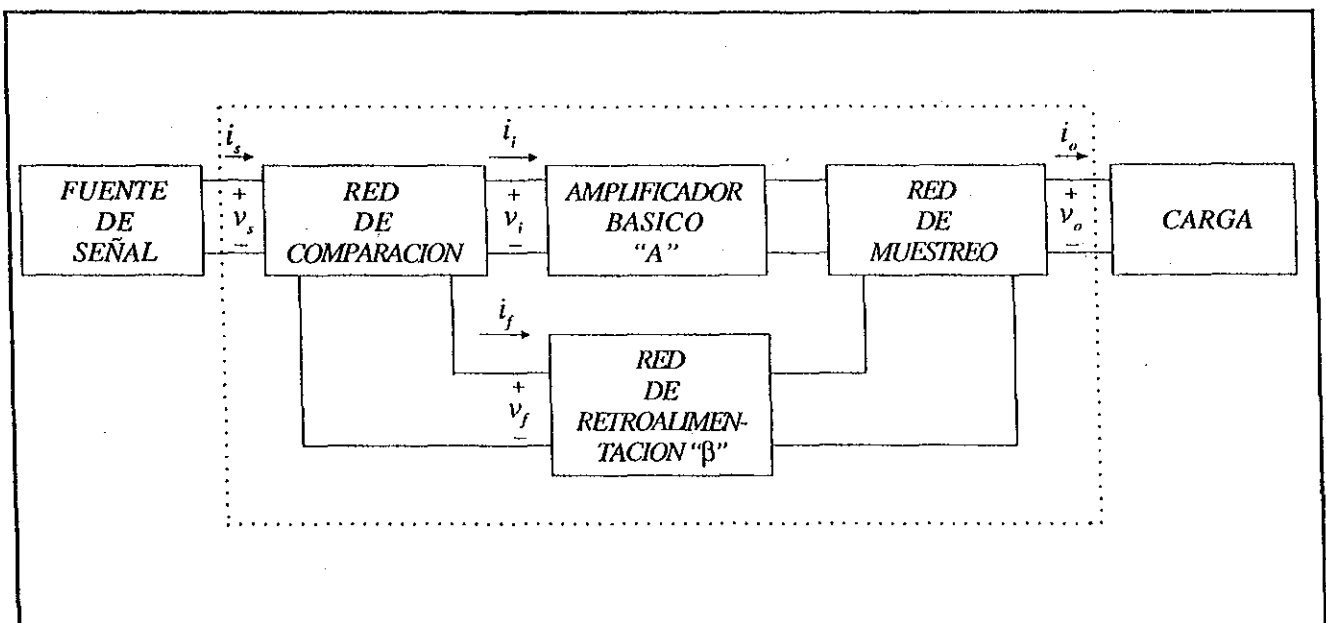


Idealmente:  $r_i \rightarrow 0$

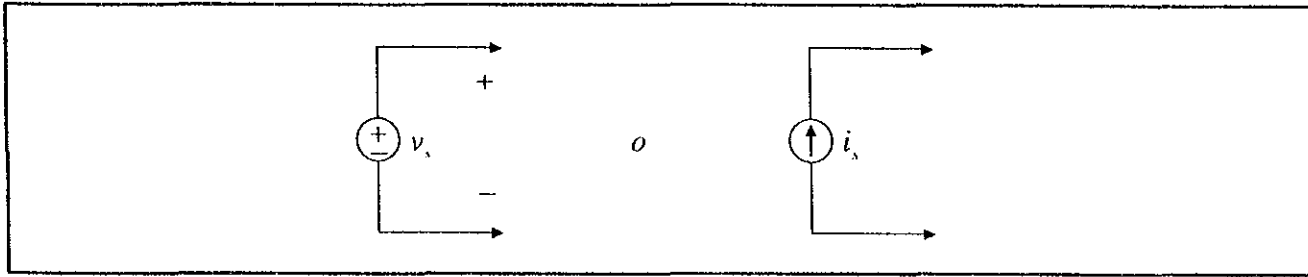
$r_{sal} \rightarrow \infty$

## VIII.5 CONCEPTOS DE SISTEMAS RETROALIMENTADOS

La estructura básica de un amplificador retroalimentado con un solo lazo de retroalimentación se muestra a continuación:

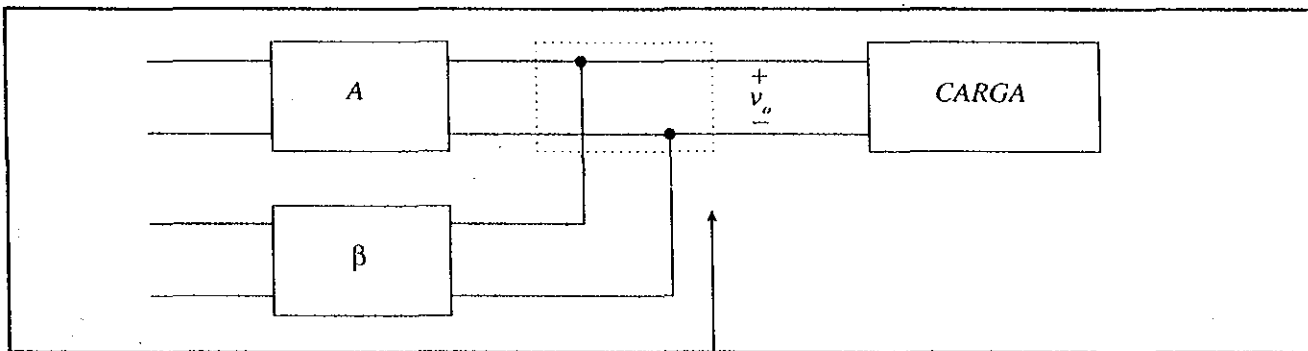


**FUENTE DE SEÑAL:** Este bloque representa la señal que va a ser amplificada. La fuente de señal siempre se modela como una fuente ideal para los sistemas retroalimentados, y puede ser de voltaje o de corriente.

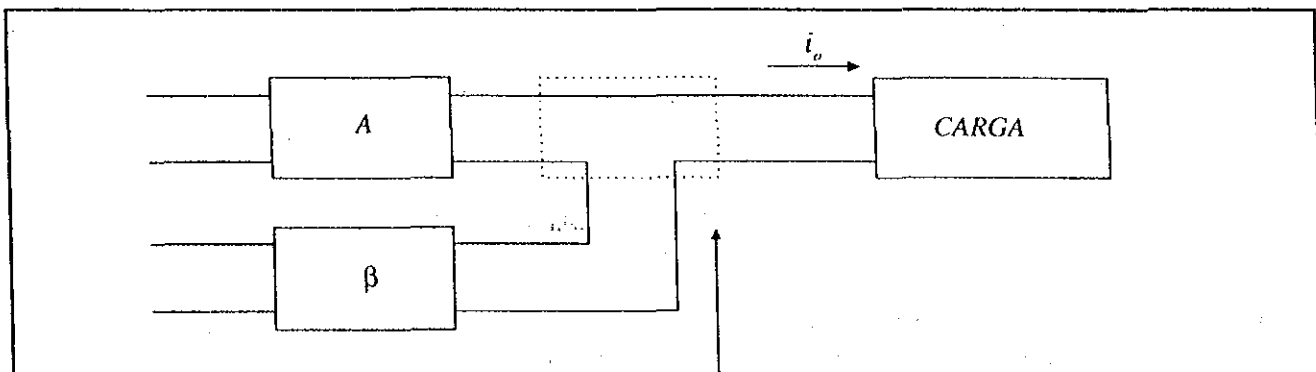


**CARGA:** La carga recibirá la señal de salida (voltaje o corriente).

**RED DE MUESTREO:** Esta red tiene como función muestrear o medir la señal de salida, la cual puede ser de voltaje o de corriente.



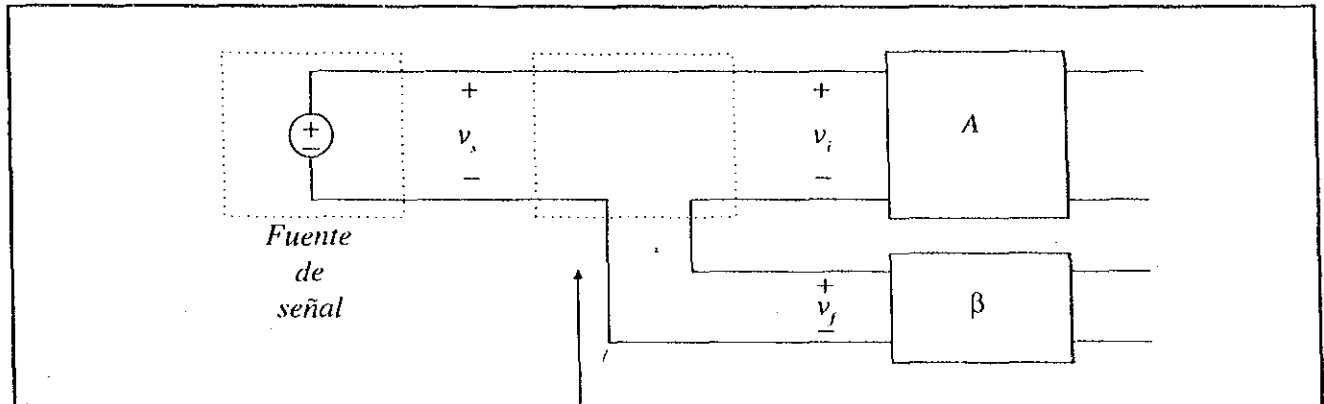
Muestreo de Voltaje,  
muestreo de Nodo, o  
muestreo en Paralelo (Shunt)



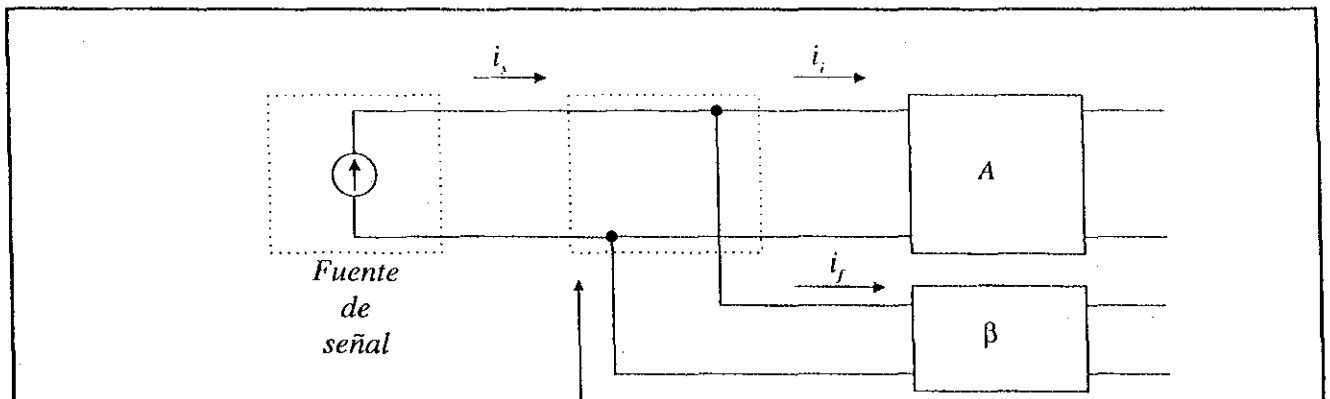
Muestreo de Corriente,  
muestreo de Malla, o  
muestreo en Serie (Series)

Obsérvese que el voltaje se muestrea en paralelo y la corriente se muestrea en serie, es decir el bloque "β" se comporta como un voltmetro o un ampermetro respectivamente.

**RED DE COMPARACION:** Esta red compara la señal de entrada o de referencia  $X_i$  con la señal de retroalimentación  $X_f$ , generando una señal de error  $X_e = X_i - X_f$  que se aplica a la entrada del bloque "A".



Comparación de Voltaje,  
comparación de Malla, o  
comparación en Serie (Series)



Comparación de Corriente,  
comparación de Nodo, o  
comparación en Paralelo (Shunt)

Obsérvese ahora que el voltaje se compara en serie y la corriente se compara en paralelo, es decir, el bloque "β" se comporta como una fuente de voltaje o de corriente respectivamente.

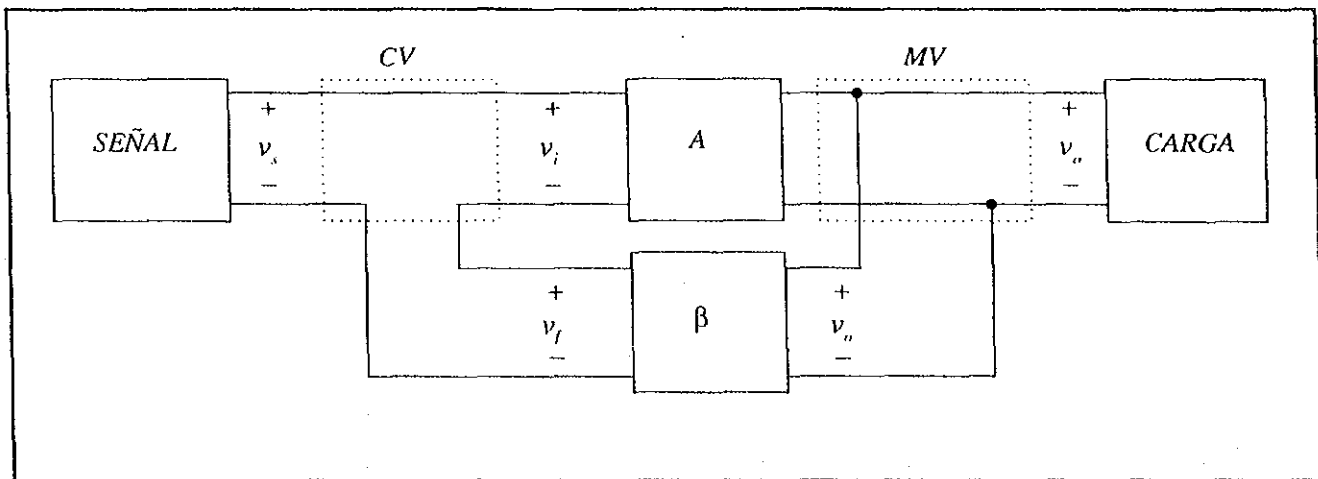
**RED DE RETROALIMENTACIÓN:** Generalmente este bloque está formado por una red pasiva, la cual puede contener resistores, capacitores e inductores. En la mayoría de los casos es una red puramente resistiva. Una función de la red de retroalimentación es convertir la señal muestreada de la salida a la forma de señal apropiada para su comparación.

**AMPLIFICADOR BASICO:** El amplificador básico es alguna de las cuatro configuraciones presentadas en la sección anterior. Este circuito amplifica la diferencia de señales que se obtiene de la red de comparación, siendo también responsable de la desensitización y el control de la salida en un sistema retroalimentado.

### VIII.5.1 Topología de amplificadores retroalimentados

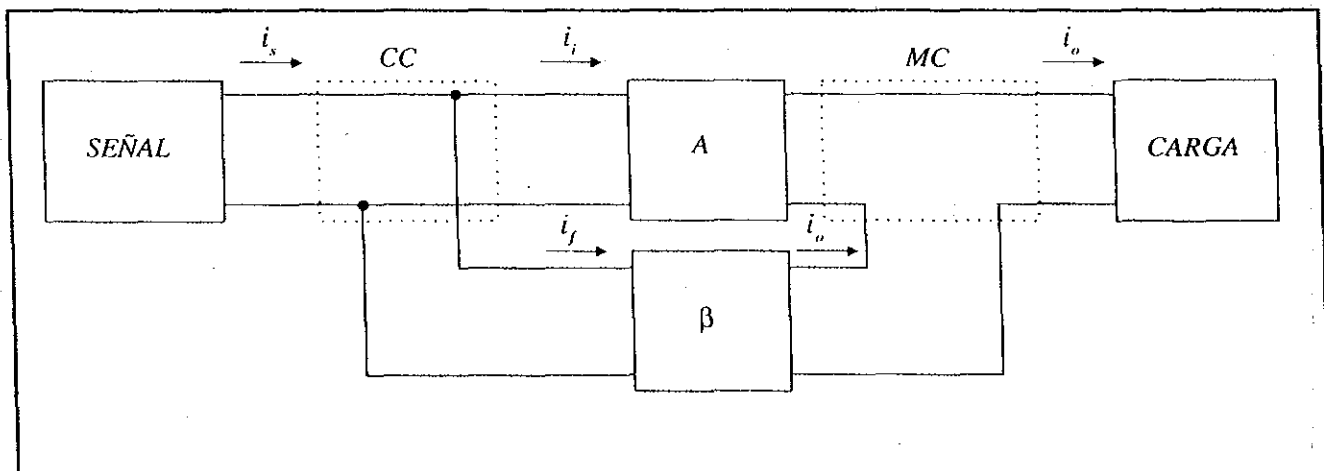
Existen cuatro tipos básicos de amplificadores retroalimentados con un solo lazo de retroalimentación y son los siguientes:

#### 1. Amplificador Retroalimentado de Voltaje (voltage-series feedback o shunt-series feedback)



MV = Muestreo de Voltaje  
CV = Comparación de Voltaje

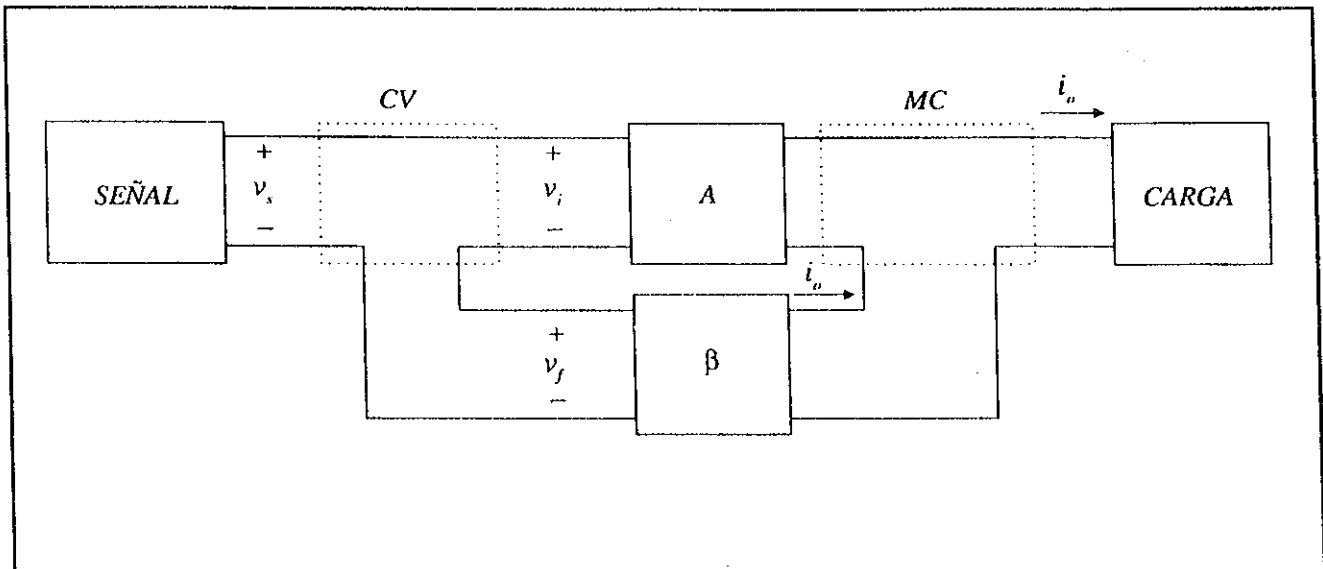
#### 2. Amplificador Retroalimentado de Corriente (current-shunt feedback o series-shunt feedback)



MC = Muestreo de Corriente  
CC = Comparación de Corriente

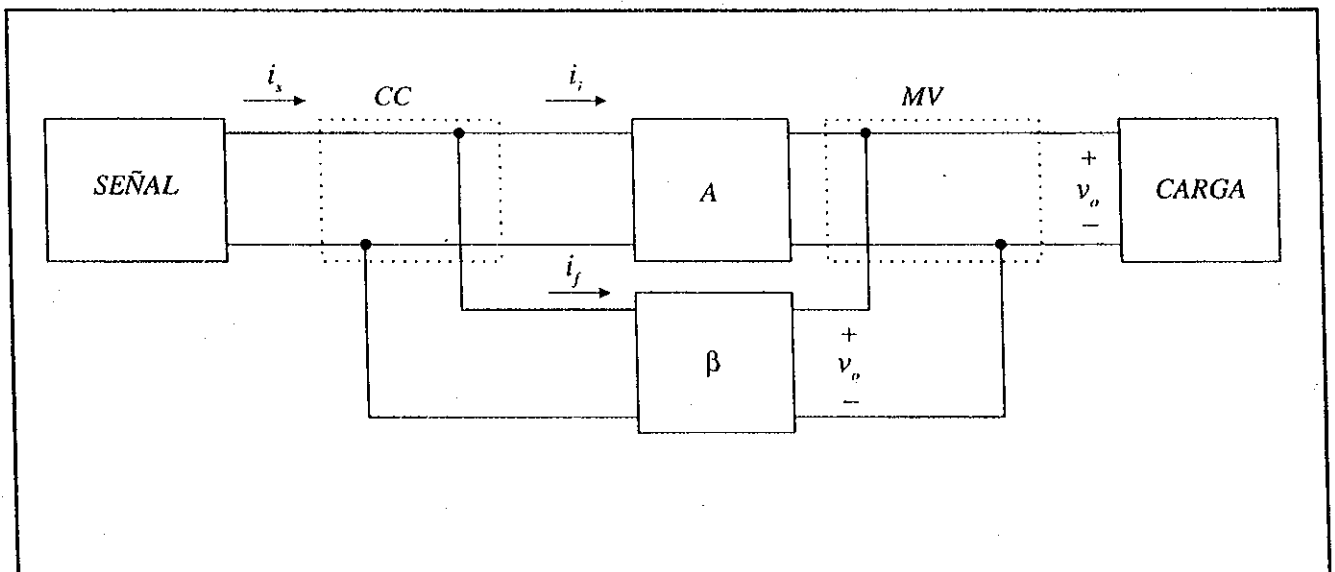


3. Amplificador Retroalimentado de Transconductancia (current-series feedback o series-series feedback)



MC = Muestreo de Corriente  
 CV = Comparación de Voltaje

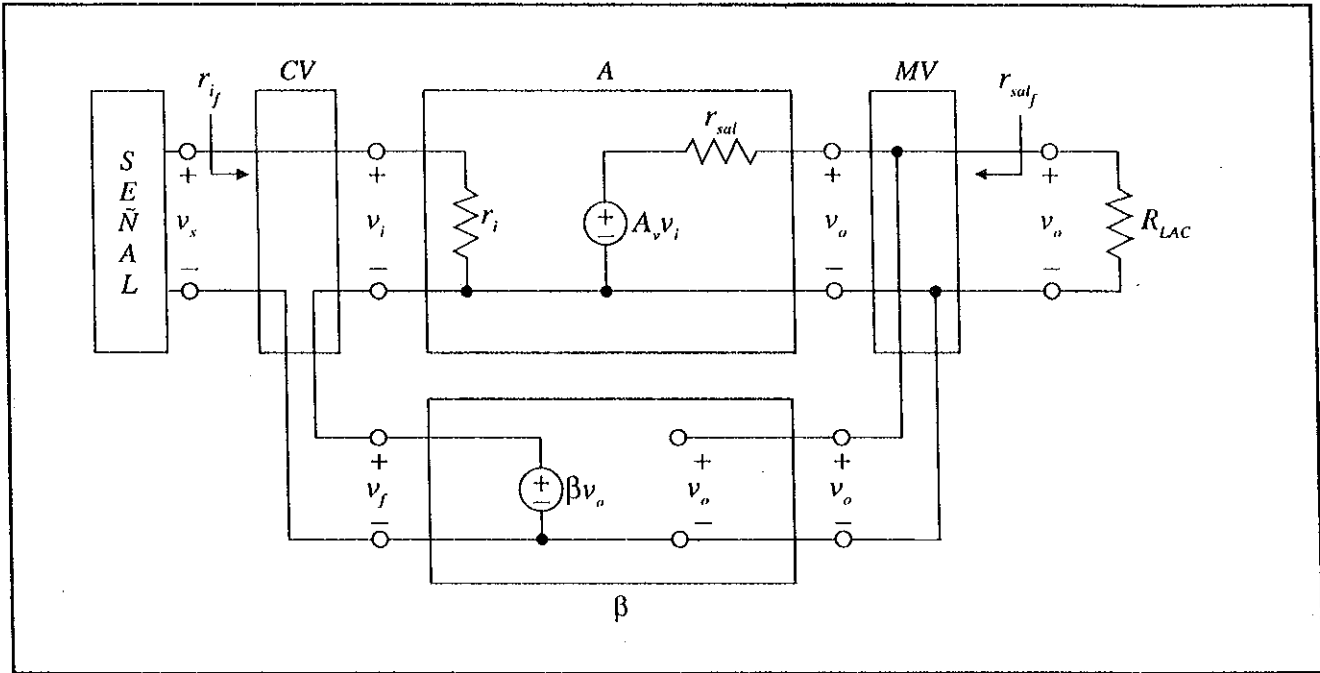
4. Amplificador Retroalimentado de Transresistencia (voltage-shunt feedback o shunt-shunt feedback)



MV = Muestreo de Voltaje  
 CC = Comparación de Corriente

Considerando que el bloque  $\beta$  se comporta idealmente, para cada topología se definen las siguientes señales, ganancias y resistencias de entrada y salida:

### 1. Amplificador Retroalimentado de Voltaje



*Ganancias:*

$$A \rightarrow A_v = \frac{v_o}{v_i}$$

$$A_v = A_v \Big|_{R_{LAC} \rightarrow \infty}$$

$$\beta = \frac{v_f}{v_o}$$

$$D = 1 + \beta A_v$$

$$D' = 1 + \beta A_v$$

*Resistencias:*

$$r_{ij} = r_i (1 + \beta A_v) = r_i D$$

$$r_{sal_f} = \frac{r_{sal}}{1 + \beta A_v} = \frac{r_{sal}}{D'}$$

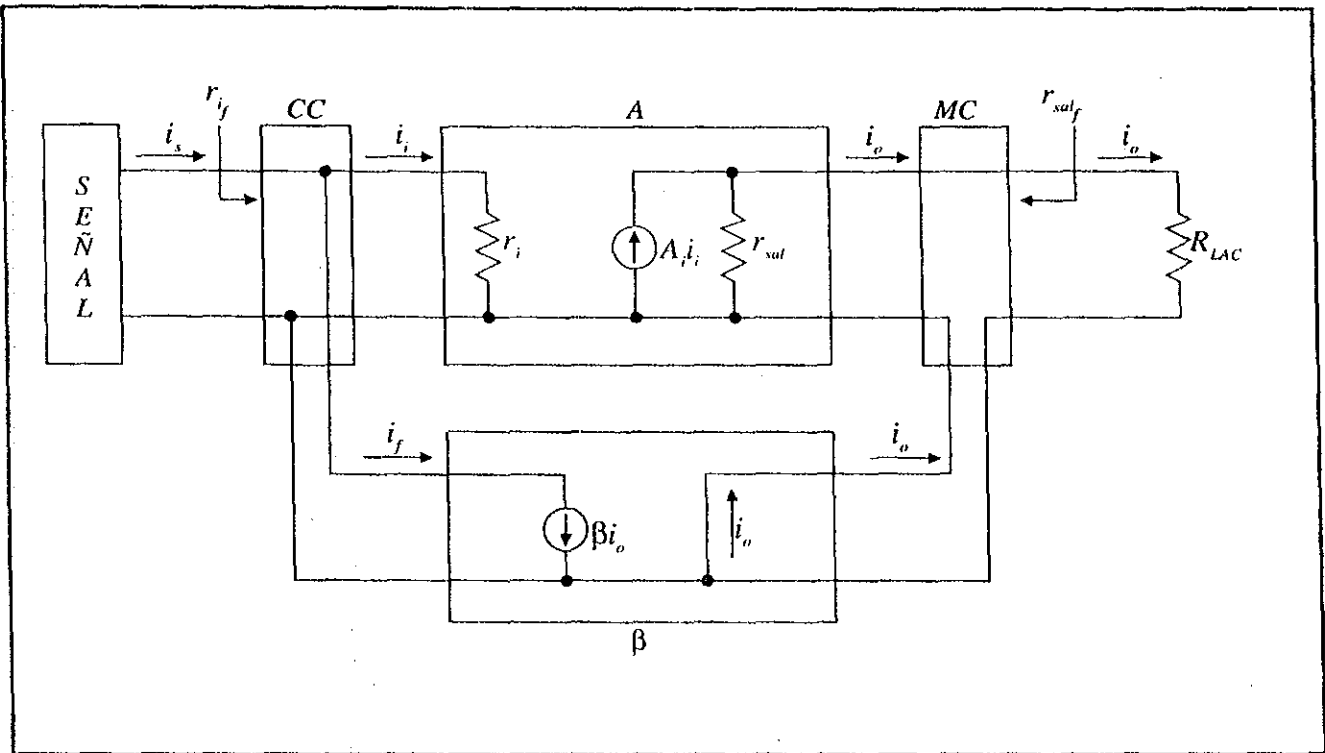
Obsérvese que la resistencia de entrada retroalimentada ( $r_{ij}$ ) es **mayor** respecto a la resistencia de entrada del amplificador de **voltaje** ( $r_i$ ) por el factor de desensitización  $D = 1 + \beta A_v$ , siendo la red de comparación una red en **serie**. Asimismo, la resistencia de salida del sistema retroalimentado ( $r_{sal_f}$ ) es **menor** respecto a la resistencia de salida del amplificador de **voltaje** ( $r_{sal}$ ) por el factor de desensitización  $D' = 1 + \beta A_v$ , siendo la red de muestreo una red en **paralelo**.

De lo anterior se puede concluir lo siguiente:

- i) La resistencia de entrada y salida del amplificador ( $r_i$  y  $r_{sal}$ ), **mejoran** su valor al retroalimentarlo ( $r_{ij}$  y  $r_{sal_f}$ ), pues  $r_{ij}$  es grande y  $r_{sal_f}$  es pequeña, lo cual se aproxima más a lo ideal para un amplificador de voltaje.

- ii) Cuando la red de **comparación** es una red en **serie**, la resistencia de **entrada** del sistema retroalimentado **aumenta** respecto al valor de la  $r_i$  del amplificador.
- iii) Cuando la red de **muestreo** es una red en **paralelo**, la resistencia de **salida** del sistema retroalimentado **disminuye** respecto al valor de la  $r_{sal}$  del amplificador.

## 2. Amplificador Retroalimentado de Corriente



*Ganancias:*

$$A \rightarrow A_f = \frac{i_o}{i_i}$$

$$A_i = A_f \Big|_{R_{LAC} \rightarrow 0}$$

$$\beta = \frac{i_f}{i_o}$$

$$D = 1 + \beta A_f$$

$$D' = 1 + \beta A_i$$

*Resistencias:*

$$r_{if} = \frac{r_i}{1 + \beta A_f} = \frac{r_i}{D}$$

$$r_{sal_f} = r_{sal} (1 + \beta A_i) = r_{sal} D'$$

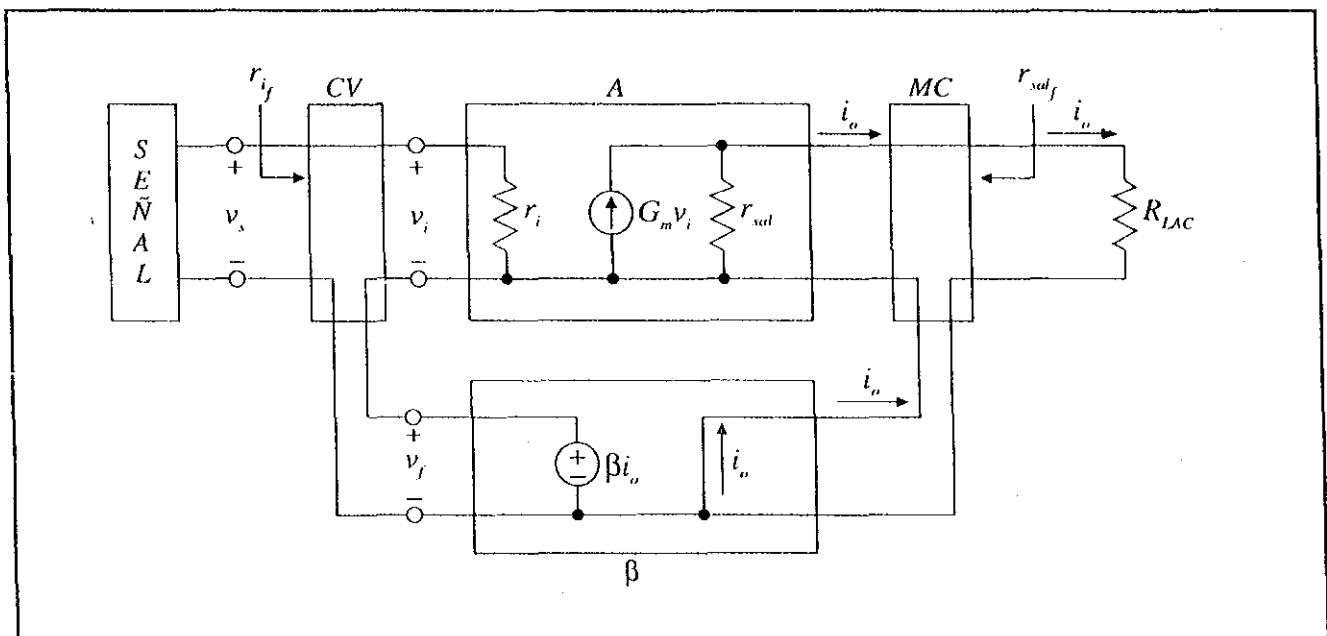
Obsérvese que la resistencia de entrada retroalimentada ( $r_{if}$ ) es **menor** respecto a la resistencia de entrada del amplificador de **corriente** ( $r_i$ ) por el factor de desensitización  $D = 1 + \beta A_f$ , siendo la red de comparación una red en **paralelo**. Asimismo, la resistencia de salida del sistema retroalimentado ( $r_{sal_f}$ )

es **mayor** respecto a la resistencia de salida del amplificador de **corriente** ( $r_{sal}$ ) por el factor de desensitivización  $D' = 1 + \beta A_v$ , siendo la red de muestreo una red en **serie**.

De lo anterior se puede concluir lo siguiente:

- i) Las resistencias de entrada y salida del amplificador ( $r_i$  y  $r_{sal}$ ), **mejoran** su valor al retroalimentarlo ( $r_{if}$  y  $r_{saf}$ ), pues  $r_{if}$  es pequeña y  $r_{saf}$  es grande, lo cual se aproxima más a lo ideal para un amplificador de corriente.
- ii) Cuando la red de **comparación** es una red en **paralelo**, la resistencia de **entrada** del sistema retroalimentado **disminuye** respecto al valor de la  $r_i$  del amplificador.
- iii) Cuando la red de **muestreo** es una red en **serie**, la resistencia de salida del sistema retroalimentado **aumenta** respecto al valor de la  $r_{sal}$  del amplificador.

### 3. Amplificador Retroalimentado de Transconductancia



Ganancias:

$$A \rightarrow G_M = \frac{i_o}{v_i}$$

$$G_m = G_M \Big|_{R_{LAC} \rightarrow 0}$$

$$\beta = \frac{v_f}{i_o}$$

$$D = 1 + \beta G_M$$

$$D' = 1 + \beta G_m$$

Resistencias:

$$r_{if} = r_i (1 + \beta G_M) = r_i D$$

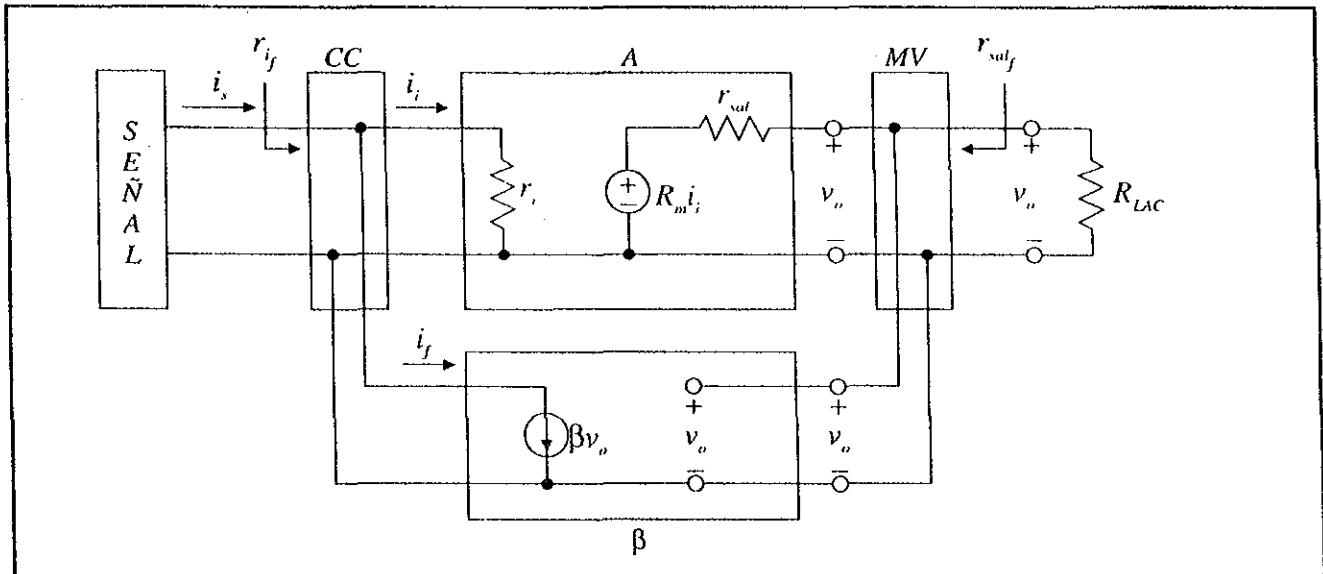
$$r_{saf} = r_{sal} (1 + \beta G_m) = r_{sal} D'$$

Obsérvese que la resistencia de entrada retroalimentada ( $r_{if}$ ) es **mayor** respecto a la resistencia de entrada del amplificador de **transconductancia** ( $r_i$ ) por el factor de desensitivización  $D = 1 + \beta G_M$ , siendo la red de comparación una red en **serie**. Asimismo, la resistencia de salida del sistema retroalimentado ( $r_{saf}$ ) es **mayor** respecto a la resistencia de salida del amplificador de **transconductancia** ( $r_{sat}$ ) por el factor de desensitivización  $D = 1 + \beta G_m$ , siendo la red de muestreo una red en **serie**.

De lo anterior se puede concluir lo siguiente:

- i) Las resistencias de entrada y salida del amplificador ( $r_i$  y  $r_{sat}$ ), **mejoran** su valor al retroalimentarlos ( $r_{if}$  y  $r_{saf}$ ), pues  $r_{if}$  es grande y  $r_{saf}$  es grande, lo cual se aproxima más a lo ideal para un amplificador de transconductancia.
- ii) Cuando la red de **comparación** es una red en **serie**, la resistencia de **entrada** del sistema retroalimentado **aumenta** respecto al valor de la  $r_i$  del amplificador.
- iii) Cuando la red de **muestreo** es una red en **serie**, la resistencia de **salida** del sistema retroalimentado **aumenta** respecto al valor de la  $r_{sat}$  del amplificador.

#### 4. Amplificador Retroalimentado de Transresistencia



Ganancias:

$$A \rightarrow R_M = \frac{v_o}{i_i}$$

$$R_m = R_M \Big|_{R_{LAC} \rightarrow \infty}$$

$$\beta = \frac{i_f}{v_o}$$

$$D = 1 + \beta R_M$$

$$D' = 1 + \beta R_m$$

Resistencias:

$$r_{if} = \frac{r_i}{1 + \beta R_M} = \frac{r_i}{D}$$

$$r_{saf} = \frac{r_{sat}}{1 + \beta R_m} = \frac{r_{sat}}{D'}$$

Obsérvese que la resistencia de entrada retroalimentada ( $r_{if}$ ) es **menor** respecto a la resistencia de entrada del amplificador de **transresistencia** ( $r_i$ ) por el factor de desensitización  $D = 1 + \beta R_M$ , siendo la red de comparación una red en **paralelo**. Asimismo, la resistencia de salida del sistema retroalimentado ( $r_{saf}$ ) es **menor** respecto a la resistencia de salida del amplificador de **transresistencia** ( $r_{sal}$ ) por el factor de desensitización  $D' = 1 + \beta R_m$ , siendo la red de muestreo una red en **paralelo**.

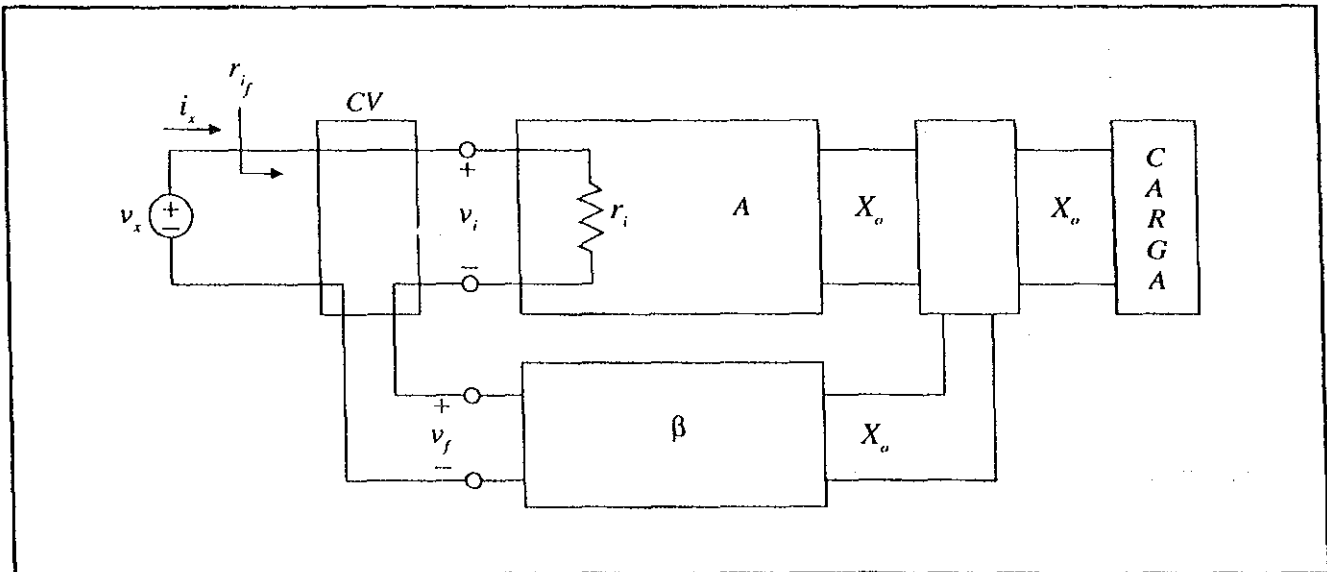
De lo anterior se puede concluir lo siguiente:

- i) Las resistencias de entrada y salida del amplificador ( $r_i$  y  $r_{sal}$ ), **mejoran** su valor al retroalimentarlo ( $r_{if}$  y  $r_{saf}$ ), pues  $r_{if}$  es pequeña y  $r_{saf}$  es pequeña, lo cual se aproxima más a lo ideal para un amplificador de transresistencia.
- ii) Cuando la red de **comparación** es una red en **paralelo** la resistencia de entrada del sistema retroalimentado **disminuye** respecto al valor de la  $r_i$  del amplificador.
- iii) Cuando la red de muestreo es una red en **paralelo**, la resistencia de **salida** del sistema retroalimentado **disminuye** respecto al valor de la  $r_{sal}$  del amplificador.

### VIII.5.2 Análisis de las resistencias de entrada y de salida

Cálculo de las resistencias de entrada ( $r_{if}$ ) y de salida ( $r_{saf}$ ) para un circuito retroalimentado, considerando ideal al bloque "β".

- i) *Resistencia de entrada cuando se tiene comparación de voltaje*



Del circuito se tiene lo siguiente:

$$r_{if} = \frac{v_x}{i_x}$$

donde:

$$v_x = v_i + v_f ; v_f = \beta X_o ; X_o = A v_i$$

por lo tanto:

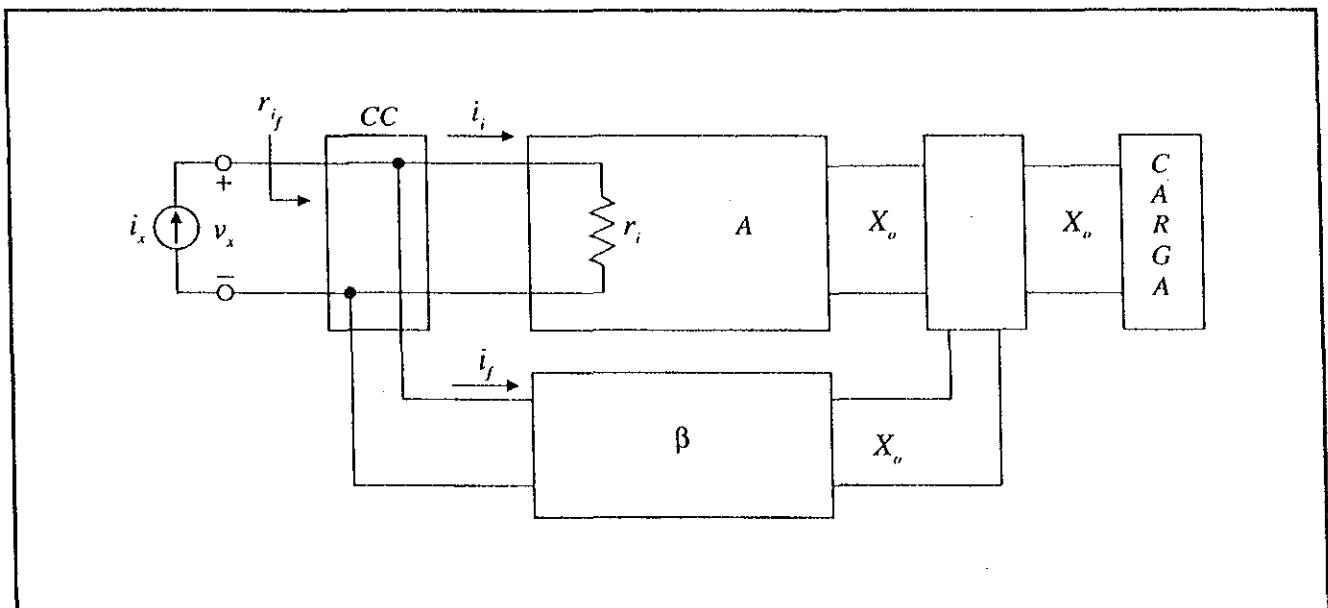
$$v_x = v_i + \beta A v_i = (1 + \beta A) v_i$$

como  $i_x = v_i / r_i$ , resulta:

$$r_{if} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{(1 + \beta A) v_i}{v_i / r_i} = r_i (1 + \beta A)$$

$$r_{if} = r_i (1 + \beta A) \text{ cuando se tiene comparaci3n de voltaje}$$

ii) Resistencia de entrada cuando se tiene comparaci3n de corriente



Del circuito se tiene lo siguiente:

$$r_{if} = \frac{v_x}{i_x}$$

donde:

$$i_x = i_i + i_f ; i_f = \beta X_o ; X_o = A i_i$$

por lo tanto:

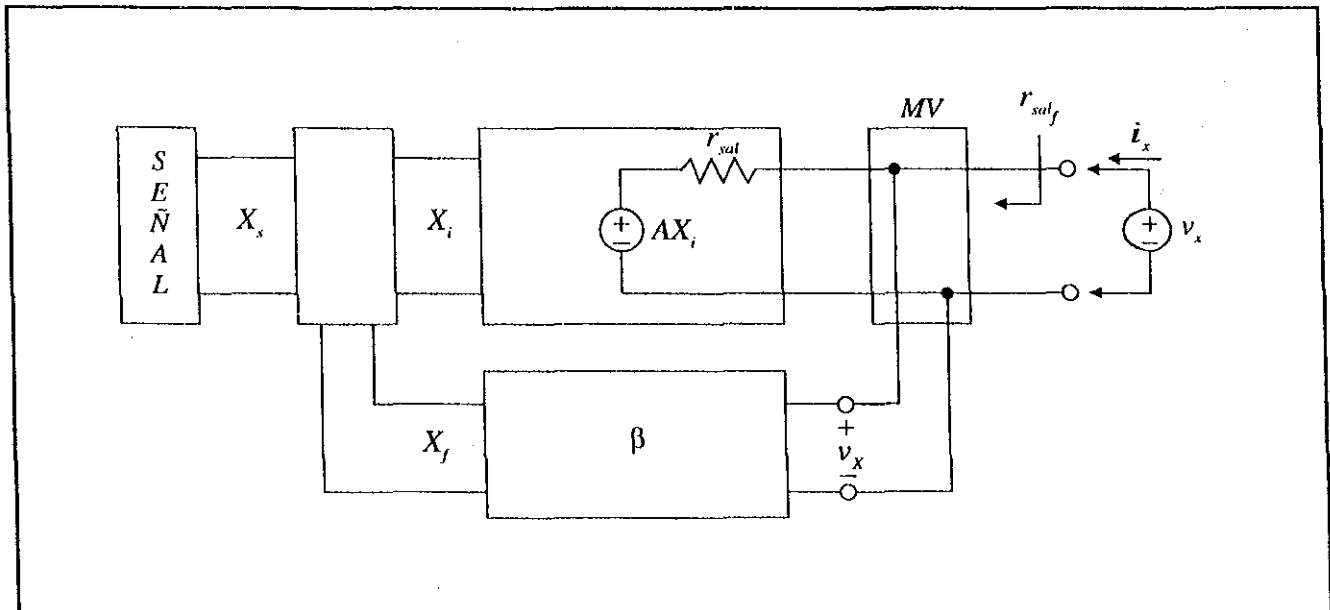
$$i_x = i_i + \beta A i_i = (1 + \beta A) i_i$$

como  $v_x = i_i r_i$ , resulta:

$$r_{if} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{i_i r_i}{(1 + \beta A) i_i} = \frac{r_i}{1 + \beta A}$$

$$r_{if} = \frac{r_i}{1 + \beta A} \text{ cuando se tiene comparación de corriente}$$

iii) Resistencia de salida cuando se tiene muestreo de voltaje



Del circuito se tiene lo siguiente:

$$r_{sal} = \left. \frac{v_x}{i_x} \right|_{X_s=0}$$

donde:

$$i_x = \frac{v_x - AX_i}{r_{sal}} ; X_i = X_s - X_f ; X_s = 0 ; X_f = \beta v_x$$

por lo tanto:

$$i_x = \frac{v_x - A(-\beta v_x)}{r_{sal}} = \frac{(1 + \beta A) v_x}{r_{sal}}$$

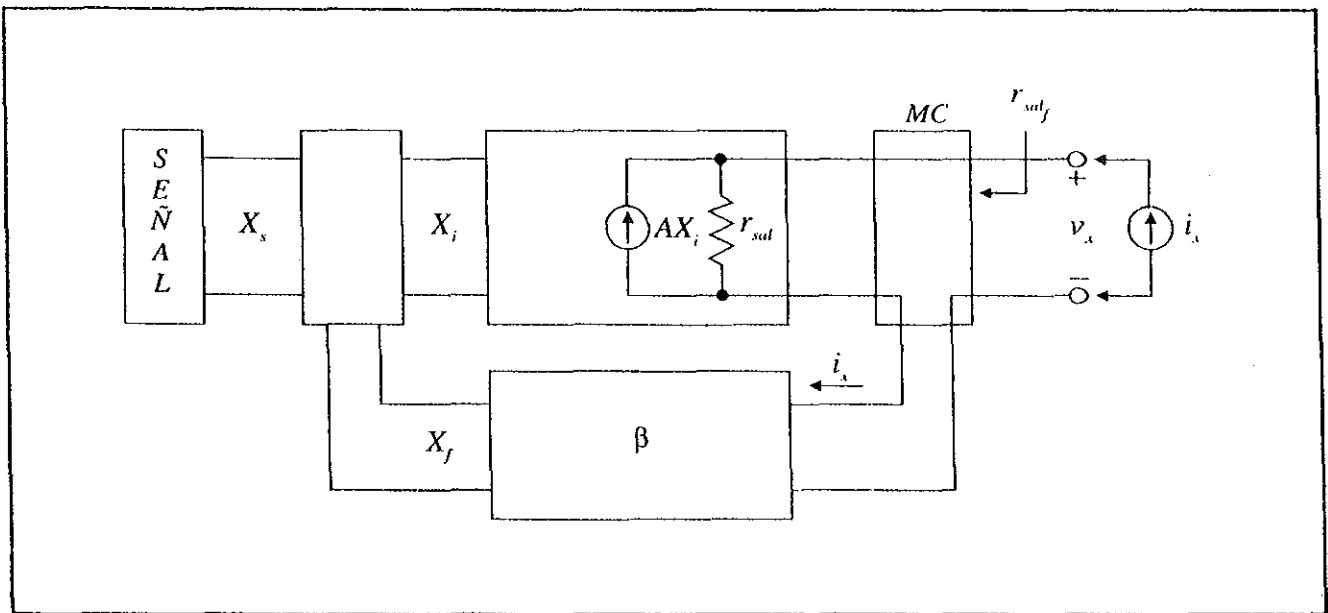


entonces:

$$r_{sal_f} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{v_x}{(1 + \beta A) v_x} = \frac{r_{sal}}{1 + \beta A}$$

$$r_{sal_f} = \frac{r_{sal}}{1 + \beta A} \text{ cuando se tiene muestreo de voltaje}$$

iv) Resistencia de salida cuando se tiene muestreo de corriente



Del circuito se tiene lo siguiente:

$$r_{sal_f} = \left. \frac{v_x}{i_x} \right|_{X_s=0}$$

donde:

$$v_x = (AX_i + i_x) r_{sal} ; X_i = X_s - X_j ; X_s = 0 ; X_j = -\beta i_x$$

por lo tanto:

$$v_x = (A(-\beta i_x) + i_x) r_{sal} = (\beta A + 1) i_x r_{sal}$$

entonces:

$$r_{sal_f} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{(1 + \beta A) i_x r_{sal}}{i_x} = r_{sal} (1 + \beta A)$$

$$r_{sal_f} = r_{sal} (1 + \beta A) \text{ cuando se tiene muestreo de corriente}$$

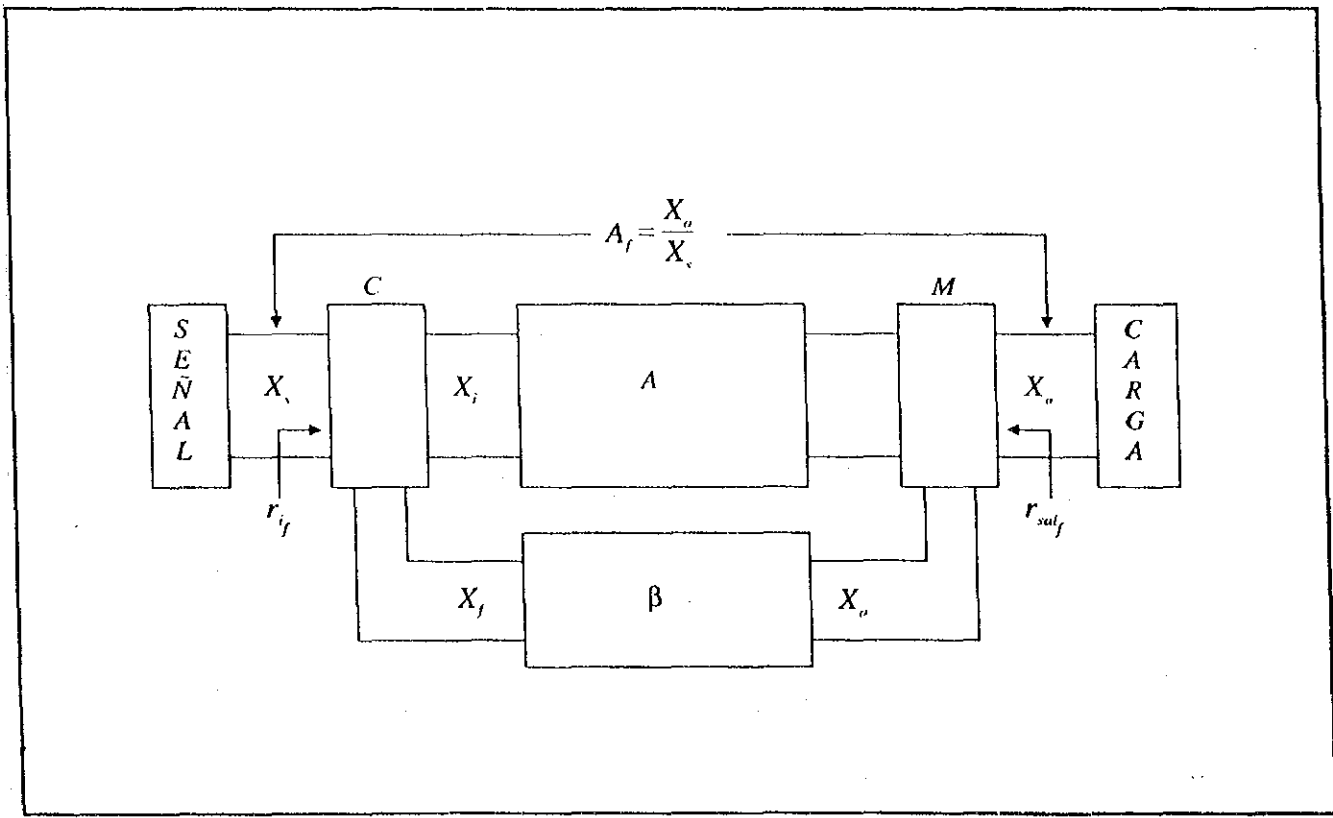
### VIII.6 EL AMPLIFICADOR RETROALIMENTADO REAL

Hasta el momento se ha supuesto que el bloque "β" se comporta idealmente, esto es, que sus resistencias de entrada y de salida son:

- i) Resistencia de *entrada* = ∞ cuando hay *muestreo de voltaje*.
- ii) Resistencia de *entrada* = 0 Ω cuando hay *muestreo de corriente*.
- iii) Resistencia de *salida* = 0 Ω cuando hay *comparación de voltaje*.
- iv) Resistencia de *salida* = ∞ cuando hay *comparación de corriente*.

En un sistema retroalimentado real lo anterior no se cumple, por lo cual es necesario incluir en el análisis de dichos sistemas, el valor de las resistencias de entrada ( $r_{i_\beta}$ ) y salida ( $r_{sal_\beta}$ ) del bloque "β", considerando sus **efectos de carga** sobre el bloque "A".

Las expresiones obtenidas en las secciones anteriores para los sistemas retroalimentados, se siguen cumpliendo aún al considerar los efectos de carga del bloque "β" sobre el bloque "A". La única diferencia será el valor obtenido en cada expresión:



### Amplificador Retroalimentado Ideal

$$A_f = \frac{A}{1 + \beta A}$$

$$r_{i_f} = r_i (1 + \beta A) \text{ para CV}$$

$$r_{i_f} = r_i / (1 + \beta A) \text{ para CC}$$

$$r_{s_{at}_f} = r_{s_{at}} (1 + \beta A) \text{ para MC}$$

$$r_{s_{at}_f} = r_{s_{at}} / (1 + \beta A) \text{ para MV}$$

### Amplificador Retroalimentado Real

$$A_f = \frac{A^*}{1 + \beta A^*}$$

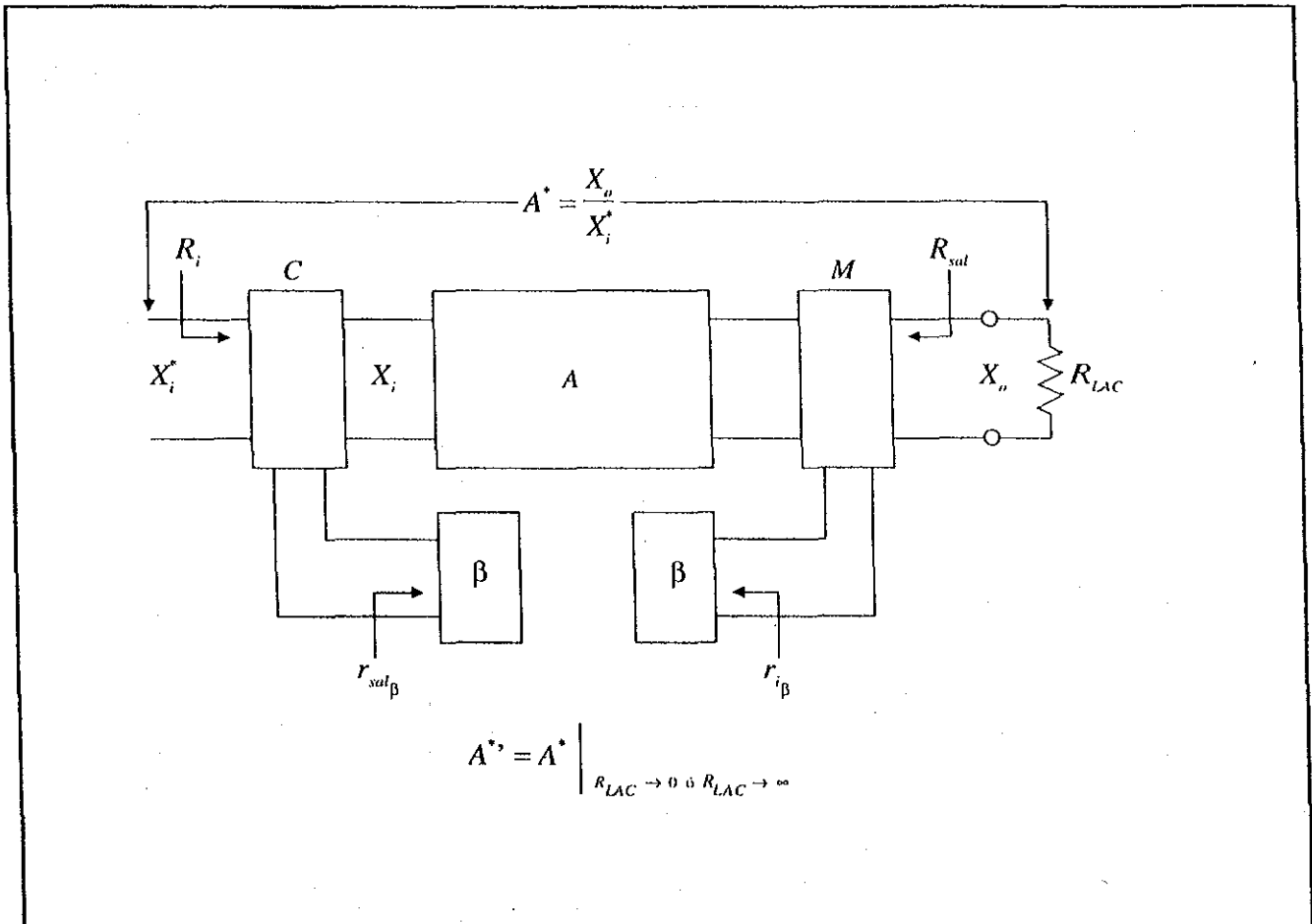
$$r_{i_f} = R_i (1 + \beta A^*) \text{ para CV}$$

$$r_{i_f} = R_i / (1 + \beta A^*) \text{ para CC}$$

$$r_{s_{at}_f} = R_{s_{at}} (1 + \beta A^*) \text{ para MC}$$

$$r_{s_{at}_f} = R_{s_{at}} / (1 + \beta A^*) \text{ para MV}$$

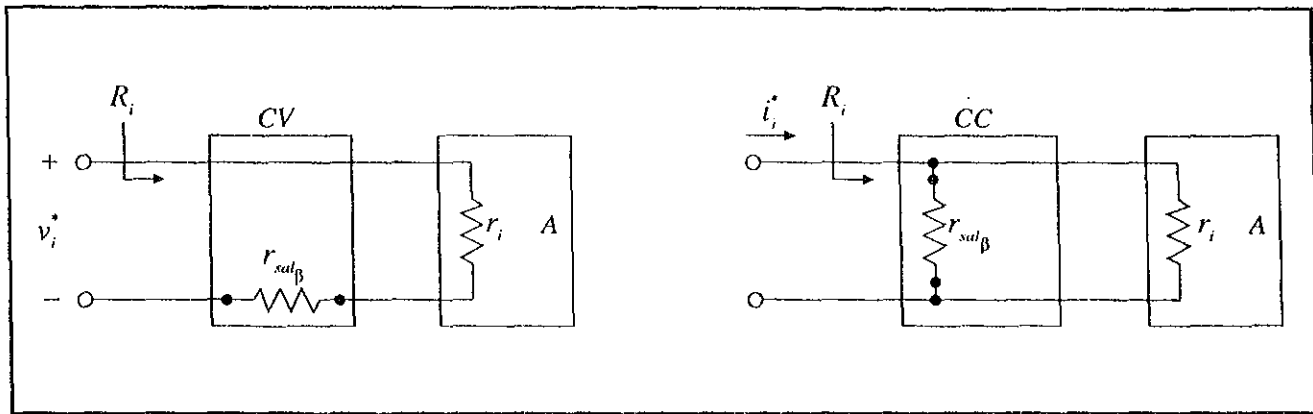
donde, para el amplificador *sin retroalimentar*, se definen los siguientes parámetros:



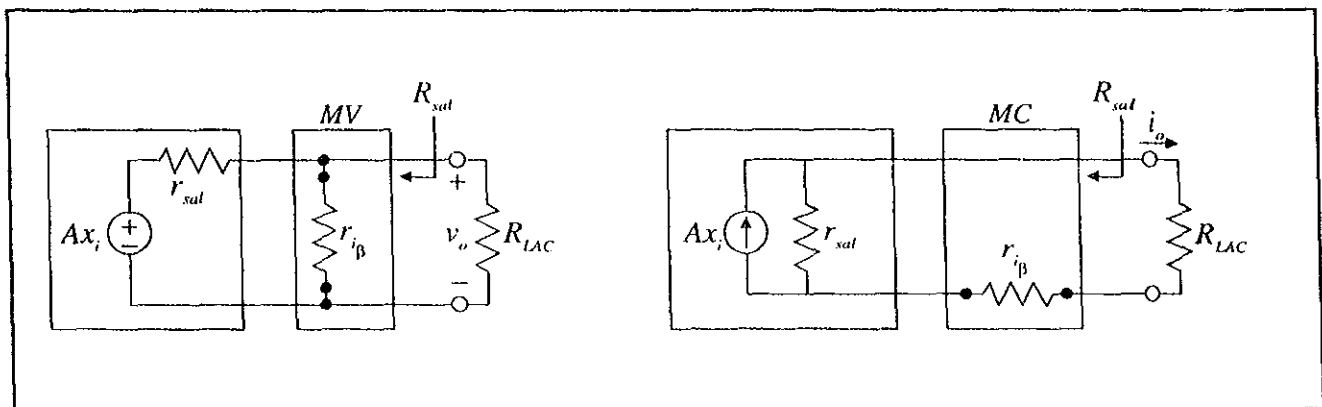
$A^*$  → Ganancia del bloque "A" considerando los efectos de carga del bloque "β" ( $r_{i_\beta}$  y  $r_{s_{at}_\beta}$ )

$A^*$  → Ganancia del bloque "A" considerando los efectos de carga del bloque "β" ( $r_{i_\beta}$  y  $r_{s_{at}_\beta}$ ) sin considerar la resistencia de carga del sistema

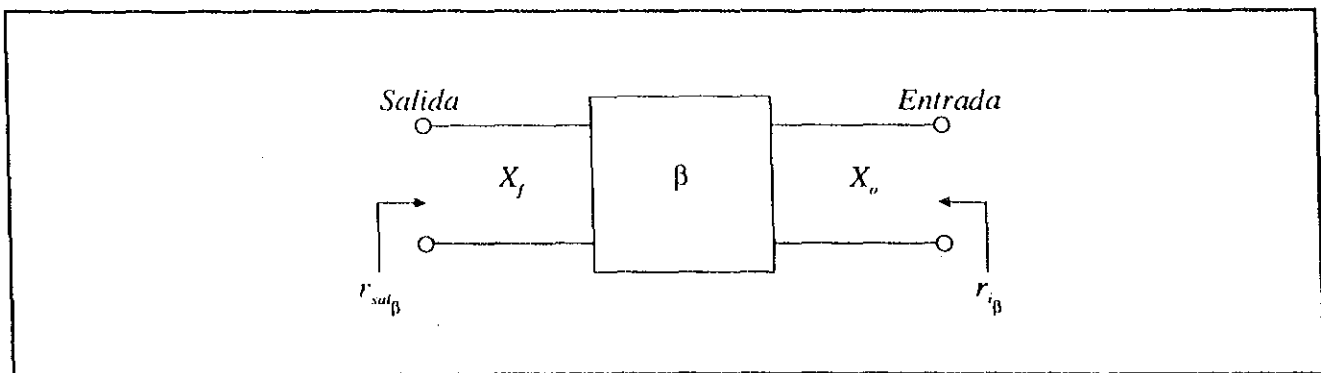
$R_i$  → Resistencia que presenta el bloque "A" a la entrada, junto con los efectos de carga del bloque "β" ( $r_{sal\beta}$ )



$R_{sal}$  → Resistencia que presenta el bloque "A" a la salida, junto con los efectos de carga del bloque "β" ( $r_{i\beta}$ )

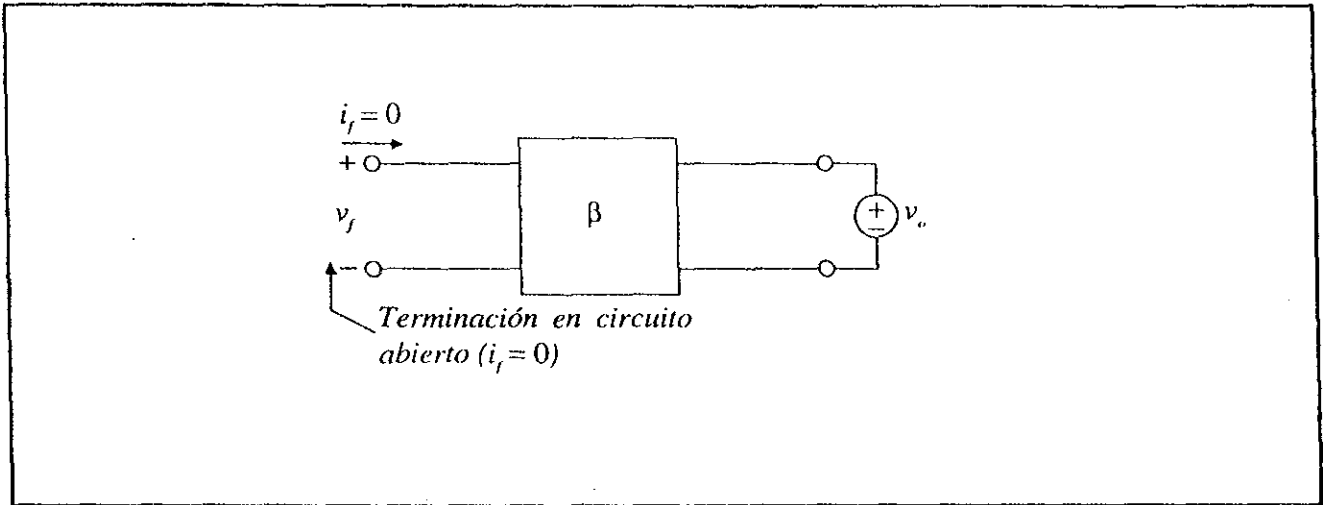


### VIII.6.1 Análisis del bloque "β"

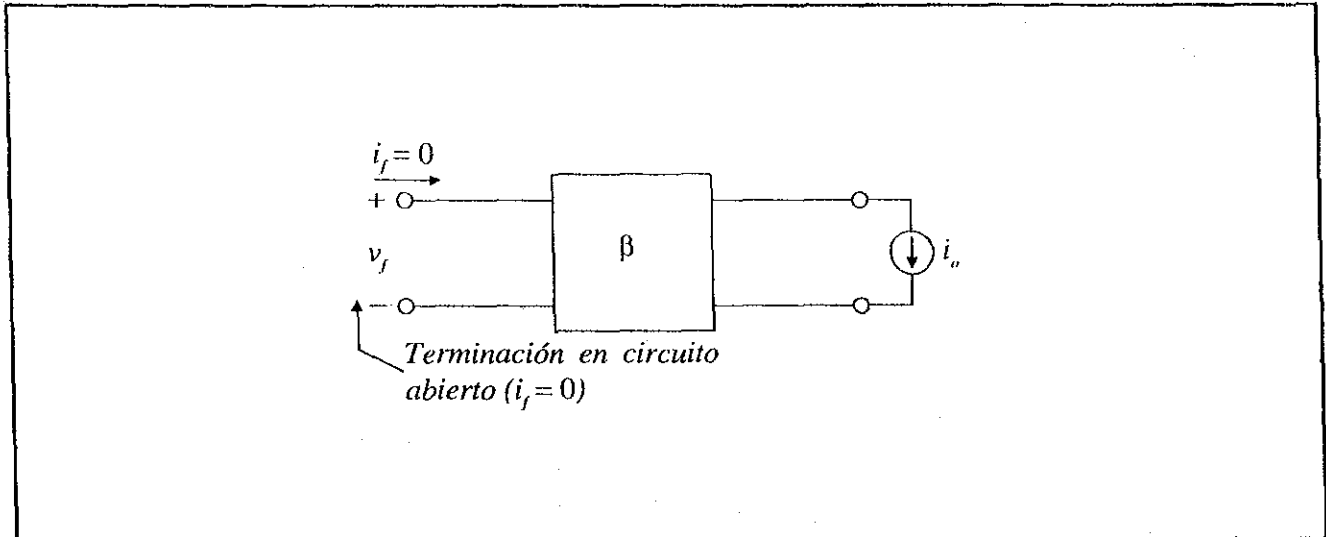


La función de transferencia del bloque "β" se calcula como la relación  $X_f/X_o$ , aplicando una fuente de prueba a la entrada (de voltaje o corriente según el tipo de muestreo) y dándole una terminación a la salida, (dependiendo del tipo de amplificador y del bloque de comparación) la cual podrá ser:

i) *Circuito abierto* cuando la *comparación* es de *voltaje*

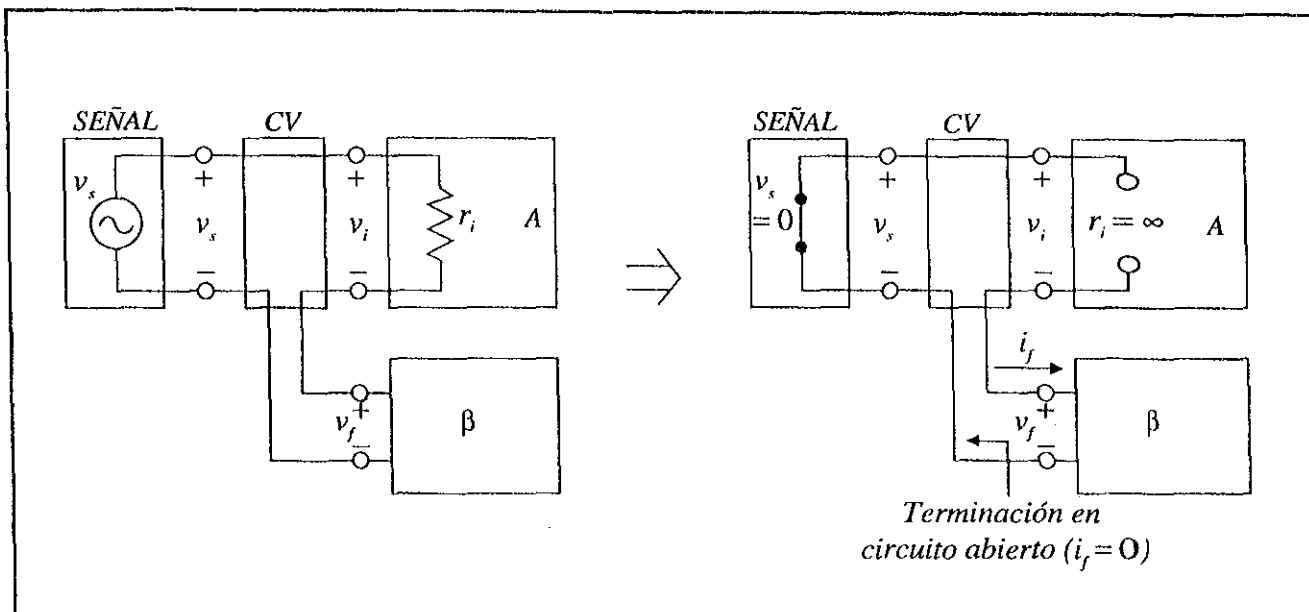


$$\beta = \left. \frac{v_f}{v_o} \right|_{i_f=0} \text{ para comparación de voltaje y muestreo de voltaje}$$

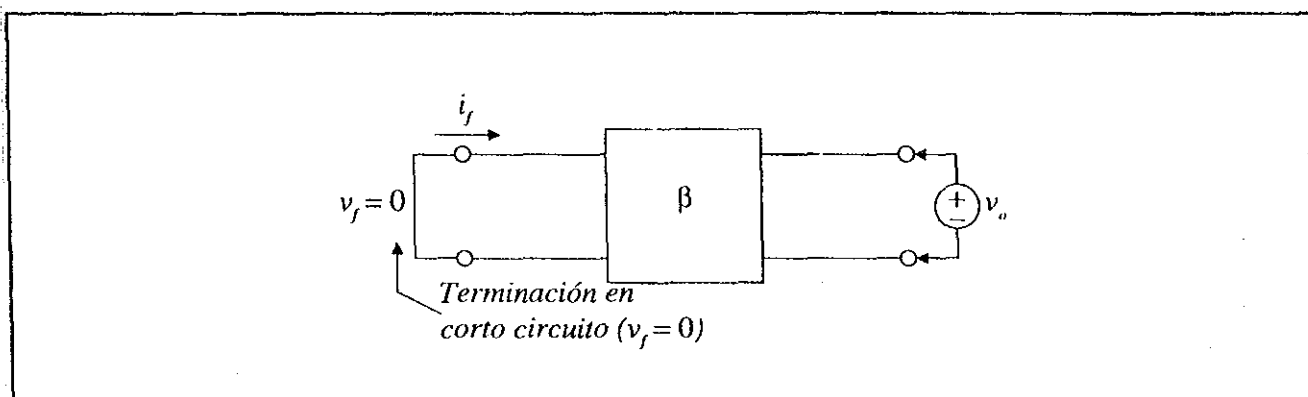


$$\beta = \left. \frac{v_f}{i_o} \right|_{i_f=0} \text{ para comparación de voltaje y muestreo de corriente}$$

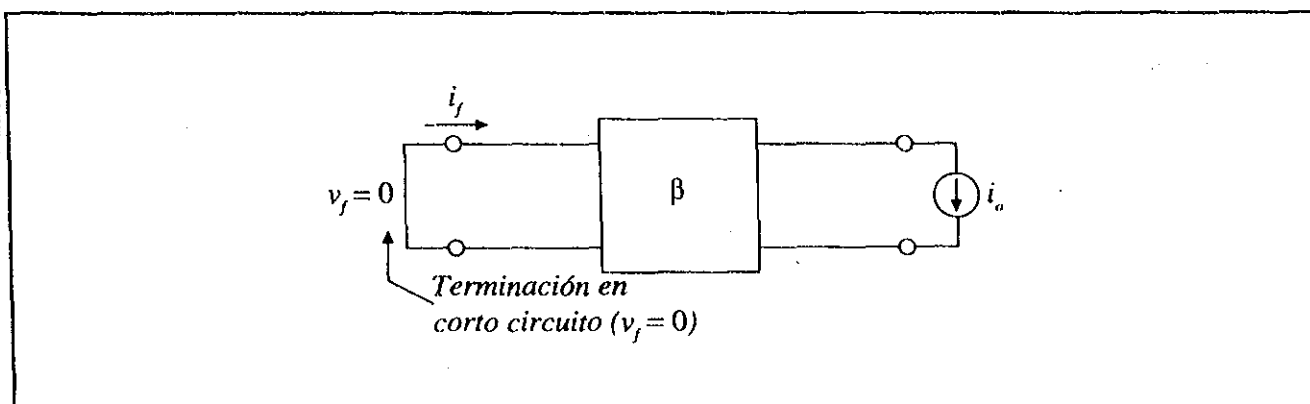
La terminación es en circuito abierto ( $i_f = 0$ ) debido a que, idealmente, ésta es la impedancia que le presenta la entrada del bloque "A", a través del bloque de **comparación de voltaje** cuando la **fente de señal de voltaje se pasiva** ( $v_s = 0$ ).



ii) Corto circuito cuando la comparación es de corriente

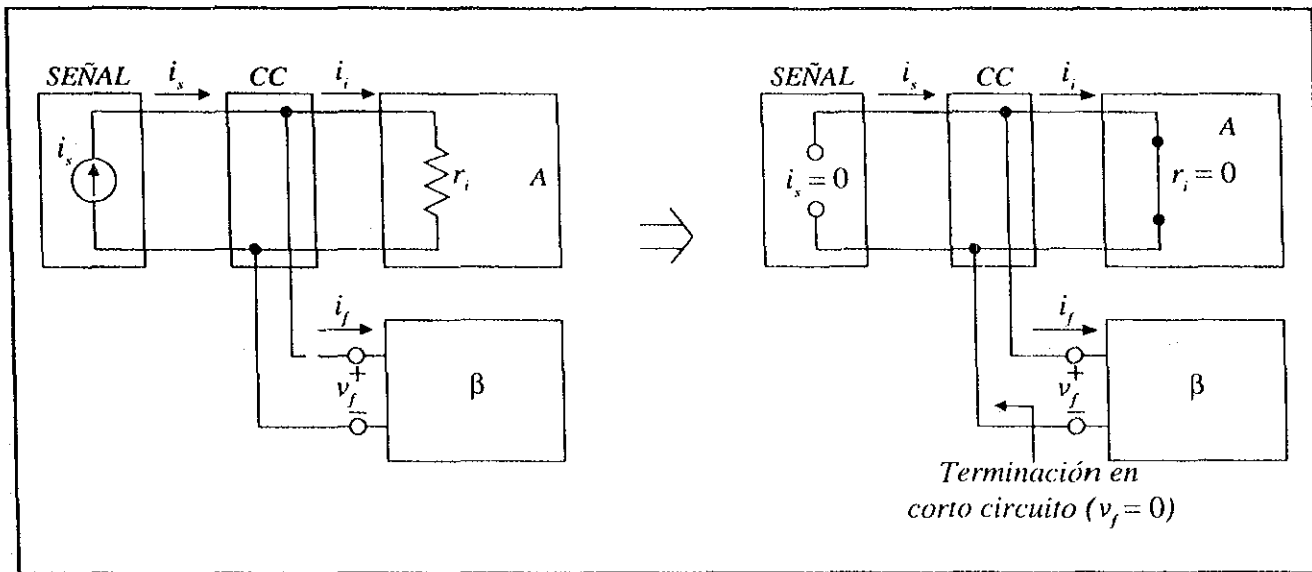


$$\beta = \left. \frac{i_f}{v_o} \right|_{v_f=0} \text{ para comparación de corriente y muestreo de voltaje}$$

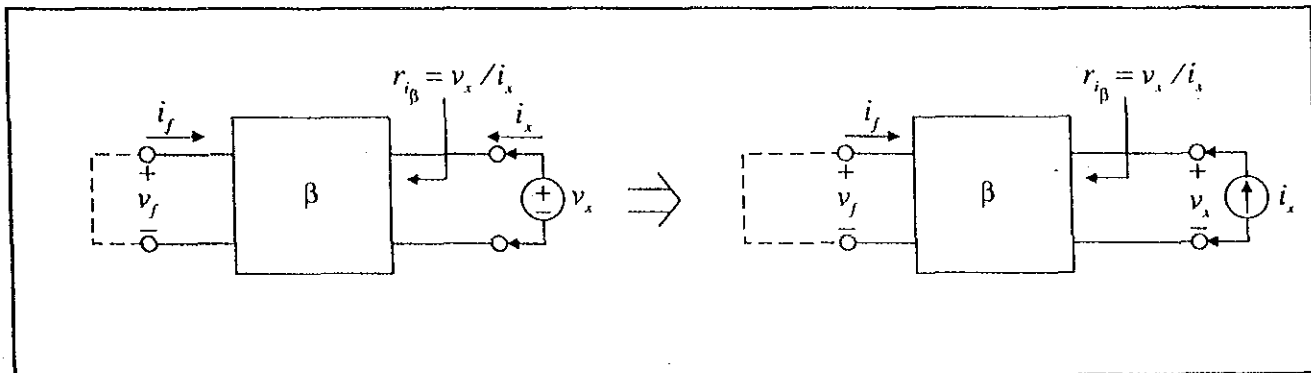


$$\beta = \left. \frac{i_f}{i_o} \right|_{v_f=0} \quad \text{para comparación de corriente y muestreo de corriente}$$

La terminación es en corto circuito ( $v_f = 0$ ) debido a que, idealmente, ésta es la impedancia que le presenta el bloque "A", a través del bloque de **comparación de corriente** cuando la **fente de señal de corriente se pasiva** ( $i_s = 0$ ).



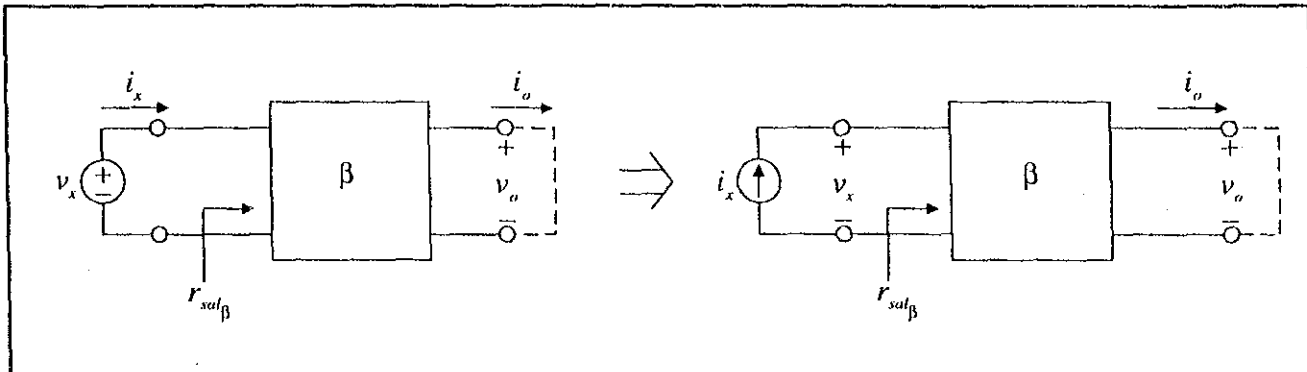
La resistencia de entrada  $r_{i\beta}$  se calcula aplicando una fuente de prueba a la **entrada** del bloque "beta" y dándole una terminación a la salida, de la misma forma que en el cálculo de la función de transferencia de "beta".



$$r_{i\beta} = \left. \frac{v_x}{i_x} \right|_{i_f=0} \quad \text{para comparación de voltaje}$$

$$r_{i\beta} = \left. \frac{v_x}{i_x} \right|_{v_f=0} \quad \text{para comparación de corriente}$$

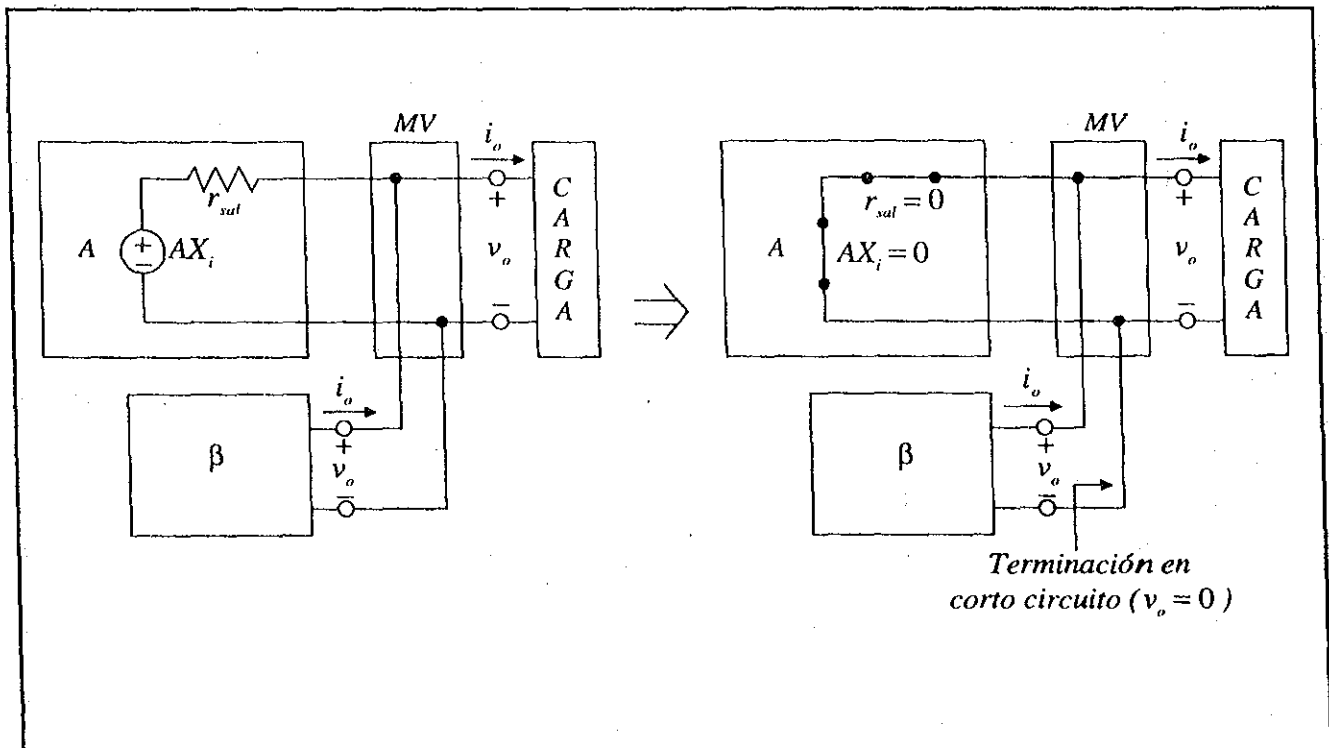
La resistencia de salida  $r_{sal\beta}$  se calcula aplicando una fuente de prueba a la salida del bloque "β", y dándole una terminación a la entrada dependiendo del tipo de *muestreo* que se tenga.



$$r_{sal\beta} = \frac{v_x}{i_x} \Big|_{v_o=0} \quad \text{para muestreo de voltaje}$$

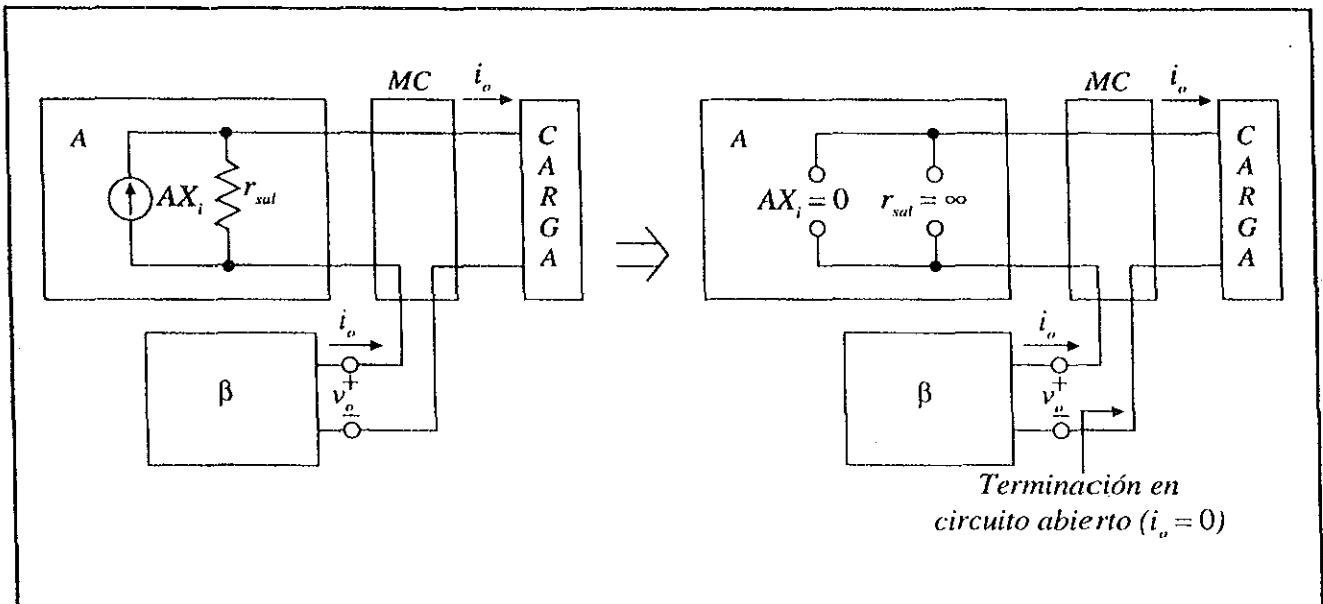
$$r_{sal\beta} = \frac{v_x}{i_x} \Big|_{i_o=0} \quad \text{para muestreo de corriente}$$

Para muestreo de voltaje, la terminación es corto circuito debido a que, idealmente, ésta es la impedancia que le presenta el bloque "A", a través del bloque de *muestreo de voltaje* cuando la *fuerza de señal de entrada al bloque "A" se pasiva* ( $X_i = 0$ ).

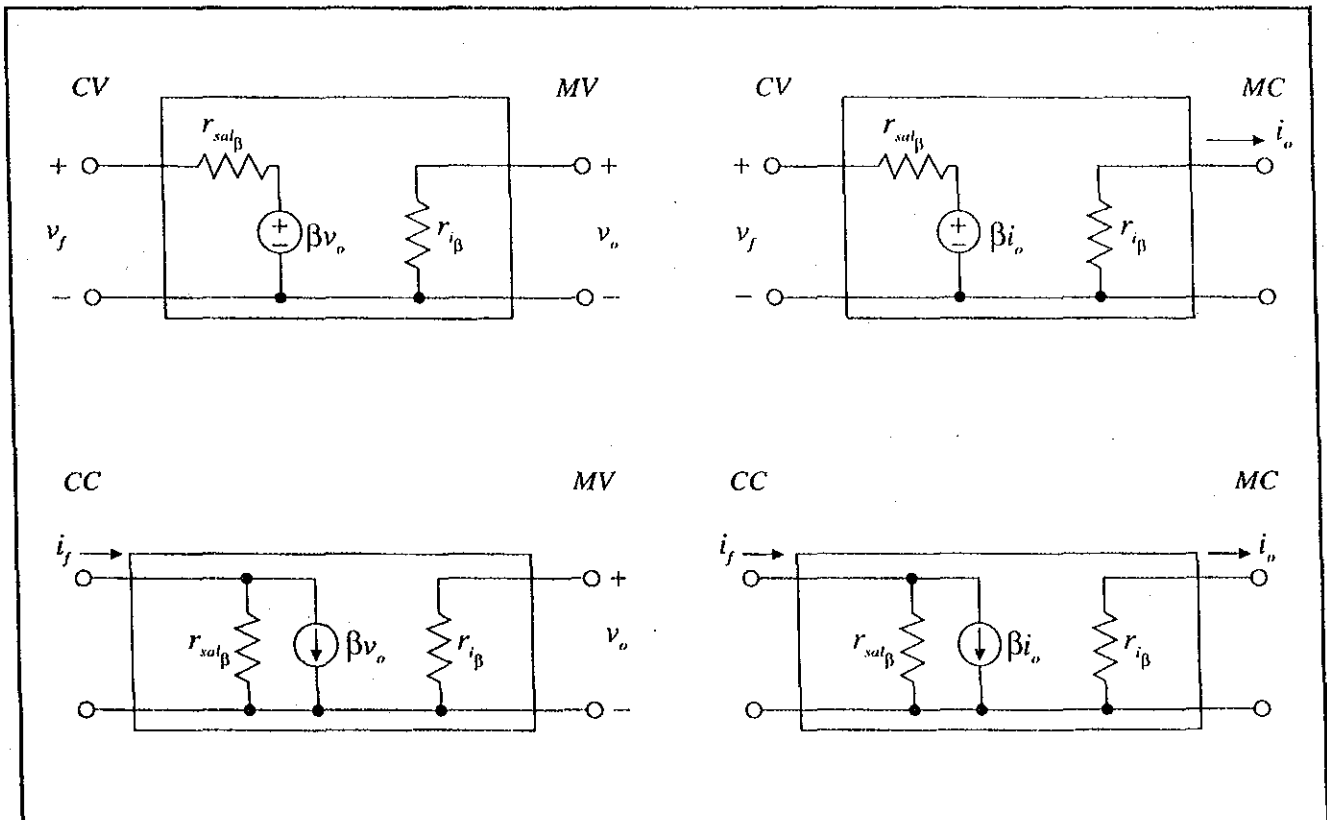




Para muestreo de corriente, la terminación es circuito abierto debido a que, idealmente, ésa es la impedancia que le presenta el bloque "A", a través del bloque de muestreo de corriente cuando la fuente de señal de entrada al bloque "A" se pasiva ( $X_i = 0$ ).



Los cuatro modelos posibles del bloque "β" son:



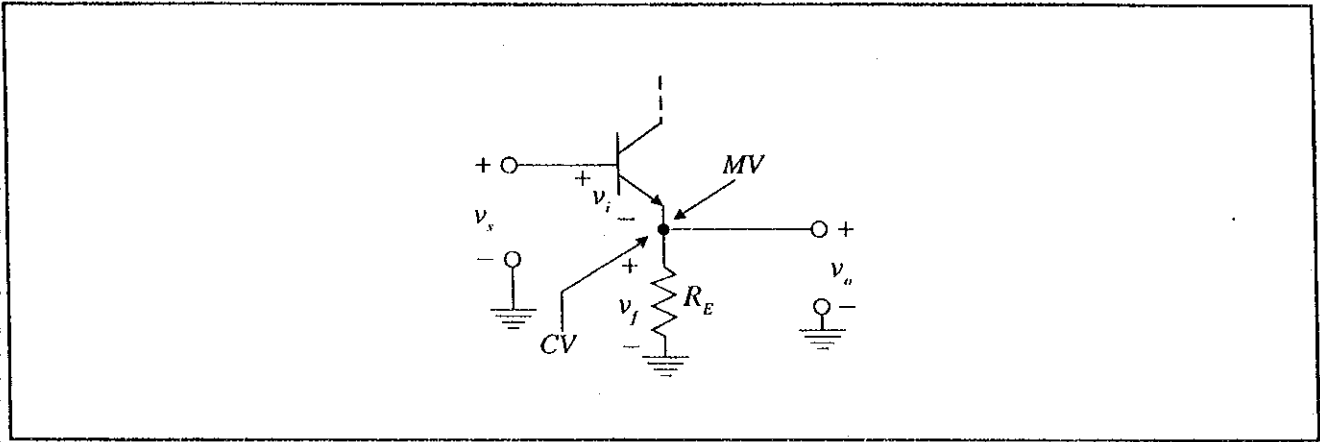
## VIII.6.2 Identificación de los puntos de muestreo y comparación en circuitos con transistores

### TRANSISTOR BIPOLAR DE UNIÓN (BJT)

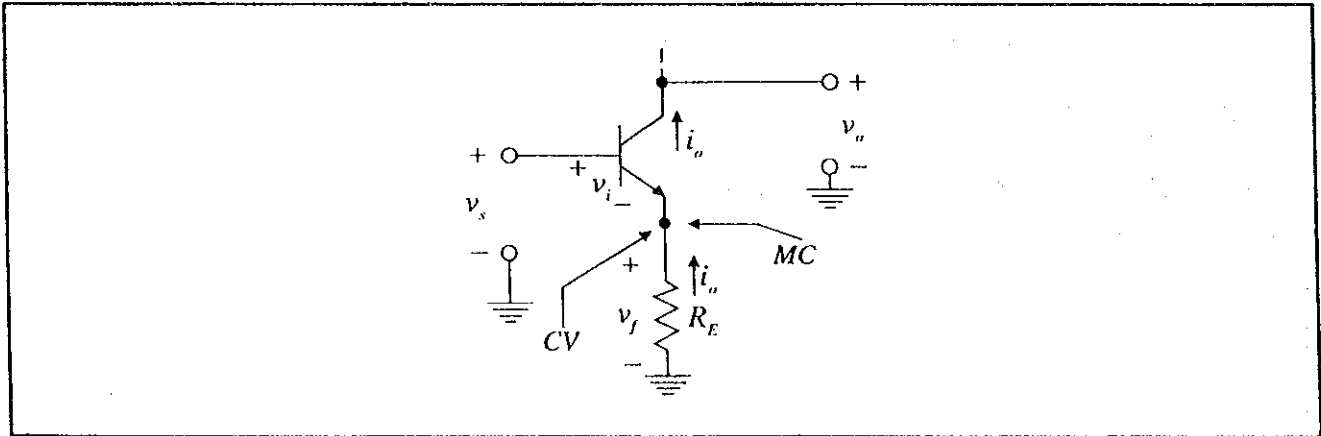
De acuerdo con el funcionamiento del transistor bipolar, el cual consiste en **controlar la corriente de colector mediante el voltaje base-emisor**, se pueden tener dos tipos de retroalimentación:

1. *Retroalimentación local*. Se presenta cuando existe la resistencia de emisor  $R_E$ , teniendo los siguientes dos casos:

a) El voltaje de salida  $v_o$  se define en el emisor.



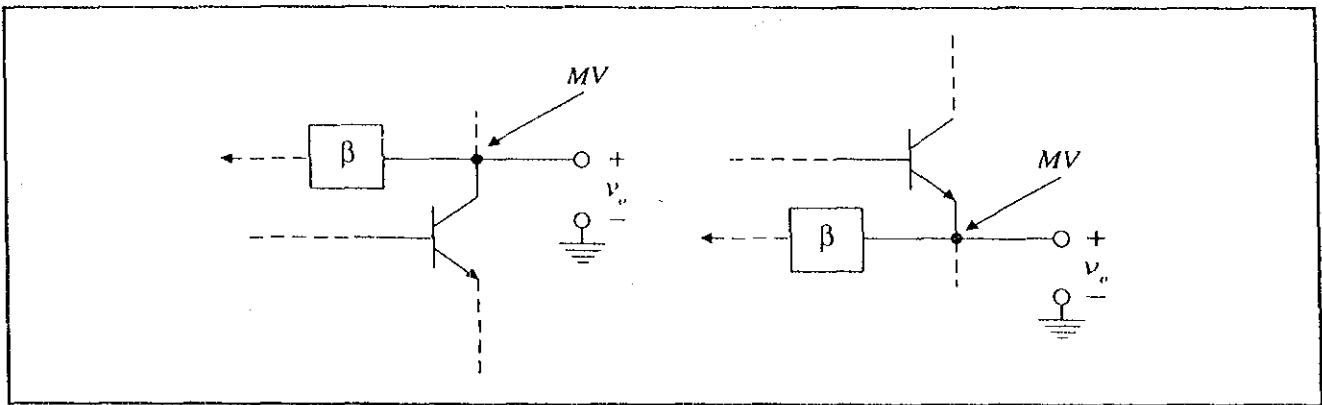
b) El voltaje de salida  $v_o$  se define en el colector.



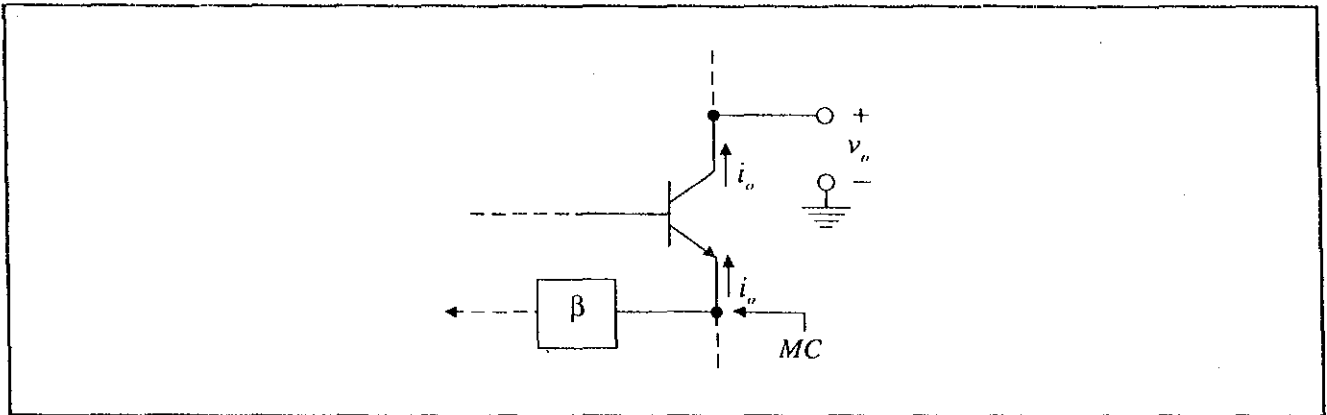
2. *Retroalimentación global o externa*. Se presenta cuando existe(n) algún(os) elemento(s) conectado(s) entre dos nodos de un mismo transistor o de varios transistores.

#### Tipo de muestreo:

a) Si el punto de muestreo coincide con la definición del voltaje de salida, el muestreo es de **voltaje**, independientemente del nodo del transistor (emisor o colector).



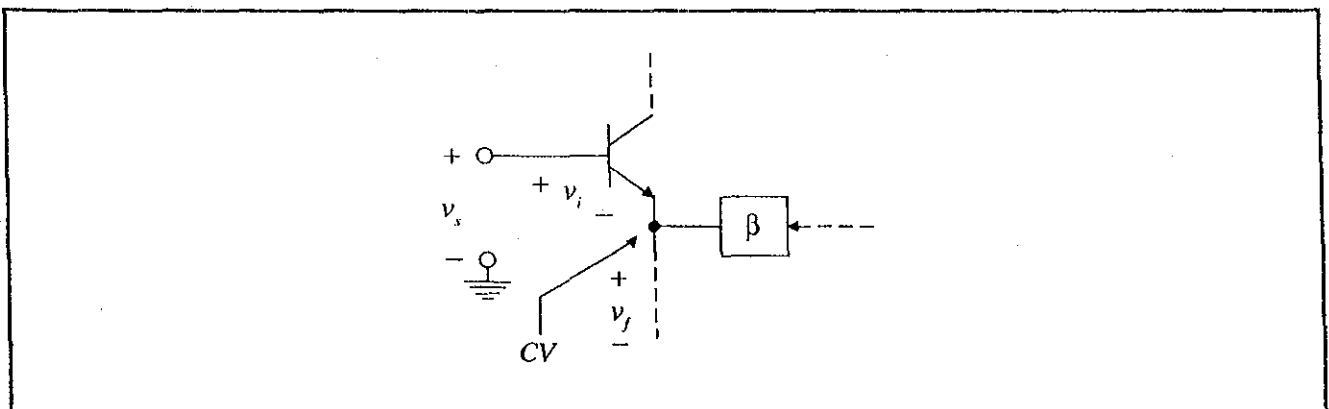
b) Si lo anterior no se cumple, el punto de muestreo sólo se podrá encontrar en el emisor y será muestreo de corriente.



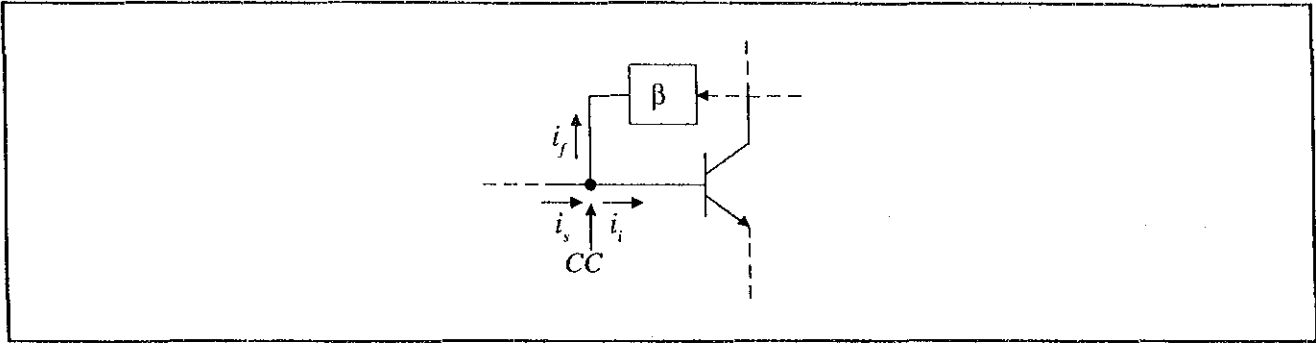
c) La base queda excluida como punto de muestreo.

**Tipo de comparación:**

a) Si el punto de comparación se encuentra en el emisor, la comparación es de **voltaje**.



b) Si el punto de comparación está en la base, la comparación es de **corriente**.



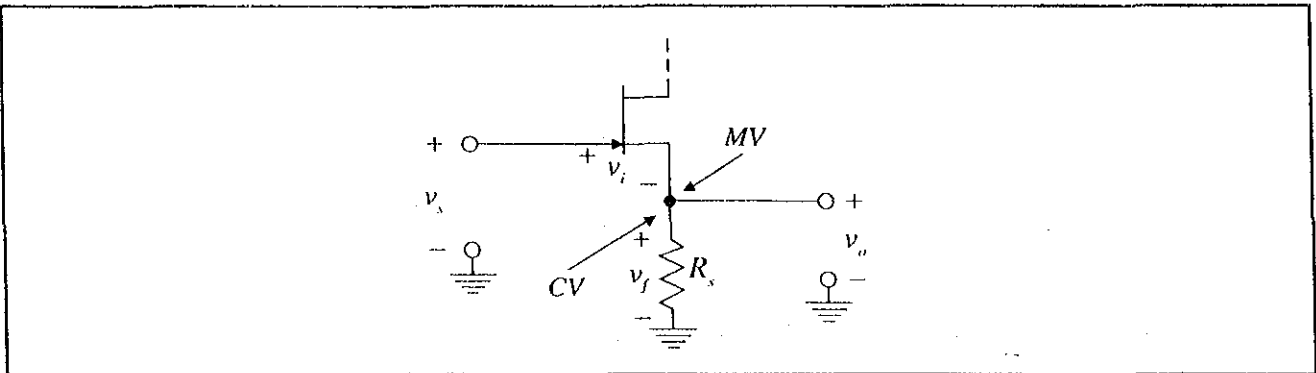
c) El colector queda excluido como punto de comparación.

### TRANSISTOR DE EFECTO DE CAMPO (JFET Y MOSFET)

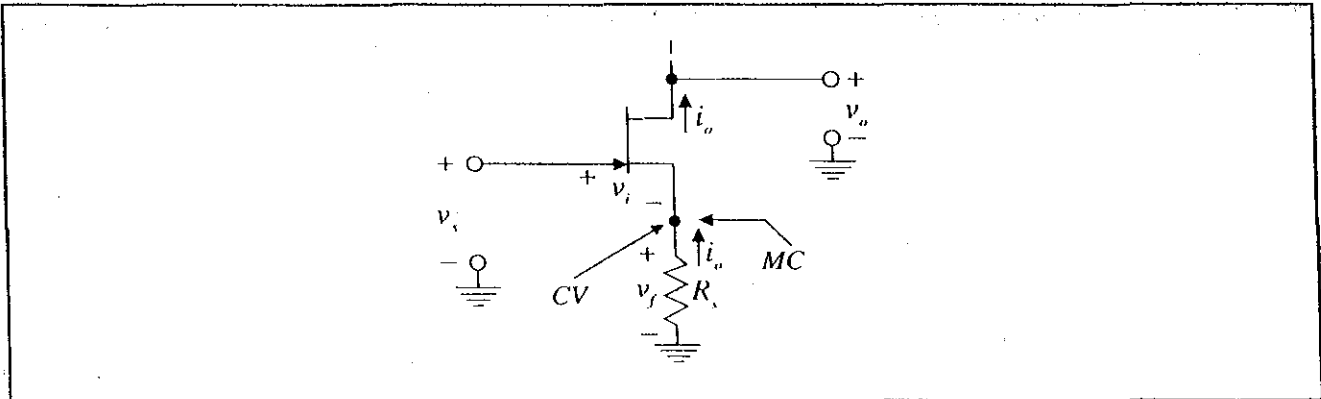
El transistor de efecto de campo es un dispositivo que **controla la corriente de drain mediante el voltaje gate-source**, por lo que se pueden tener los siguientes tipos de retroalimentación:

1. *Retroalimentación local*. Se presenta cuando existe la resistencia de source  $R_s$ , teniendo los siguientes dos casos:

a) El voltaje de salida  $v_o$  se define en la terminal de source:



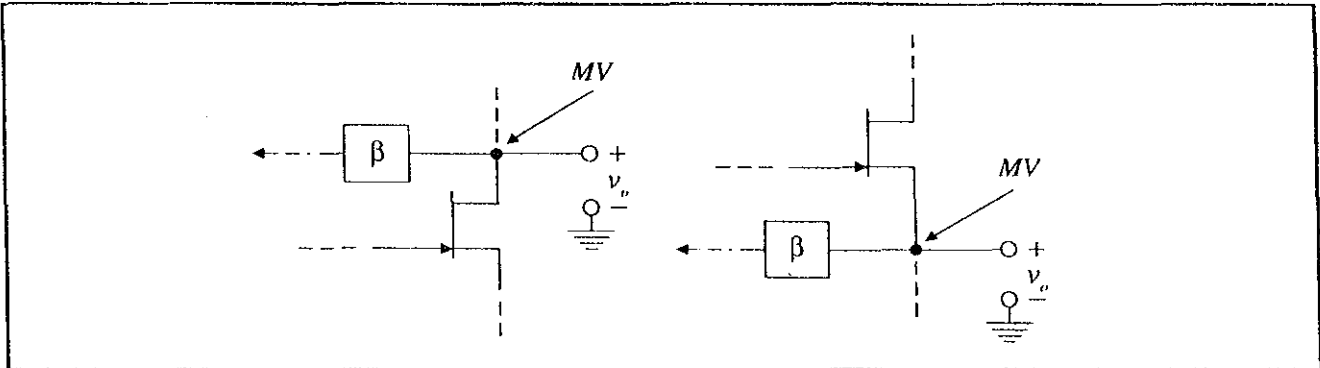
b) El voltaje de salida  $v_o$  se define en la terminal de drain:



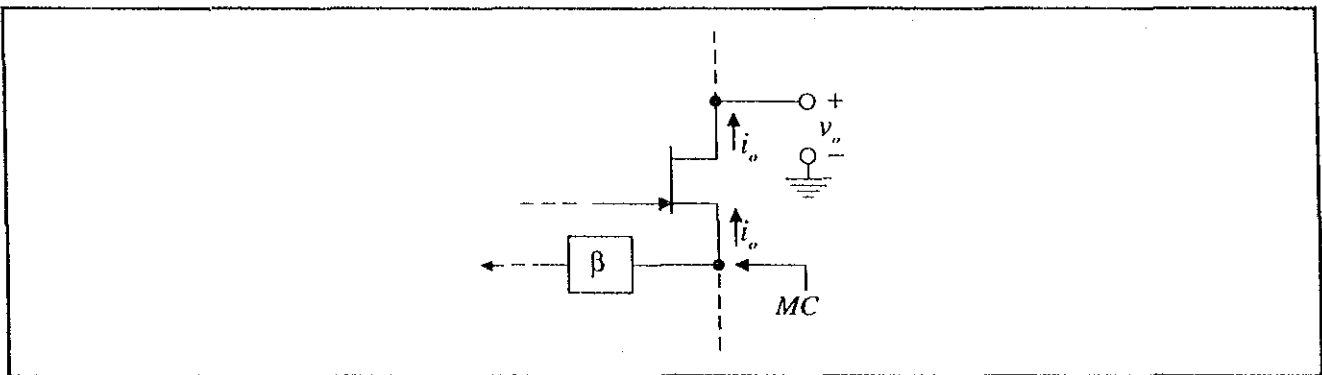
2. *Retroalimentación global o externa.* Se presenta cuando existe(n) algún(os) elemento(s) conectado(s) entre dos nodos de un mismo transistor o de varios transistores.

**Tipo de muestreo:**

a) Si el punto de muestreo coincide con la definición del voltaje de salida, el muestreo es de **voltaje** independientemente del nodo del transistor (source o drain).



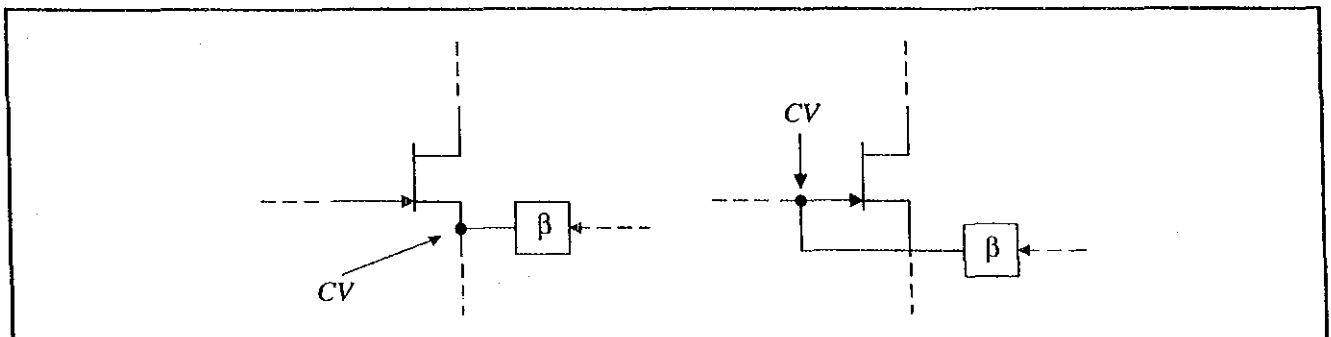
b) Si lo anterior no se cumple, el punto de muestreo sólo podrá encontrarse en la terminal de source y será muestreo de **corriente**.



c) La terminal de gate queda excluida como punto de muestreo.

**Tipo de comparación:**

Para un transistor de efecto de campo, sólo puede existir comparación de voltaje y será en la terminal de source o en la terminal de gate, quedando excluida la terminal de drain como punto de comparación.



### VIII.6.3 Método de análisis aproximado para amplificadores retroalimentados reales

A continuación se presenta un método de análisis aproximado para amplificadores retroalimentados reales. Este método es aproximado porque **al calcular las resistencias  $r_{i\beta}$  y  $r_{sal\beta}$  del bloque "β" (únicamente en esos casos), se considerará que las resistencias de entrada ( $r_i$ ) y salida ( $r_{sal}$ ) del bloque "A" son ideales de acuerdo al tipo de amplificador representado por este bloque.** Esta consideración es necesaria para simplificar el análisis de los sistemas retroalimentados, sin embargo, podrá comprobarse posteriormente que dicha consideración no introduce errores significativos, y constituye una buena aproximación al comportamiento real del sistema.

Los pasos propuestos para este método de análisis son los siguientes:

#### I. Sistema retroalimentado

1. Dibujar el diagrama electrónico propuesto en AC.
2. Identificar los puntos y tipos de muestreo y comparación.
3. Dibujar la topología del circuito retroalimentado (diagrama electrónico agrupado en los bloques definidos para un sistema retroalimentado). La resistencia de carga y las resistencias de polarización de entrada se deben dibujar fuera de los bloques del sistema retroalimentado.

#### II. Sistema sin retroalimentación (Se abre la retroalimentación como un paso auxiliar en el análisis del sistema)

4. Aislar el bloque "β" y calcular  $X_f/X_o$ ,  $r_{i\beta}$  y  $r_{sal\beta}$ .
5. Dibujar el **circuito auxiliar** resultante en **pequeña** señal (este circuito consiste del circuito en pequeña señal del bloque "A", incluyendo además a las resistencias  $r_{i\beta}$  y  $r_{sal\beta}$  como **efectos de carga**).
6. Calcular:  $A^* = X_o/X_i^*$ ,  $A'^* = A^* \left|_{R_{LAC} \rightarrow 0 \text{ ó } R_{LAC} \rightarrow \infty} \right.$ ;  $R_i$  y  $R_{sal}$ .

#### III. Sistema retroalimentado tomando en cuenta los efectos de carga

7. Calcular:  $D = 1 + \beta A^*$  y  $D' = 1 + \beta A'^*$

8. Calcular:  $A_f = \frac{A^*}{1 + \beta A^*} = \frac{A^*}{D}$

$$A'_f = \frac{A'^*}{1 + \beta A'^*} = \frac{A'^*}{D'}$$

$$r_{if} = R_i D \text{ para CV}$$

$$r_{if} = R_i / D \text{ para CC}$$

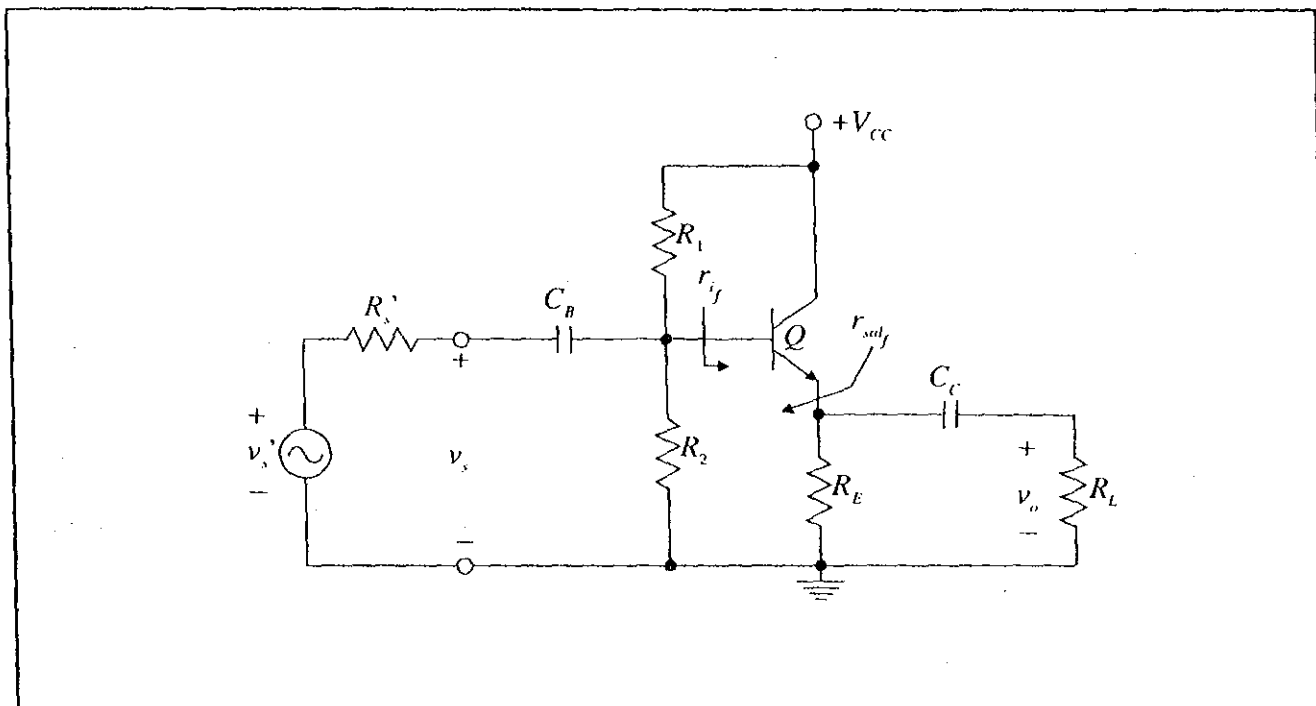
$$r_{saf} = R_{sal} D' \text{ para MC}$$

$$r_{saf} = R_{sal} / D' \text{ para MV}$$

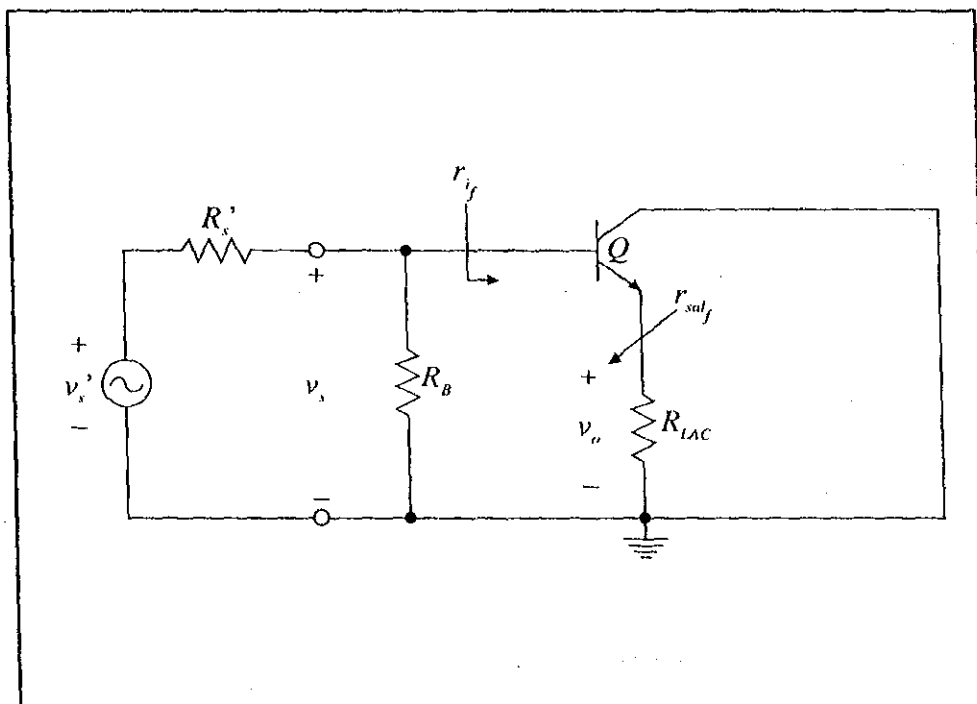
La explicación para cada paso del método de análisis, se hará mediante tres ejemplos diferentes:

**Ejemplo I.** Análisis de un amplificador con un transistor en configuración de colector común. Calcular  $A_f$ ,  $r_{i_f}$  y  $r_{sal_f}$ .

Circuito Propuesto



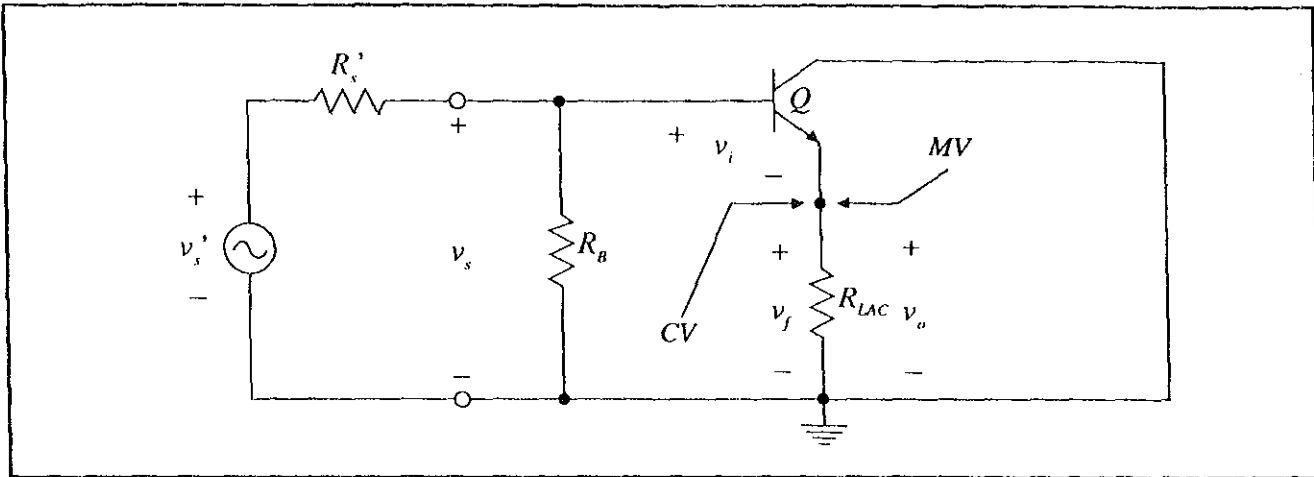
Paso 1: Dibujar el diagrama electrónico propuesto en AC.



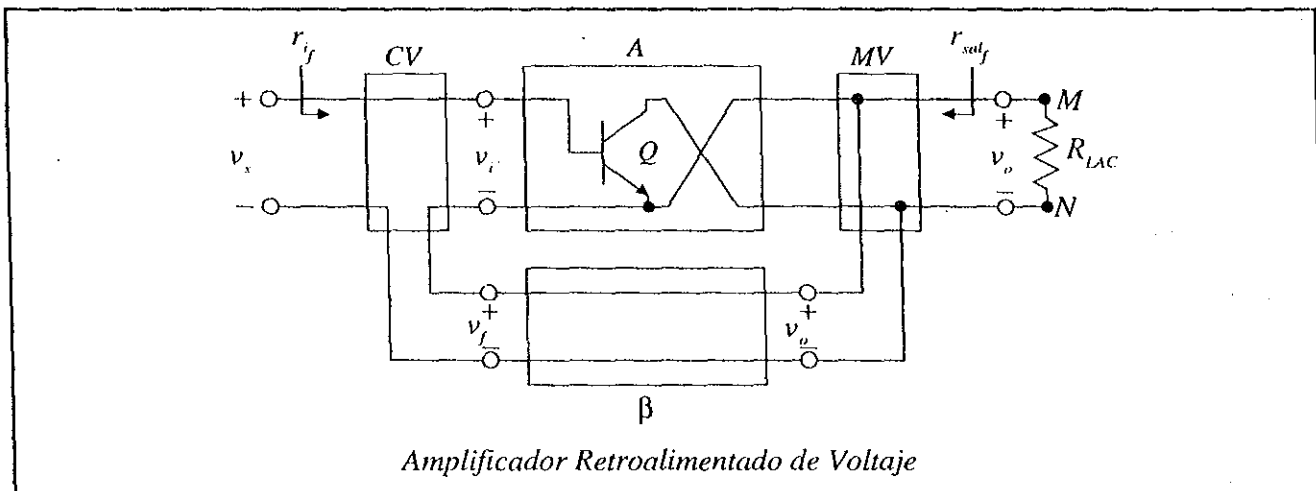
$$R_B = R_1 \parallel R_2$$

$$R_{LAC} = R_E \parallel R_L$$

Paso 2: Identificar los puntos y tipos de muestreo y comparación.

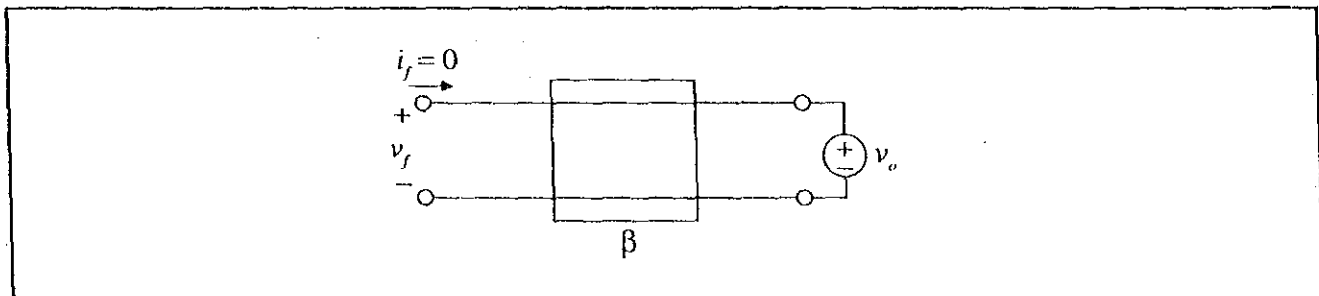


Paso 3: Dibujar la topología del circuito retroalimentado.



Paso 4: Aislar el bloque "β" y calcular  $\beta = X_f/X_o$ ,  $r_{i\beta}$  y  $r_{o\beta}$ .

- Cálculo de  $\beta$ :



$$\beta = \left. \frac{v_f}{v_o} \right|_{i_f=0} \text{ por ser comparación de voltaje.}$$



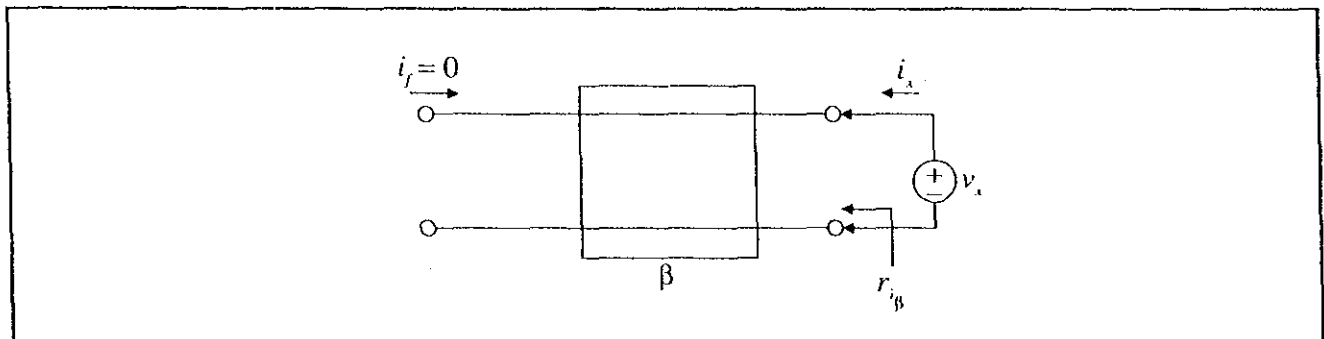
Del circuito:  $v_i = v_o$ , entonces:  $\beta = \frac{v_o}{v_i}$

$$\beta = 1.0$$

por lo tanto:

$$\beta = 1.0$$

- Cálculo de  $r_{i\beta}$ :

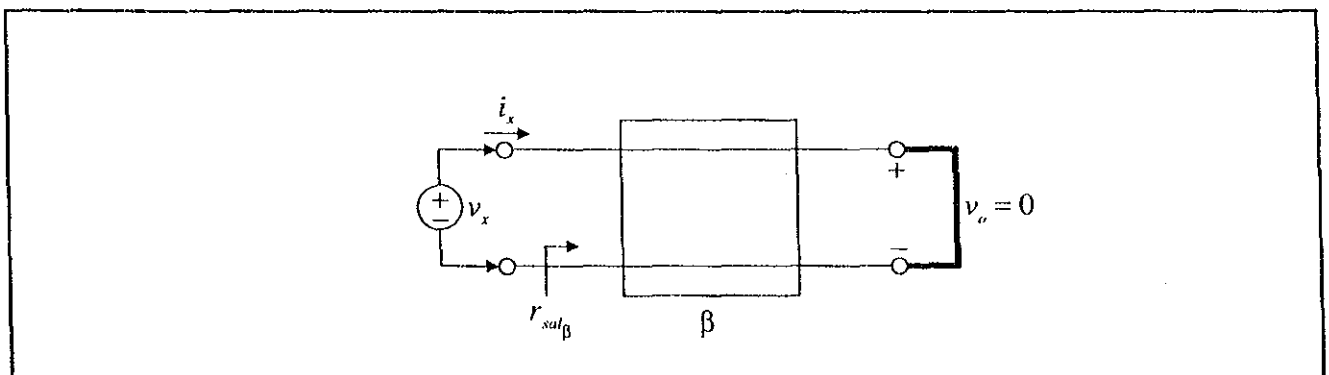


$$r_{i\beta} = \frac{v_x}{i_x} \Big|_{i_f=0} \text{ por ser comparación de voltaje.}$$

Del circuito:  $i_x = 0$ , por lo tanto:

$$r_{i\beta} = \infty$$

- Cálculo de  $r_{s\beta}$

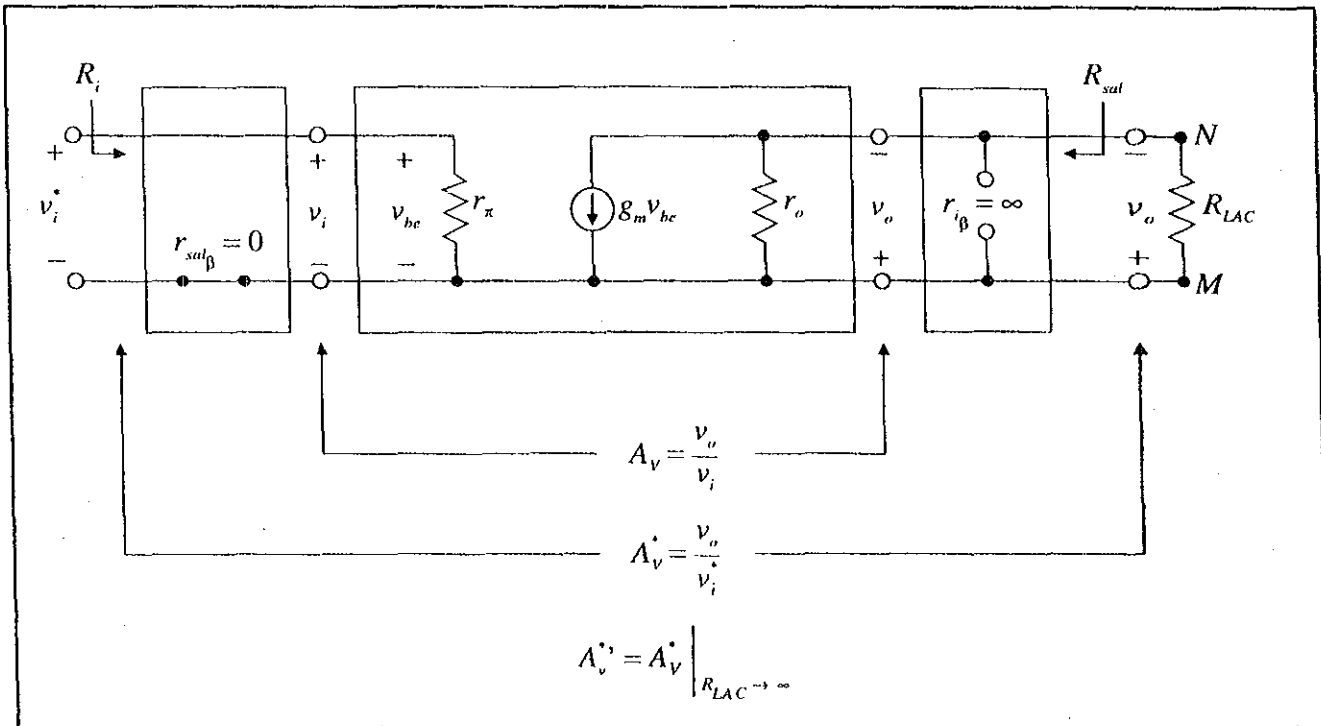


$$r_{s\beta} = \frac{v_x}{i_x} \Big|_{v_o=0} \text{ por ser muestreo de voltaje.}$$

Del circuito:  $v_x = 0$ , por lo tanto:

$$r_{sal\beta} = 0$$

Paso 5: Dibujar el *circuito auxiliar resultante en pequeña señal*.



Paso 6: Calcular  $A_v^* = v_o/v_i$ ;  $A_v = A_v^* \Big|_{R_{LAC} \rightarrow \infty}$ ;  $R_i$  y  $R_{sal}$

- Cálculo de  $A_v^*$ :

$$\text{Del circuito: } v_o = g_m v_{be} \left[ \frac{r_o R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}} \right]$$

$$v_{be} = v_i = v_i^*$$

Por lo tanto:

$$A_v^* = \frac{v_o}{v_i} = \frac{g_m r_o R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}} = \frac{\mu_a R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}}$$

- Cálculo de  $A_v^*$ :

$$A_v^* = A_v \Big|_{R_{LAC} \rightarrow \infty} = g_m r_o = \mu_o$$

- Cálculo de  $R_i$ :

Del circuito:

$$R_i = r_\pi$$

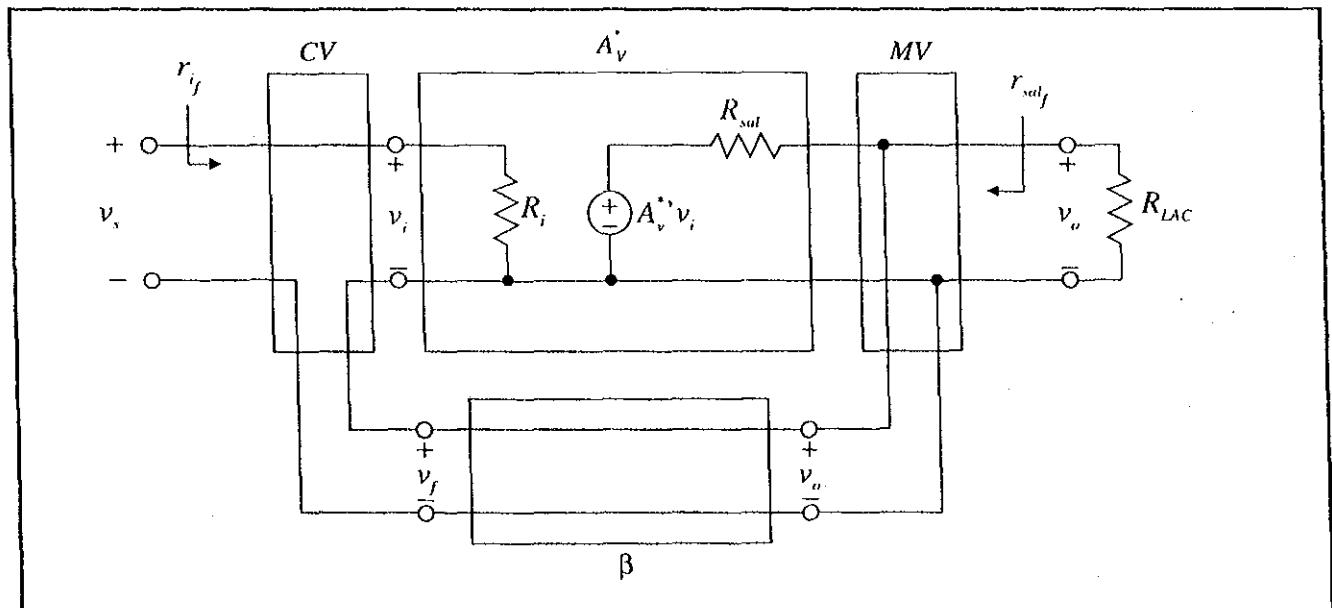
- Cálculo de  $R_{sal}$ :

Del circuito, pasivando  $v_i^* = 0$ , resulta que  $v_i = v_{be} = 0$  y la fuente de corriente controlada es cero y se abre en sus terminales ( $g_m v_{be} = 0$ ), quedando:

$$R_{sal} = r_o$$

Paso 7: Calcular  $D = 1 + \beta A_v^*$  y  $D' = 1 + \beta A_v^*$ .

A partir de este paso, se vuelve a trabajar con el **sistema retroalimentado**, pero tomando en cuenta los **efectos de carga** del bloque " $\beta$ ". El sistema retroalimentado con efectos de carga se puede modelar como se muestra a continuación:



Ahora, el bloque  $\beta$  se considera ideal, pues sus efectos de carga ya están incluidos en  $R_i$ ,  $R_{sal}$  y  $A_v^*$ .

$$D = 1 + \beta A_v^* = 1 + (1.0) \left( \frac{\mu_o R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}} \right)$$

$$D = \left( \frac{r_o + (1 + \mu_o) R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}} \right)$$

$$D' = 1 + \beta A_v' = 1 + (1.0) (\mu_o)$$

$$D' = 1 + \mu_o$$

Paso 8: Calcular  $A_{v_f} = A_v^* / D$ ;  $A_{v_f}' = A_v'^* / D'$ ;  $r_{i_f}$  y  $r_{o_f}$ .

- Cálculo de  $A_{v_f}$ :

$$A_{v_f} = \frac{\mu_o R_{LAC}}{r_o + (1 + \mu_o) R_{LAC}}$$

Suponiendo  $\mu_o R_{LAC} \gg r_o$ , queda:

$$A_{v_f} \approx 1.0$$

- Cálculo de  $A_{v_f}'$ :

$$A_{v_f}' = \frac{\mu_o}{1 + \mu_o}$$

Generalmente  $\mu_o \gg 1$  y queda:

$$A_{v_f}' \approx 1.0$$

- Cálculo de  $r_{i_f}$ :

$$r_{i_f} = R_i D = r_{i\pi} \left( \frac{r_o + (1 + \mu_o) R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}} \right)$$

Suponiendo  $r_o \gg R_{LAC}$  y  $\mu_o \gg 1$ , queda:

$$r_{i_f} \approx r_{i\pi} \left( \frac{r_o (1 + \beta R_{LAC})}{r_o} \right)$$

$$r_{i_f} \approx r_{i\pi} + \beta_o R_{LAC}$$

- Cálculo de  $r_{sal_f}$ :

$$r_{sal_f} = \frac{R_{sal}}{D'} = \frac{r_o}{1 + \mu_o}$$

Como  $\mu_o \gg 1$ , queda:

$$r_{sal_f} \approx \frac{1}{g_m} = r_{e_j} = \frac{r_\pi}{\beta_o}$$

### Análisis de los resultados

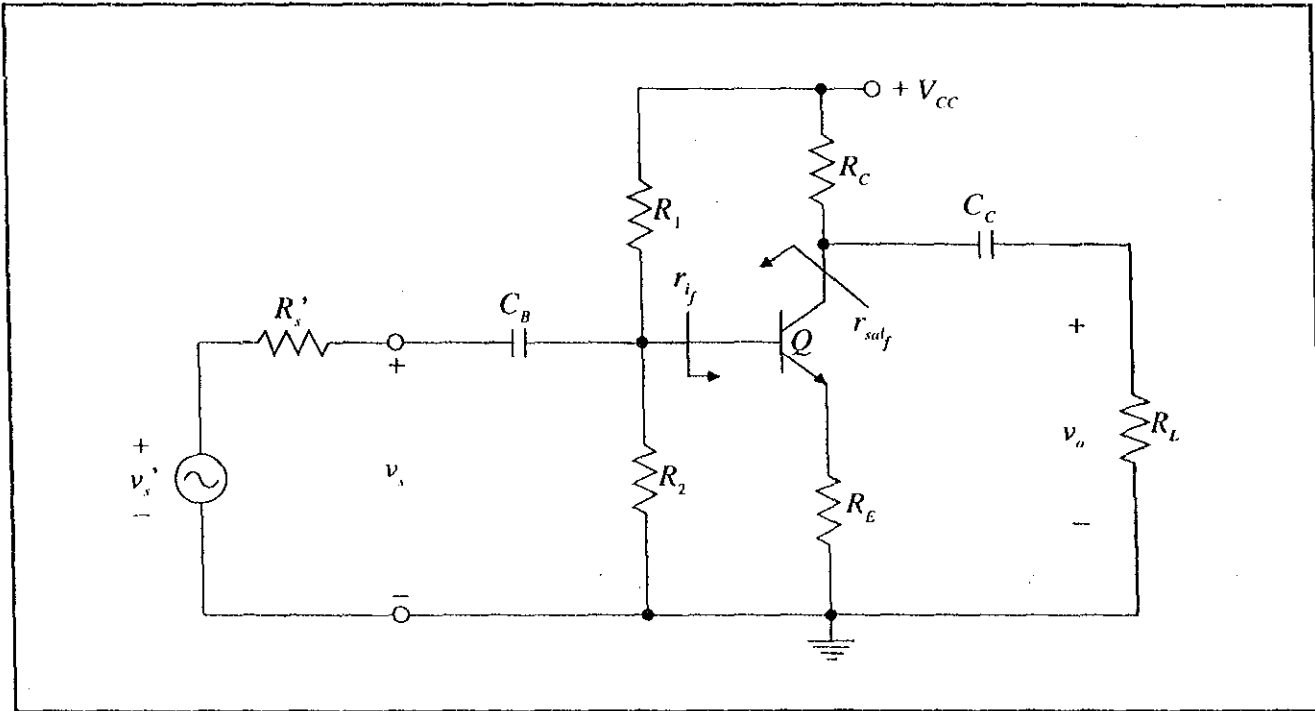
Los resultados obtenidos mediante las técnicas de retroalimentación y mediante el análisis del amplificador como un circuito eléctrico, se muestran a continuación en forma comparativa:

	Resultados por Técnicas de Retroalimentación	Resultados por Técnicos de Circuitos Eléctricos	Condiciones
$A_{v_f} = \frac{v_o}{v_s}$	+ 1.0	+ 1.0	$\mu_o R_{LAC} \gg r_o$
$r_{i_f}$	$r_\pi + \beta_o R_{LAC}$	$r_\pi + (1 + \beta_o) R_{LAC}$	$r_o \gg R_{LAC}$ $\mu_o \gg 1.0$
$r_{sal_f}$	$1/g_m$	$1/g_m$	$\mu_o \gg 1.0$

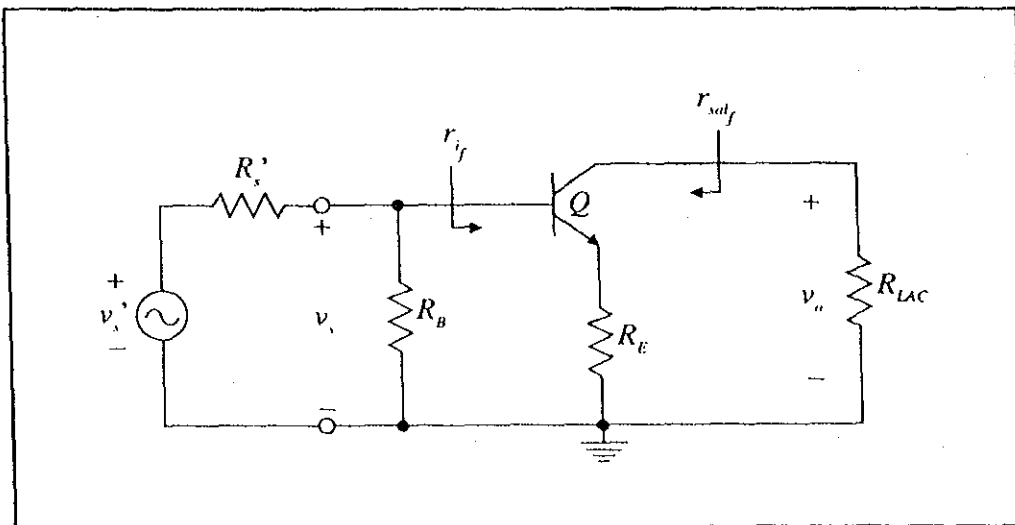
Como se puede observar, los resultados son iguales, excepto el correspondiente a  $r_{i_f}$ , en el cual el valor obtenido por retroalimentación tiene un error muy pequeño: un factor de uno (1.0) comparado con  $\beta_o$ . Este error se debe a la aproximación hecha al considerar que el bloque "A" **no presenta efectos de carga** al bloque "β".

**Ejemplo II.** Análisis de un amplificador con un transistor en configuración de emisor degenerado.  
 Calcular:  $A_f$ ,  $r_{i_f}$  y  $r_{sal_f}$ .

Circuito Propuesto



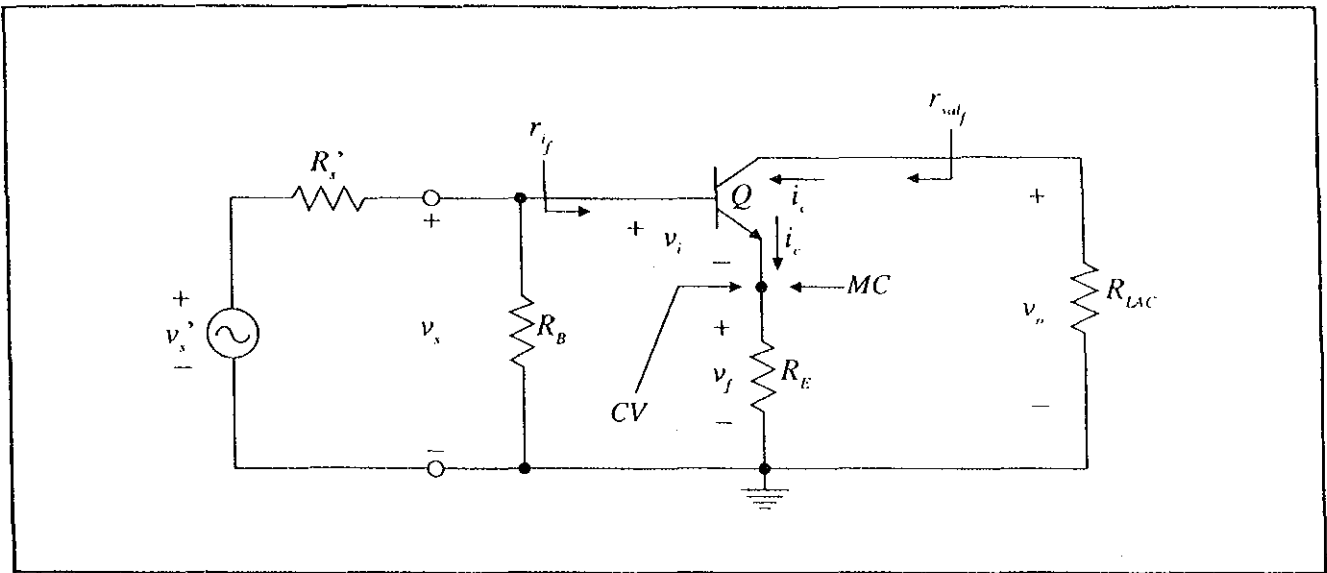
Paso 1: Dibujar el diagrama electrónico propuesto en AC.



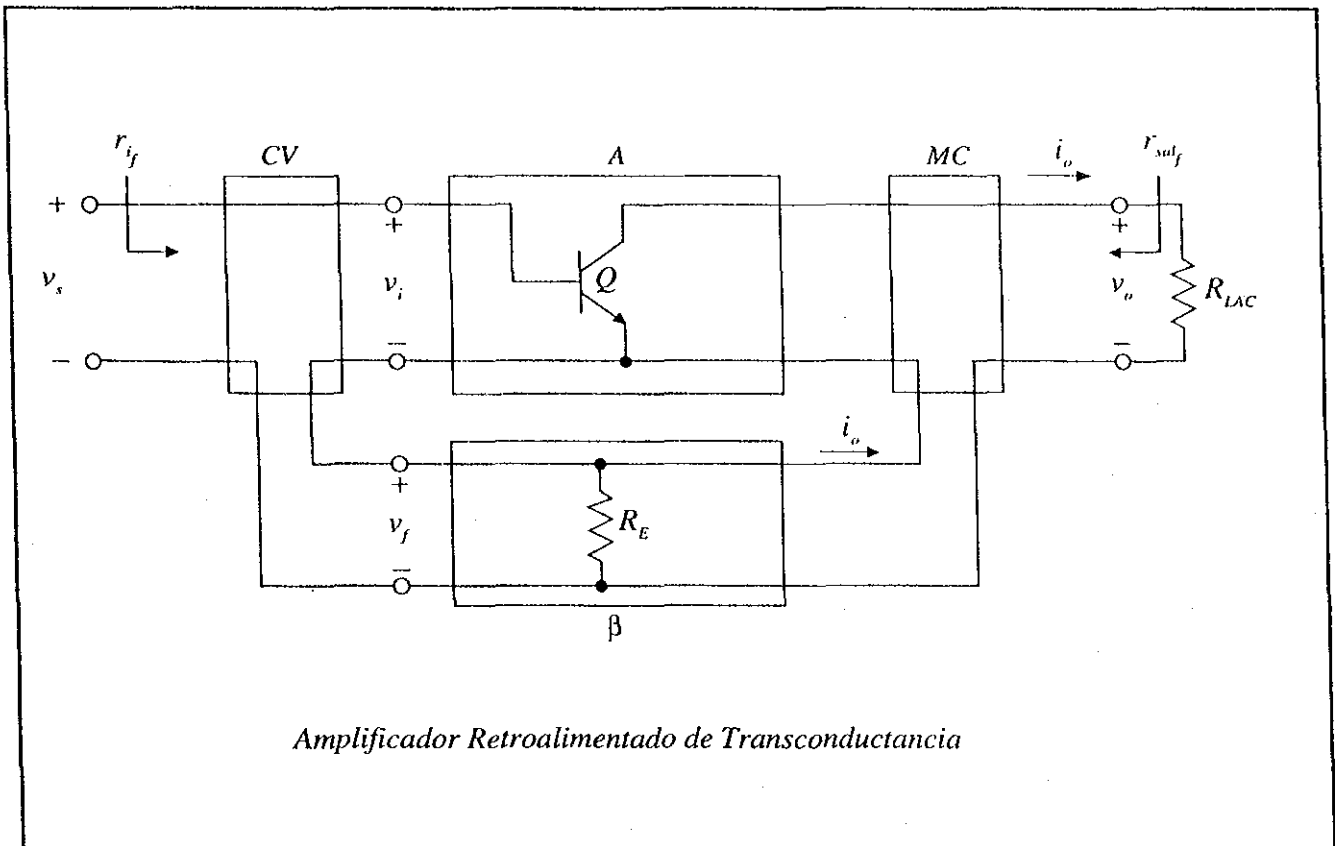
$$R_B = R_1 \parallel R_2$$

$$R_{LAC} = R_C \parallel R_L$$

Paso 2: Identificar los puntos y tipos de muestreo y comparación.

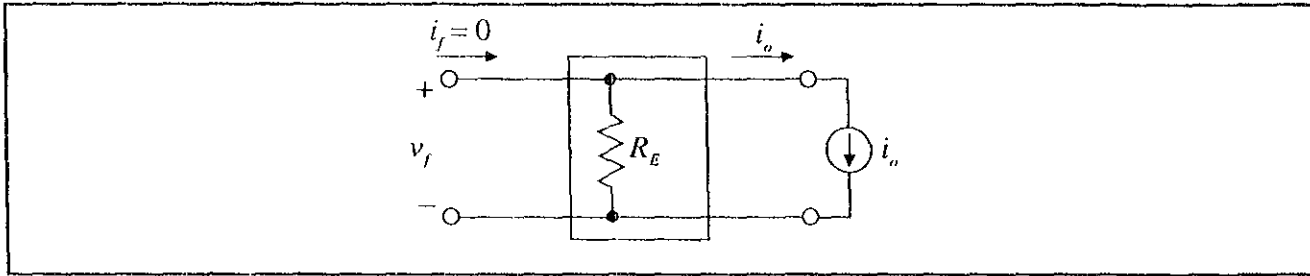


Paso 3: Dibujar la **topología** del circuito retroalimentado.



Paso 4: Aislar al bloque "β" y calcular  $\beta = X_f/X_o$ ,  $r_{i\beta}$  y  $r_{o\beta}$ :

- Cálculo de  $\beta$ :



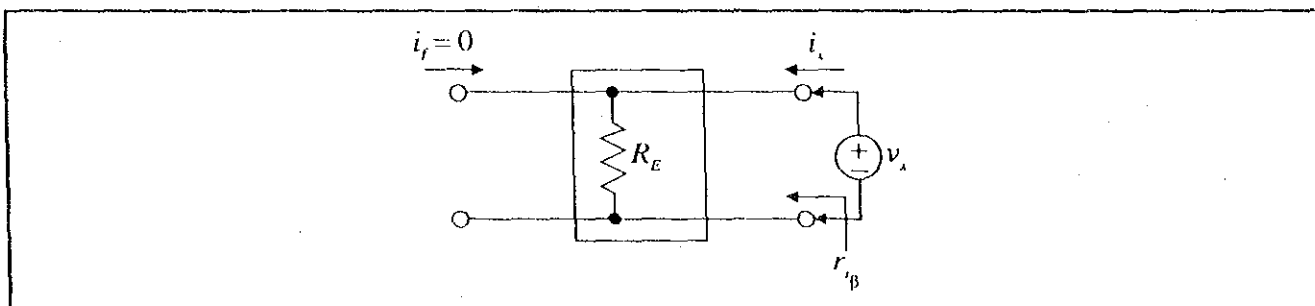
$$\beta = \frac{v_f}{i_o} \Big|_{i_f=0} \text{ por ser comparación de voltaje.}$$

Del circuito:  $v_f = -i_o R_E$ , entonces:

$$\beta = \frac{-i_o R_E}{i_o} = -R_E$$

$$\beta = -R_E$$

- Cálculo de  $r_{i\beta}$ :



$$r_{i\beta} = \frac{v_x}{i_i} \Big|_{i_f=0} \text{ por ser comparación de voltaje.}$$

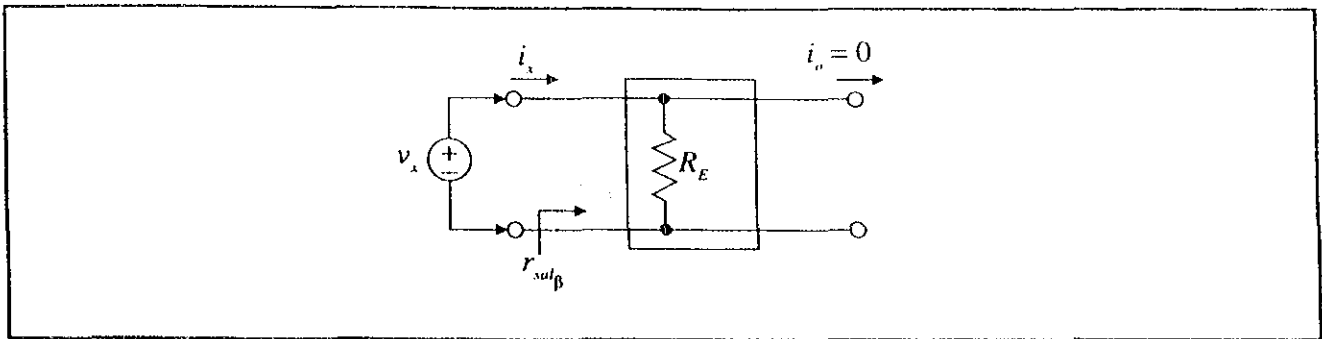
Del circuito:  $i_i = v_x / R_E$ , entonces:

$$r_{i\beta} = \frac{v_x}{v_x / R_E} = R_E$$

$$r_{i\beta} = R_E$$



- Cálculo de  $r_{sal\beta}$  :



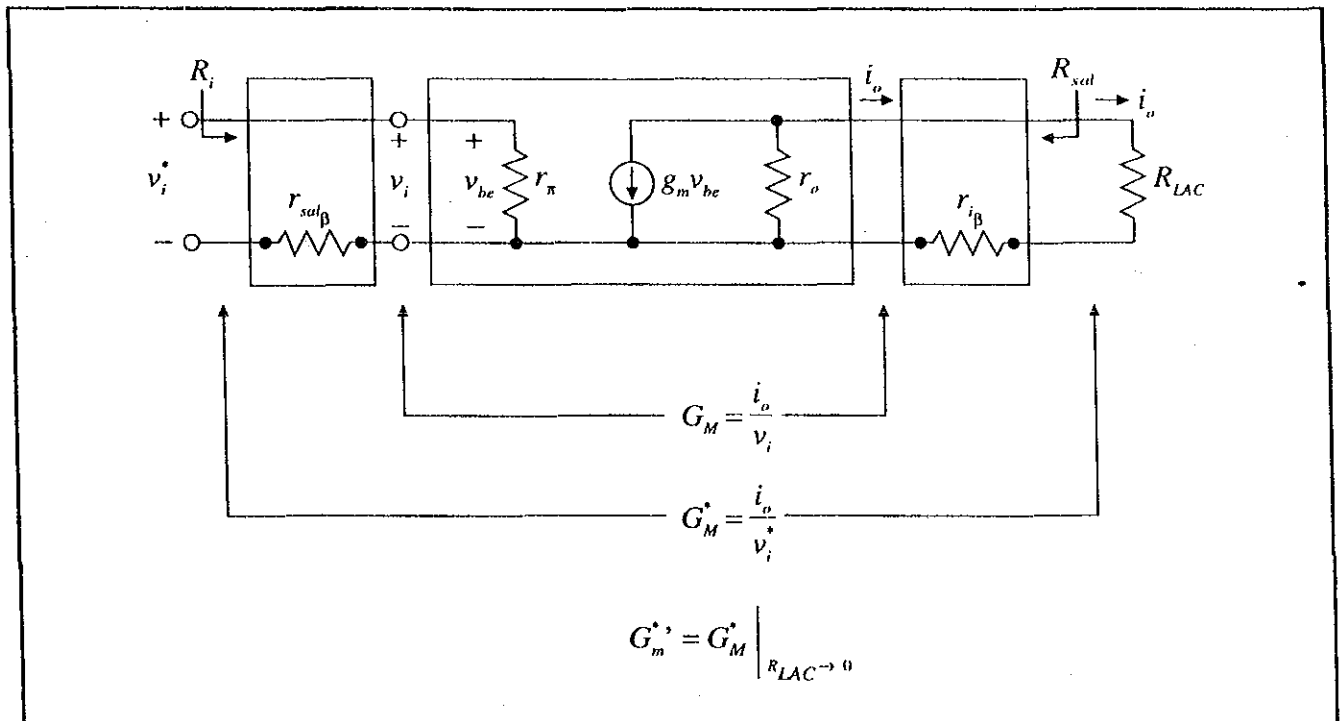
$$r_{sal\beta} = \left. \frac{v_x}{i_x} \right|_{i_o=0} \quad \text{por ser muestreo de corriente.}$$

Del circuito:  $i_x = v_x / R_E$ , entonces:

$$r_{sal\beta} = \frac{v_x}{v_x / R_E} = R_E$$

$$r_{sal\beta} = R_E$$

Paso 5: Dibujar el **circuito auxiliar** resultante en pequeña señal.



Paso 6: Calcular  $G_M^* = i_o / v_i^*$ ;  $G_m^{*'} = G_M^* \Big|_{R_{LAC} \rightarrow 0}$ ;  $R_i$  y  $R_{out}$ .

- Cálculo de  $G_M^*$ :

$$\text{Del circuito: } i_o = -g_m v_{bc} \left( \frac{r_o}{r_o + r_{i\beta} + R_{LAC}} \right)$$

$$i_o = \frac{g_m r_o v_{bc}}{r_o + R_E + R_{LAC}}$$

$$v_{bc} = \frac{r_\pi}{r_{sal\beta} + r_\pi} v_i^* = \frac{r_\pi}{R_E + r_\pi} v_i^*$$

Por lo tanto:

$$G_M^* = \frac{i_o}{v_i^*} = - \frac{g_m r_o r_\pi}{(r_o + R_E + R_{LAC})(R_E + r_\pi)}$$

- Cálculo de  $G_m^{*'}$ :

$$G_m^{*' } = G_M^* \Big|_{R_{LAC} \rightarrow 0} = - \frac{g_m r_o r_\pi}{(r_o + R_E)(R_E + r_\pi)}$$

- Cálculo de  $R_i$ :

$$\text{Del circuito: } R_i = r_{sal\beta} + r_\pi = R_E + r_\pi$$

$$R_i = R_E + r_\pi$$

- Cálculo de  $R_{out}$ :

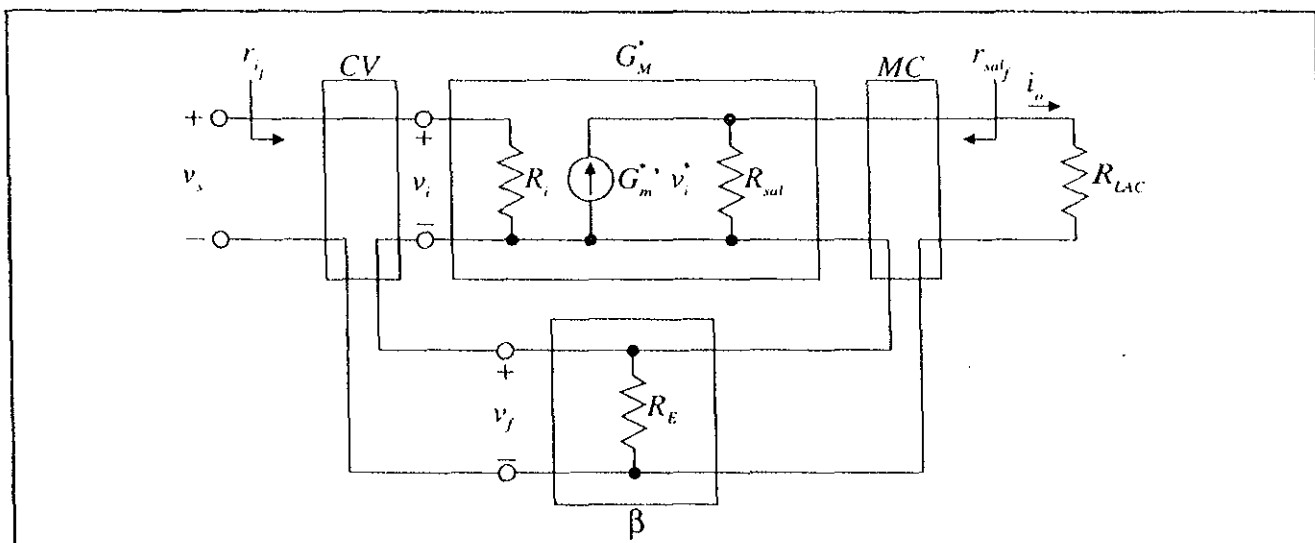
Del circuito, pasivando  $v_i^* = 0$ , resulta que  $v_i = v_{bc} = 0$  y la fuente de corriente controlada es cero y se abre en sus terminales ( $g_m v_{bc} = 0$ ), quedando:

$$R_{out} = r_{i\beta} + r_o = R_E + r_o$$

$$R_{out} = R_E + r_o$$

Paso 7: Calcular  $D = 1 + \beta G_M^*$  y  $D' = 1 + \beta G_m^{*'}$ .

A partir de este paso, se vuelve a trabajar con el **sistema retroalimentado** pero tomando en cuenta los **efectos de carga** del bloque "β". El sistema retroalimentado con efectos de carga se puede modelar como se muestra a continuación:



Ahora, el bloque β se considera ideal, pues sus efectos de carga ya están incluidos en  $R_i$ ,  $R_{sal}$  y  $G_m^*$ .

$$D = 1 + \beta G_m^*$$

$$D = 1 + (-R_E) \left( -\frac{g_m r_o r_\pi}{(r_o + R_E + R_{LAC})(R_E + r_\pi)} \right)$$

$$D = \frac{(r_o + R_E + R_{LAC})(R_E + r_\pi) + g_m r_o r_\pi R_E}{(r_o + R_E + R_{LAC})(R_E + r_\pi)}$$

$$D' = 1 + \beta G_m^{'}$$

$$D' = 1 + (-R_E) \left( -\frac{g_m r_o r_\pi}{(r_o + R_E)(R_E + r_\pi)} \right)$$

$$D' = \frac{(r_o + R_E)(R_E + r_\pi) + g_m r_o r_\pi R_E}{(r_o + R_E)(R_E + r_\pi)}$$

Paso 8: Calcular  $G_{M_f} = \frac{G_m^*}{D}$ ;  $G_{m_f}' = \frac{G_m^{'}}{D'}$ ;  $r_{i_f}$  y  $r_{sal_f}$ .

- Cálculo de  $G_{M_f}$ :

$$G_{M_f} = - \frac{g_m r_o r_\pi}{(r_o + R_E + R_{LAC})(R_E + r_\pi) + g_m r_o r_\pi R_E}$$

Suponiendo  $r_o \gg R_E$  y  $r_o \gg R_{LAC}$ , resulta:

$$G_{M_f} = - \frac{\beta_o r_o}{r_o (R_E + r_\pi + \beta_o R_E)}$$

$$G_{M_f} = - \frac{\beta_o}{r_\pi + (1 + \beta_o) R_E}$$

- Cálculo de  $G_{m_f}'$ ,

$$G_{m_f}' = - \frac{g_m r_o r_\pi}{(r_o + R_E)(R_E + r_\pi) + g_m r_o r_\pi R_E}$$

Suponiendo  $r_o \gg R_E$ , resulta:

$$G_{m_f}' = - \frac{\beta_o r_o}{r_o (R_E + r_\pi + \beta_o R_E)}$$

$$G_{m_f}' = - \frac{\beta_o}{r_\pi + (1 + \beta_o) R_E}$$

- Cálculo de  $r_{i_f}$ :

$$r_{i_f} = R_f D$$

$$r_{i_f} = \frac{(R_E + r_\pi) [(r_o + R_E + R_{LAC})(R_E + r_\pi) + g_m r_o r_\pi R_E]}{(r_o + R_E + R_{LAC})(R_E + r_\pi)}$$

$$r_{i_f} = r_\pi + R_E + \frac{R_E r_o \beta_o}{r_o + R_E + R_{LAC}}$$

Suponiendo  $r_o \gg R_E$  y  $r_o \gg R_{LAC}$ , resulta:

$$r_{i_f} = r_\pi + R_E + \frac{R_E r_o \beta_o}{r_o}$$

$$r_{ij} = r_{\pi} + (\beta_o + 1) R_E$$

- Cálculo de  $r_{sal_f}$ :

$$R_{sal_f} = R_{sal} D'$$

$$r_{sal_f} = \frac{(r_o + R_E) \{ (r_o + r_E) (R_E + r_{\pi}) + g_m r_o r_{\pi} R_E \}}{(r_o + R_E) (R_E + r_{\pi})}$$

$$r_{sal_f} = r_o + R_E \left[ 1 + \mu_o \left( \frac{r_{\pi}}{R_E + r_{\pi}} \right) \right]$$

Suponiendo  $r_{\pi} \gg R_E$ , resulta:

$$r_{sal_f} = r_o + R_E (1 + \mu_o)$$

### Análisis de los resultados

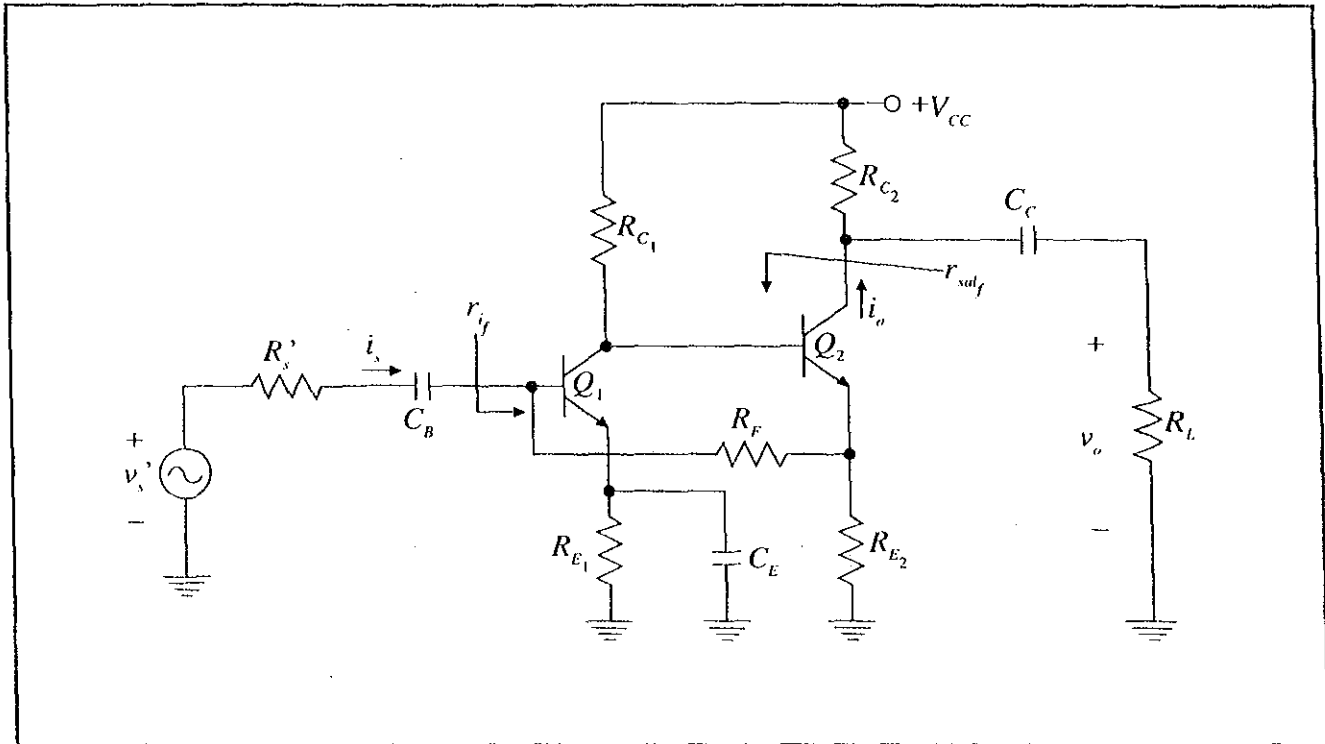
A continuación se muestran en forma comparativa, los resultados obtenidos del análisis del amplificador mediante técnicas de retroalimentación y mediante técnicas de circuitos eléctricos.

	Resultados por Técnicas de Retroalimentación	Resultados por Técnicas de Circuitos Eléctricos	Condiciones
$G_{M_f} = \frac{i_o}{v_s}$	$-\frac{\beta_o}{r_{\pi} + (1 + \beta_o) R_E}$	$-\frac{\beta_o}{r_{\pi} + (1 + \beta_o) R_E}$	$r_o \gg R_{LAC}$ $r_o \gg R_E$
$r_{ij}$	$r_{\pi} + (1 + \beta_o) R_E$	$r_{\pi} + (1 + \beta_o) R_E$	$r_o \gg R_{LAC}$ $r_o \gg R_E$
$r_{sal_f}$	$r_o + R_E (1 + \mu_o)$	$r_o + R_E (1 + \mu_o)$	$r_{\pi} \gg R_E$

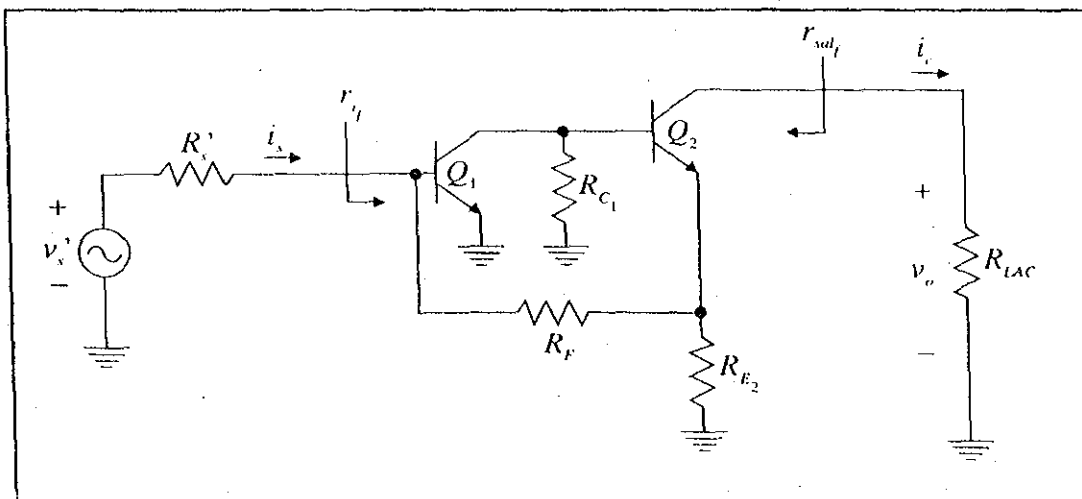
Como se puede observar, para este caso los resultados obtenidos son idénticos.

**Ejemplo III.** Análisis de un amplificador con dos transistores. Calcular  $A_f$ ,  $r_{if}$  y  $r_{sal_f}$ .

Circuito Propuesto

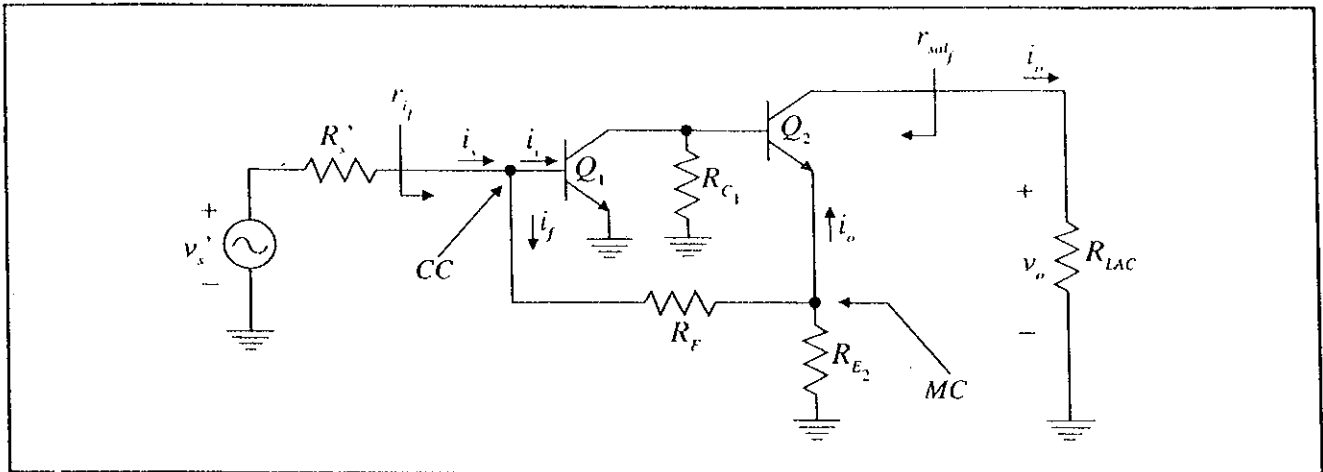


Paso 1: Dibujar el diagrama electrónico propuesto en AC.

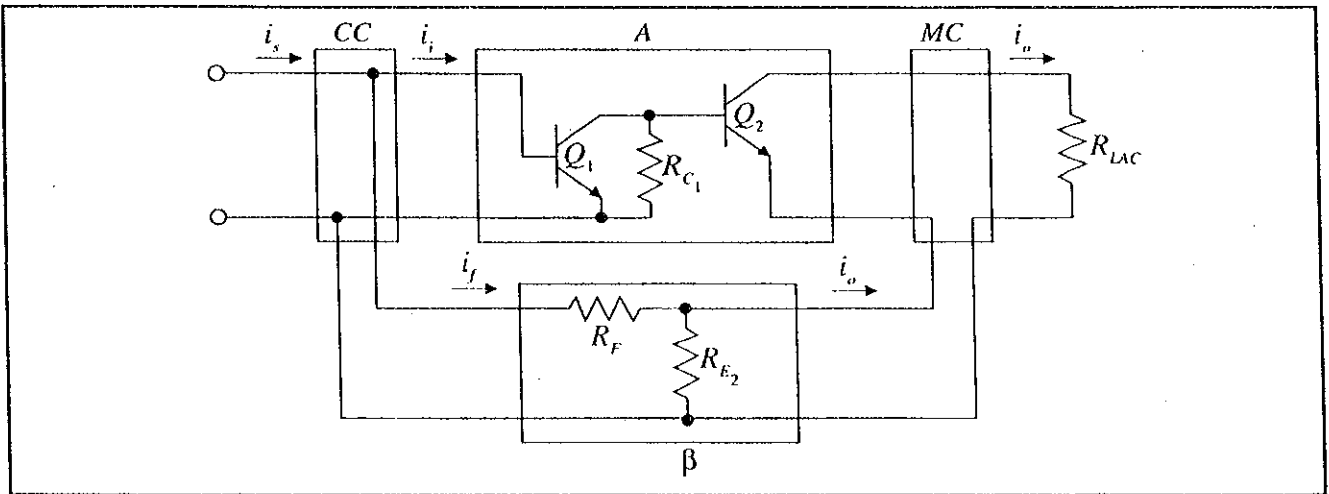


$$R_{LAC} = R_{C2} \parallel R_L$$

Paso 2: Identificar los puntos y tipos de muestreo y comparación.

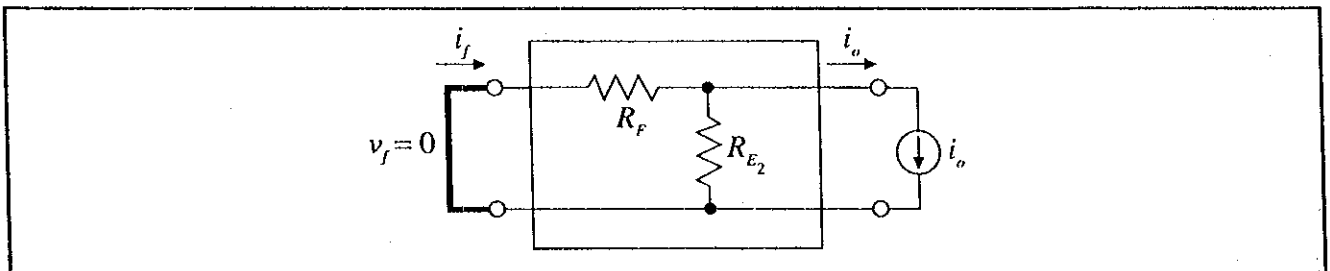


Paso 3: Dibujar la **topología** del circuito retroalimentado.



Paso 4: Aislar el bloque "β" y calcular  $\beta = X_f/X_o$ ,  $r_{i\beta}$  y  $r_{s\beta}$ .

- Cálculo de  $\beta$ :



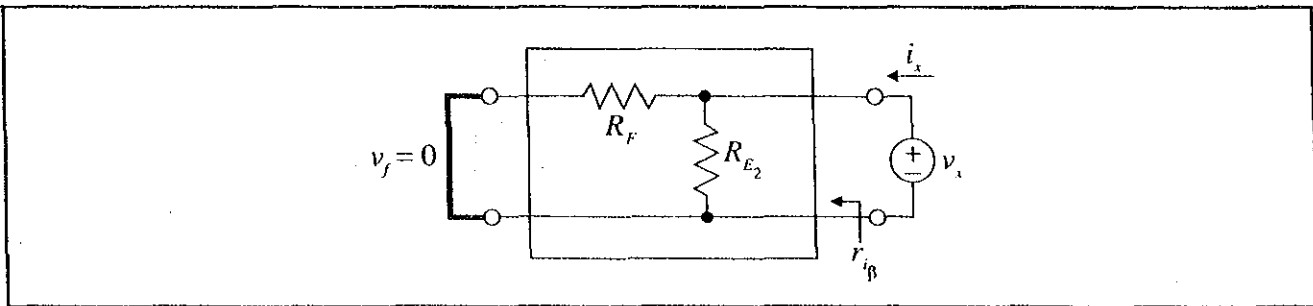
$$\beta = \frac{i_f}{i_o} \Big|_{v_f=0} \text{ por ser comparación de corriente.}$$

Del circuito:  $i_f = \frac{R_{E_2} i_o}{R_F + R_{E_2}}$ , entonces:

$$\beta = \frac{i_f}{i_o} = \frac{\frac{R_{E_2} i_o}{R_F + R_{E_2}}}{i_o} = \frac{R_{E_2}}{R_F + R_{E_2}}$$

$$\boxed{\beta = \frac{R_{E_2}}{R_F + R_{E_2}}}$$

- Cálculo de  $r_{i\beta}$ :



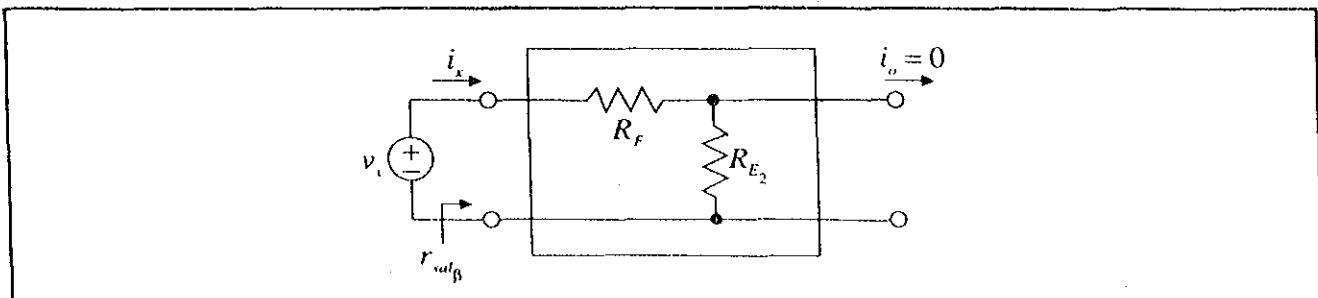
$$r_{i\beta} = \left. \frac{v_x}{i_x} \right|_{v_f=0} \text{ por ser comparación de corriente.}$$

Del circuito:  $i_x = \frac{v_x}{R_F \parallel R_{E_2}}$ , entonces;

$$r_{i\beta} = \frac{v_x}{\frac{v_x}{R_F \parallel R_{E_2}}} = R_F \parallel R_{E_2}$$

$$\boxed{r_{i\beta} = R_F \parallel R_{E_2}}$$

- Cálculo de  $r_{sat\beta}$ :





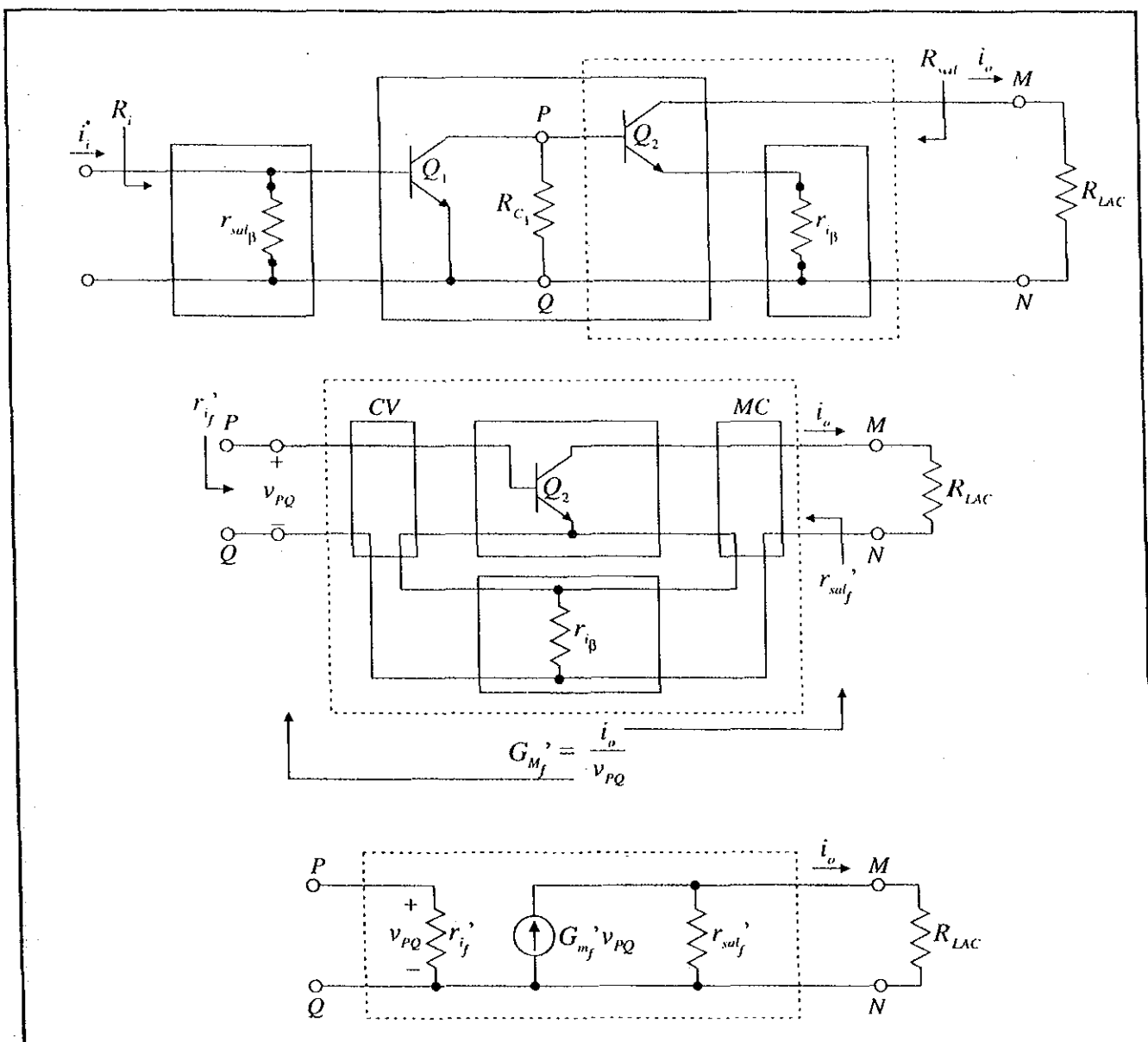
$r_{sal\beta} = \frac{v_i}{i_i} \Big|_{v_o=0}$  por ser muestreo de corriente.

Del circuito:  $i_i = \frac{v_i}{R_F + R_{E_2}}$ , entonces:

$$r_{sal\beta} = \frac{v_i}{\frac{v_i}{R_F + R_{E_2}}} = R_F + R_{E_2}$$

$$r_{sal\beta} = R_F + R_{E_2}$$

Paso 5: Dibujar el circuito auxiliar resultante en pequeña señal.



## Observación

Debido a la Topología del circuito, los elementos encerrados en línea discontinua, forman otro sistema retroalimentado de Transconductancia, como se muestra en el diagrama anterior. Este nuevo circuito se debe analizar nuevamente como un sistema retroalimentado, modelándolo posteriormente como un amplificador de Transconductancia, como se muestra en la parte inferior, y sustituyéndolo en el circuito original.

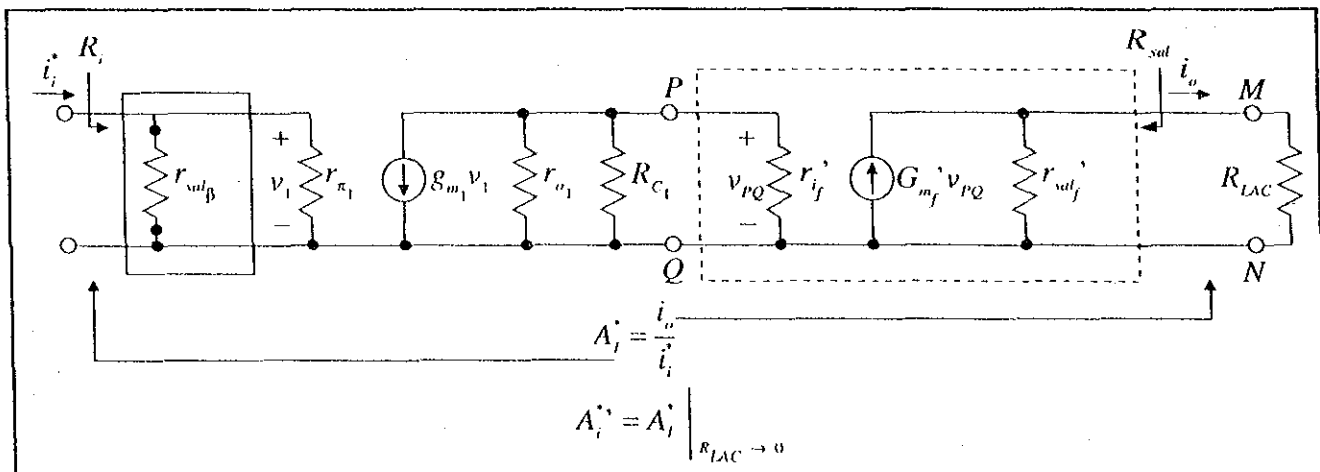
Para el modelo del Amplificador de Transconductancia, encerrado en línea discontinua en la parte inferior de la página anterior, y basándose en los resultados obtenidos en el Ejemplo II, se tiene lo siguiente (para el caso en que  $r_o \gg R_{LAC}$  y  $r_o \gg r_{i\beta}$ ):

$$G_{m_f}' = G_{m_f}' \Big|_{R_{LAC} \rightarrow 0} = \frac{-\beta_{o_2}}{r_{\pi_2} + (1 + \beta_{o_2}) r_{i\beta}}$$

$$r_{i_f}' = r_{\pi_2} + (1 + \beta_{o_2}) r_{i\beta}$$

$$r_{o_{sf}}' = r_{o_2} + r_{i\beta} (1 + \mu_{o_2})$$

Finalmente, el circuito auxiliar en pequeña señal resulta:



Paso 6: Calcular  $A_i' = i_o / i_i$ ;  $A_i'' = A_i' \Big|_{R_{LAC} \rightarrow 0}$ ;  $R_i$  y  $R_{out}$ .

- Cálculo de  $A_i'$ :

Del circuito: 
$$i_o = \frac{r_{o_{sf}}' G_{m_f}' v_{PQ}}{r_{o_{sf}}' + R_{LAC}}$$

$$v_{PQ} = -g_{m_1} v_1 (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}')$$

$$v_1 = i_i (r_{o_{sf}}' \parallel r_{\pi_1})$$

Por lo tanto:

$$A_i^* = \frac{i_o^*}{i_i^*} = - \frac{r_{sat_f} G_{m_f}}{r_{sat_f} + R_{LAC}} \left[ (g_{m_1}) (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sat_\beta} \parallel r_{\pi_1}) \right]$$

- Cálculo de  $A_i^*$ :

$$A_i^* = A_i^* \Big|_{R_{LAC} \rightarrow 0} = - G_{m_f} g_{m_1} [(r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sat_\beta} \parallel r_{\pi_1})]$$

- Cálculo de  $R_i$ :

Del circuito:

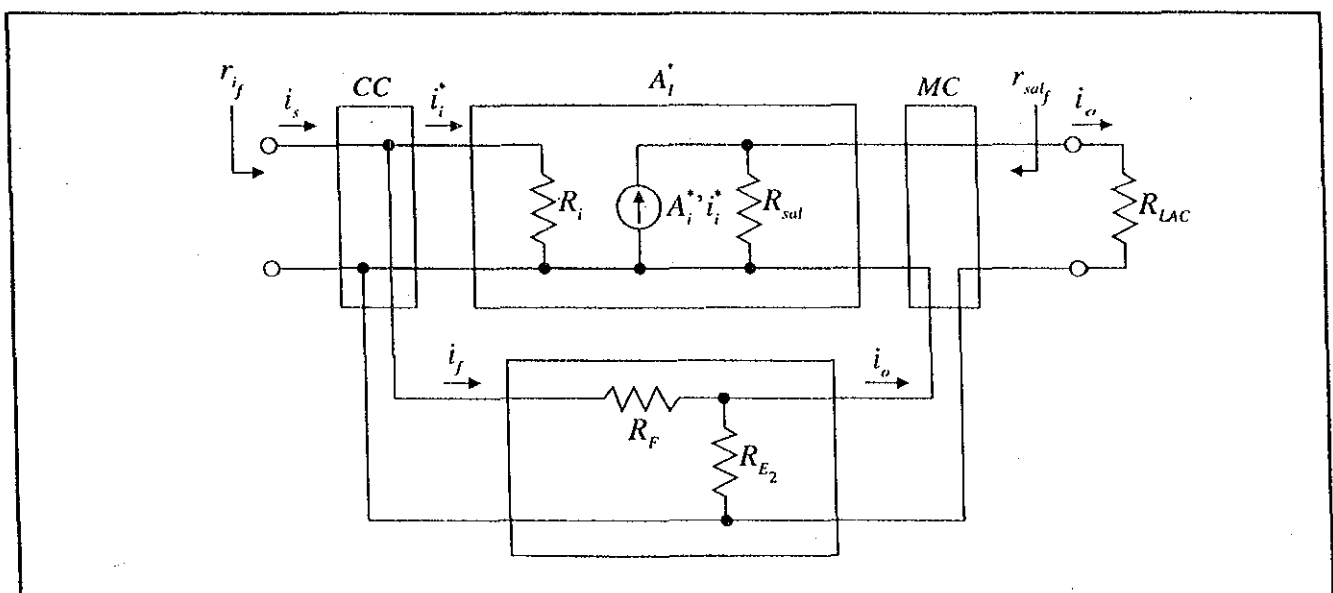
$$R_i = r_{sat_\beta} \parallel r_{\pi_1} = (R_F + R_{E_2}) \parallel r_{\pi_1}$$

- Cálculo de  $R_{sat_f}$ :

Del circuito, pasivando  $i_i^* = 0$ , resulta  $v_1 = 0$ ,  $g_{m_1} v_1 = 0$  y la primera fuente de corriente controlada se abre en sus terminales, por lo que resulta  $v_{PQ} = 0$  y  $G_{m_f} v_{PQ} = 0$ , y también se abre en sus terminales la segunda fuente de corriente, quedando:

$$R_{sat_f} = r_{sat_f}' = r_{o_2} + r_{i_\beta} (1 + \mu_{o_2}) = r_{o_2} + (R_F \parallel R_{E_2}) (1 + \mu_{o_2})$$

Paso 7: Calcular D y D':



$$D = 1 + \beta A_i^* = 1 + \frac{R_{E_2}}{R_F + R_{E_2}} \left[ \frac{r_{sal_f}' G_{m_f}'}{r_{sal_f}' + R_{LAC}} \left[ (g_{m_1}) (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sal_\beta} \parallel r_{\pi_1}) \right] \right]$$

$$D' = 1 + \beta A_i^{*'} = 1 + \frac{R_{E_2}}{R_F + R_{E_2}} \left[ G_{m_f}' g_{m_1} (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sal_\beta} \parallel r_{\pi_1}) \right]$$

Paso 8: Calcular  $A_{i_f} = \frac{A_i^*}{D}$ ;  $A_{i_f}' = \frac{A_i^{*'}}{D'}$ ;  $r_{i_f}$  y  $r_{sal_f}$ .

- Calcular de  $A_{i_f}$ :

$$A_{i_f} = \frac{\frac{r_{sal_f}' G_{m_f}'}{r_{sal_f}' + R_{LAC}} \left[ (g_{m_1}) (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sal_\beta} \parallel r_{\pi_1}) \right]}{1 + \frac{R_{E_2}}{R_F + R_{E_2}} \left[ \frac{r_{sal_f}' G_{m_f}'}{r_{sal_f}' + R_{LAC}} \left[ (g_{m_1}) (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sal_\beta} \parallel r_{\pi_1}) \right] \right]}$$

- Cálculo de  $A_{i_f}'$ :

$$A_{i_f}' = \frac{G_{m_f}' g_{m_1} (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sal_\beta} \parallel r_{\pi_1})}{1 + \frac{R_{E_2}}{R_F + R_{E_2}} \left[ G_{m_f}' g_{m_1} (r_{o_1} \parallel R_{C_1} \parallel r_{i_f}') (r_{sal_\beta} \parallel r_{\pi_1}) \right]}$$

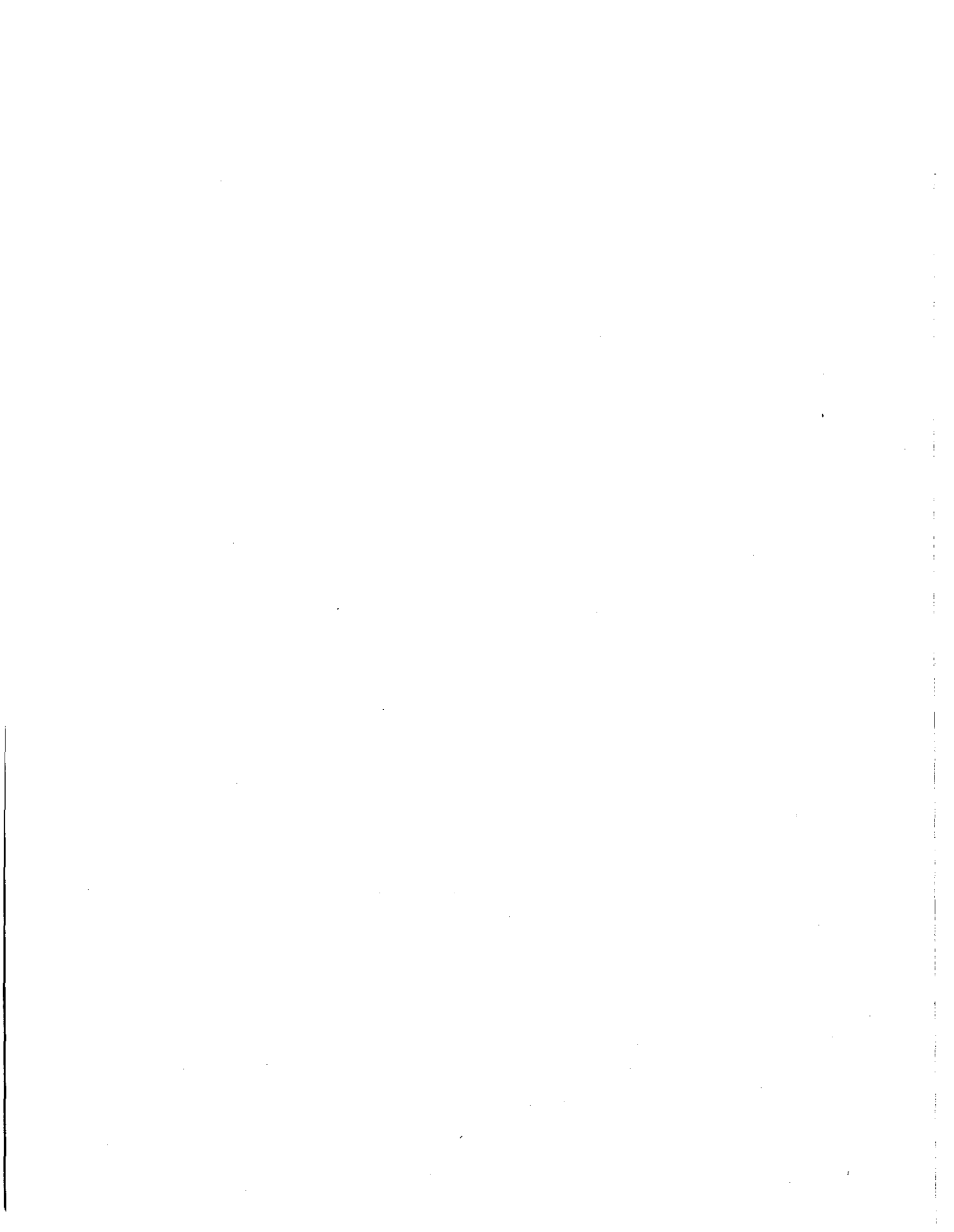
- Cálculo de  $r_{i_f}$ :

$$r_{i_f} = \frac{R_i}{D} = \frac{(R_F + R_{E_2}) \parallel r_{\pi_1}}{D}$$

Cálculo de  $r_{sal_f}$ :

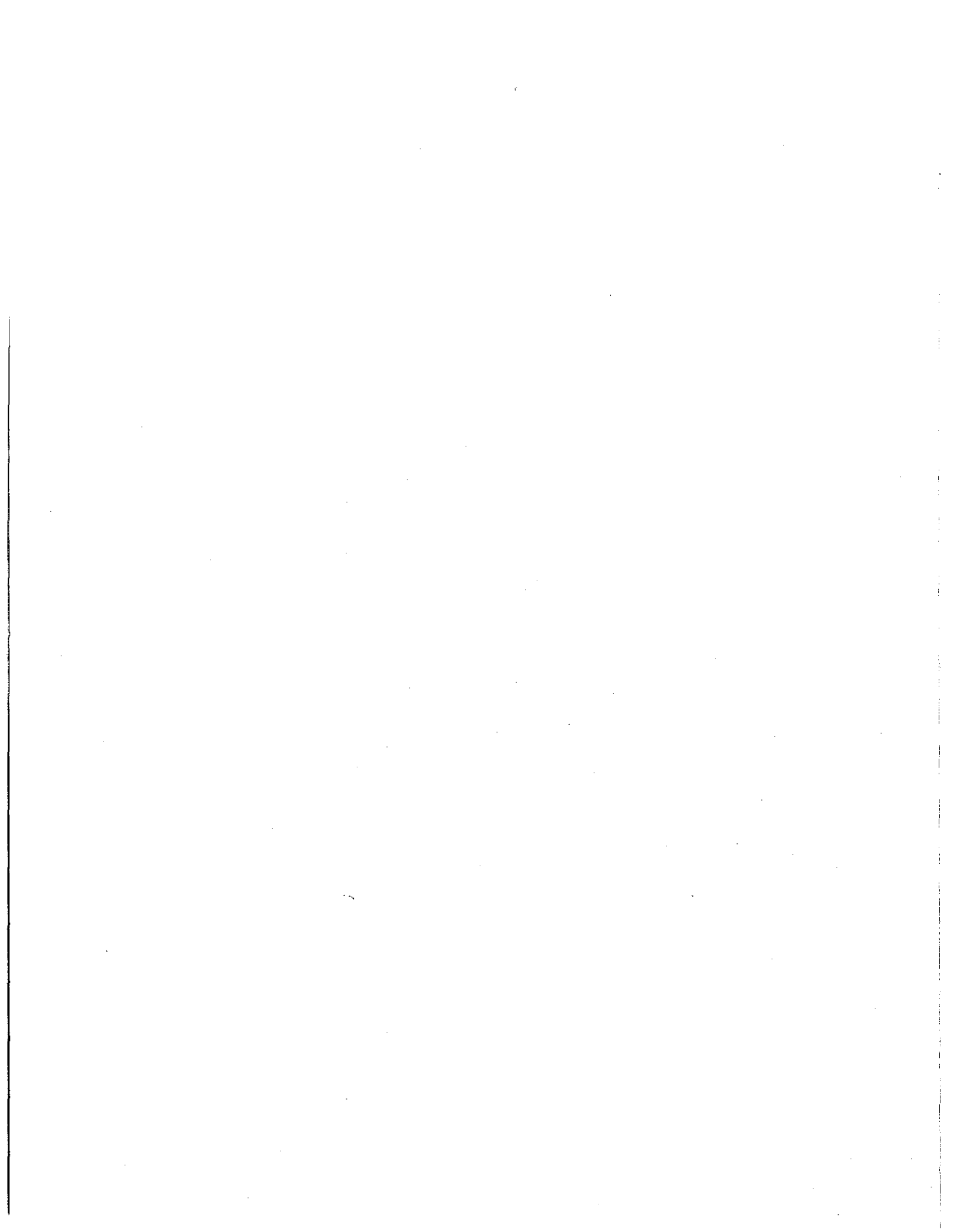
$$r_{sal_f} = R_{sal} D' = [r_{o_2} + (R_F \parallel R_{E_2}) (1 + \mu_{o_2})] D'$$

Los resultados obtenidos no se pueden simplificar, pues no se conocen los valores relativos de algunas de las resistencias.



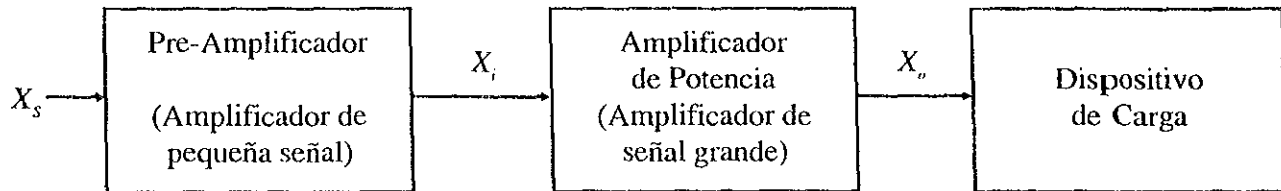
## **CAPITULO IX**

# **AMPLIFICACION DE POTENCIA**



## IX.1 CONCEPTOS BASICOS DE LA AMPLIFICACION DE POTENCIA

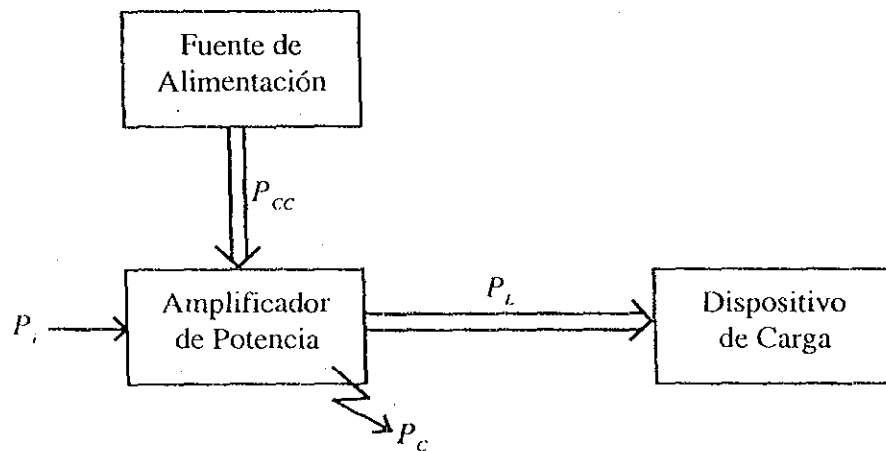
La configuración de un sistema completo de amplificación es la siguiente:



donde  $X_s$ ,  $X_i$  y  $X_o$  pueden ser señales de voltaje, corriente o potencia.

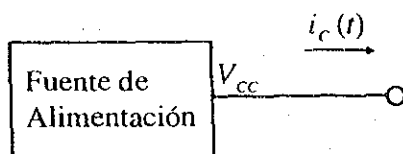
Generalmente la señal de voltaje  $X_i$  entregada por el Pre-amplificador al Amplificador de Potencia, tiene una amplitud aproximada de  $1.0 V_{RMS}$ ,  $1.0 V_p$  o  $1.0 V_{pp}$ .

Los amplificadores de potencia son sistemas electrónicos encargados de transferir la energía de una fuente de alimentación a una cierta carga (tubos de rayos catódicos, bocina, servomotor, etc.), de acuerdo a una señal de control ( $X_i$ ).



Donde:

$P_{cc}$  - es la potencia promedio entregada por la *fuentes de alimentación*.

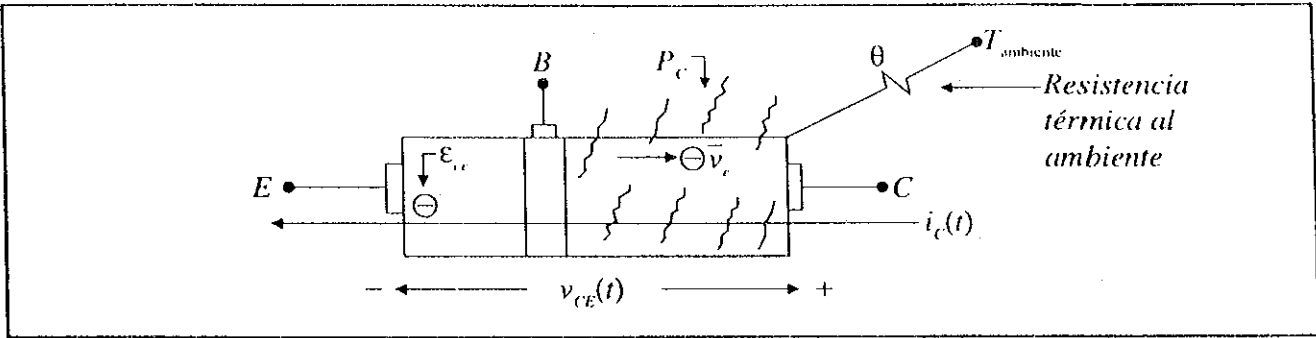


$$P_{cc} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{cc} i_c(t) dt$$

$P_c$  - es la potencia promedio disipada en el *colector* del transistor ( o transistores ) de potencia.



$$P_c = \frac{1}{T} \int_0^T v_{ce}(t) i_c(t) dt$$



Esta potencia representa la energía cinética de los electrones ( $\epsilon_{e,e}$ ), la cual se convierte en calor por el bombardeo del colector por esos electrones ( $P_c$ ).

$P_L$  – es la potencia promedio disipada en la carga.

$$P_L = P_{L_{DC}} + P_{L_{AC}}$$

donde:

$P_{L_{DC}}$  – Potencia disipada en la carga por una componente de DC en ella.

$$P_{L_{DC}} = \frac{1}{T} \int_0^T I_C^2(t) R_L dt$$

$P_{L_{AC}}$  – Potencia disipada en la carga por una componente de AC en ella.

$$P_{L_{AC}} = \frac{1}{T} \int_0^T i_c^2(t) R_L dt$$

$P_i$  – Es la potencia de excitación.

Como características generales de los amplificadores de potencia, se tienen las siguientes:

- a) Debe reproducir a la señal de excitación lo más fielmente posible.
- b) El funcionamiento debe ser lo más eficiente. La eficiencia para un amplificador de potencia queda definida por la siguiente relación:

$$\eta = \frac{\text{POTENCIA DE AC ENTREGADA A LA CARGA}}{\text{POTENCIA ENTREGADA POR LA FUENTE DE ALIMENTACION}} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{P_{L_{AC}}}{P_{CC}} \cdot 100\%$$

## IX.2 CLASES DE OPERACION PARA AMPLIFICADORES

La clase de operación para un amplificador se define de acuerdo al ángulo de conducción de la corriente de los dispositivos encargados del manejo de la señal. A continuación se listan dichas clases:

Clase	Angulo de conducción
A	$\theta = 360^\circ$
B	$\theta = 180^\circ$
AB	$180^\circ < \theta < 360^\circ$
C	$\theta < 180^\circ$

Para algunos circuitos de potencia se han desarrollado amplificadores que no quedan comprendidos en la clasificación anterior, dando lugar a los amplificadores *clase "D"*, *clase "F"*, *clase "G"* y *clase "H"*. La *eficiencia* depende de la *clase* del amplificador:

A. Amplificador clase "A" :  $\eta_{\max} = 25\%$  o  $50\%$  dependiendo del tipo de acoplamiento.

1. *Acoplamiento directo* :  $\eta_{\max} = 25\%$ .

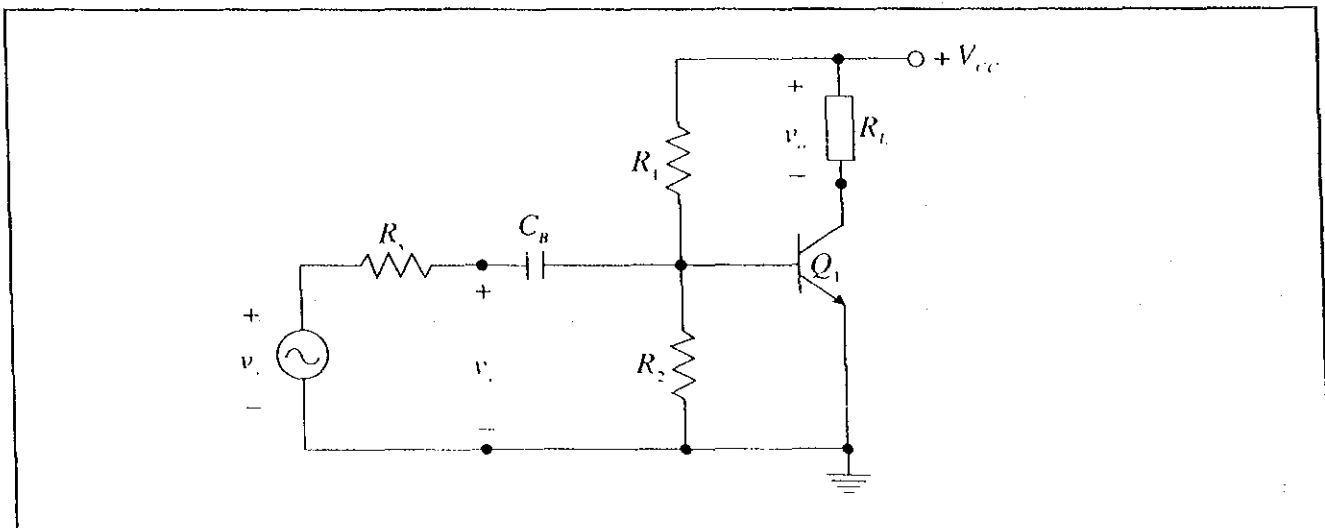
2. *Acoplamiento por transformador* :  $\eta_{\max} = 50\%$ .

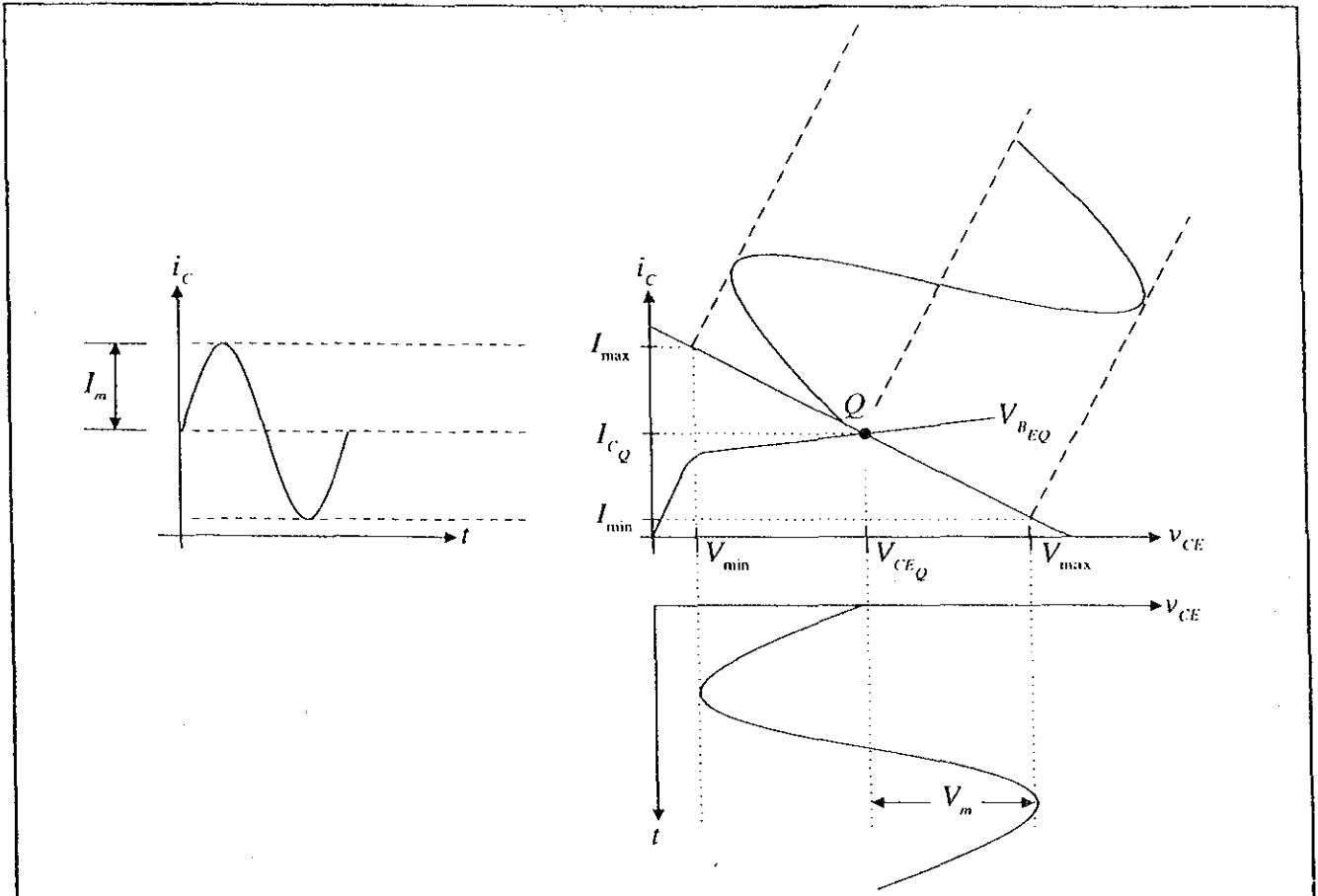
B. Amplificador clase "B" :  $\eta_{\max} = 78.5\%$ .

## IX.3 CALCULOS DE LA EFICIENCIA PARA LOS AMPLIFICADORES CLASE "A" Y CLASE "B"

### A.1 Amplificador clase "A" con acoplamiento directo

Un amplificador clase "A" con acoplamiento directo, puede presentar la siguiente configuración:





1) Potencia Promedio entregada por la Fuente de Alimentación ( $V_{CC}$ ).

$$P_{CC} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{CC} (i_c(t) dt + i_B(t)) dt$$

Suponiendo  $i_B(t) \ll i_c(t)$  para una  $h_{FE} \gg 1$ , la ecuación anterior se simplifica a:

$$P_{CC} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{CC} i_c(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_{CC} (I_{C_Q} + i_c(t)) dt$$

$$P_{CC} = V_{CC} I_{C_Q} + \frac{1}{T} \int_0^T i_c(t) dt$$

Para una señal  $i_c(t)$  periódica, se cumple que su integral en un período completo es cero:

$$\int_0^T i_c(t) dt = 0$$

por lo tanto:

$$P_{CC} = V_{CC} I_{CQ}$$

2) Potencia Disipada en la Carga ( $R_L$ ).

$$P_L = P_{L_{DC}} + P_{L_{AC}}$$

donde:

$$P_{L_{DC}} = I_{CQ}^2 R_L$$

$$P_{L_{AC}} = \left( \frac{V_m}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{I_m}{\sqrt{2}} \right) = \frac{V_m I_m}{2}$$

3) Potencia Disipada por el Transistor ( $Q_1$ ).

$$P_C = P_{CC} - P_L = V_{CC} I_{CQ} - I_{CQ}^2 R_L - \frac{V_m I_m}{2}$$

4) Cálculo de Eficiencia Máxima ( $\eta_{max}$ ).

Para obtener la máxima eficiencia del amplificador, el transistor debe estar polarizado para Máxima Variación Simétrica en la carga, entonces:

$$I_{CQ} = \frac{V_{CC}}{2R_L} = I_m$$

y la máxima potencia efectiva (RMS) en la carga en AC (suponiendo  $V_{CE_{sat}} = 0$  V) será:

$$\max P_{L_{AC}} = \frac{I_m^2 R_L}{2} = \frac{(V_{CC}/2R_L)^2 R_L}{2} = \frac{V_{CC}^2}{8R_L}$$

y como la potencia entregada por la fuente de alimentación es:

$$P_{CC} = V_{CC} I_{CQ} = \frac{V_{CC}^2}{2R_L}$$

entonces, la máxima eficiencia del amplificador queda:

$$\eta_{max} = \frac{\max P_{L_{AC}}}{P_{CC}} \cdot 100\% = \frac{V_{CC}^2/8R_L}{V_{CC}^2/2R_L} \cdot 100\% = 25\%$$

Amplificador clase "A" con acoplamiento directo:  $\eta_{\max} = 25\%$ .

5) Relación entre  $P_c$  y  $P_{L_{AC}}$ .

La máxima potencia disipada en el colector del transistor ( $Q_1$ ), se obtiene cuando no hay señal, es decir:

$$P_c = V_{cc} I_{c_Q} - I_{c_Q}^2 R_L - \frac{V_m I_m}{2}$$

$$\max P_c = V_{cc} I_{c_Q} - I_{c_Q}^2 R_L \text{ cuando no hay señal } (V_m = I_m = 0).$$

Entonces, para Máxima Variación Simétrica,  $I_{c_Q} = V_{cc} / 2R_L$ :

$$\max P_c = V_{cc} \left( \frac{V_{cc}}{2R_L} \right) - \left( \frac{V_{cc}}{2R_L} \right)^2 R_L = \frac{V_{cc}^2}{2R_L} - \frac{V_{cc}^2}{4R_L}$$

$$\max P_c = \frac{V_{cc}^2}{4R_L}$$

La relación de  $\max P_c$  a  $\max P_{L_{AC}}$  será:

$$\frac{\max P_c}{\max P_{L_{AC}}} = \frac{V_{cc}^2 / 4R_L}{V_{cc}^2 / 8R_L} = 2.0$$

De esta ecuación se observa que para obtener 1.0 Watt de disipación en la carga en AC ( $\max P_{L_{AC}} = 1.0W$ ), se requiere que el transistor  $Q_1$  sea capaz de soportar 2.0 Watts de disipación en el colector, es decir:

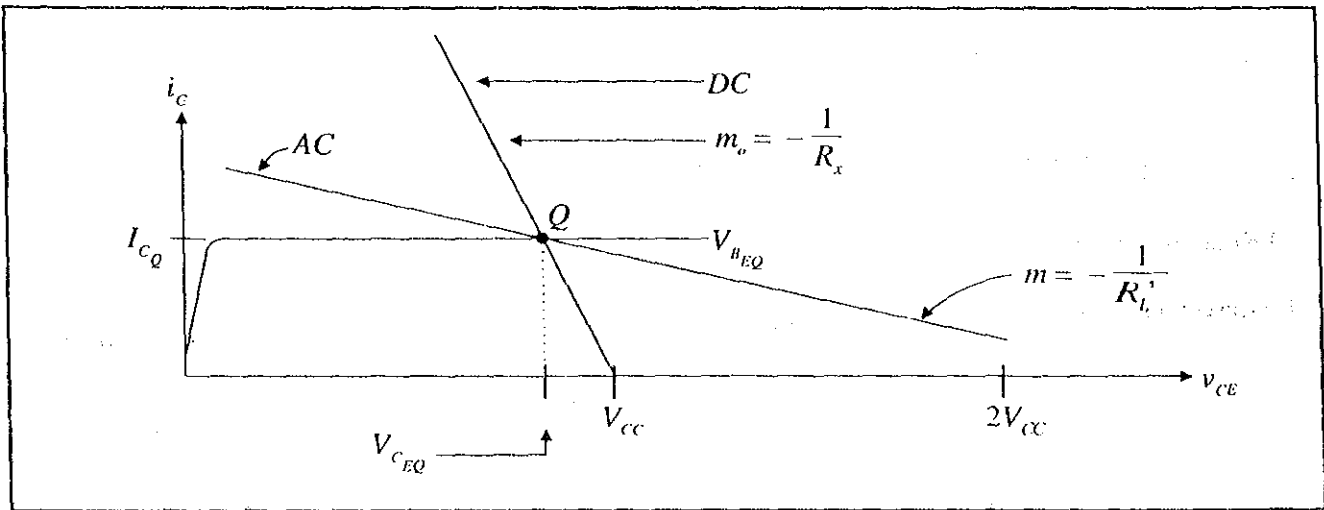
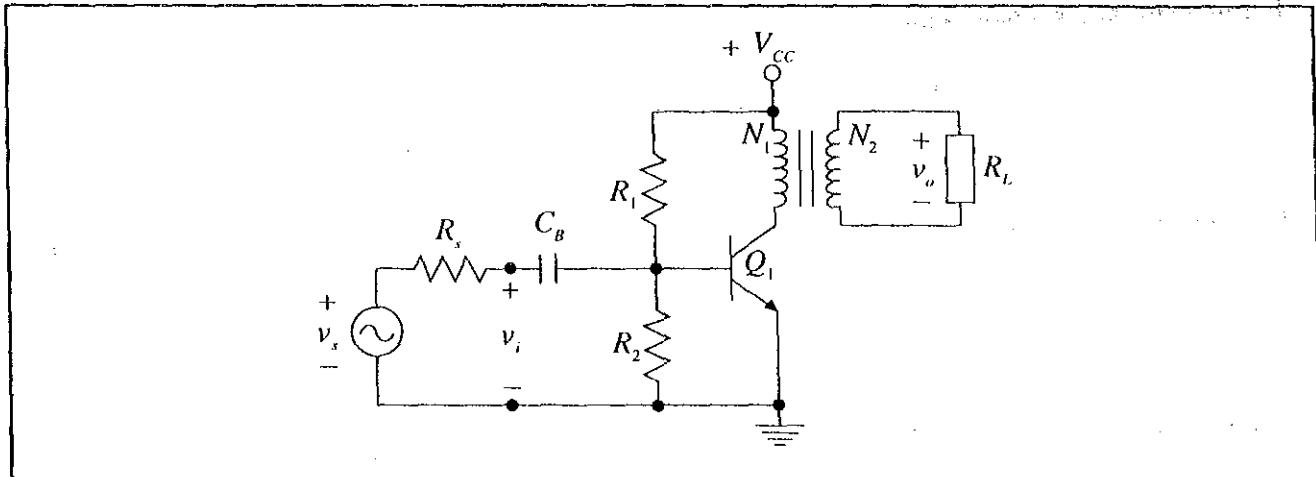
$$\max P_c = 2 (\max P_{L_{AC}}) = 2 (1.0W) = 2.0W$$

6) Características del Amplificador Clase "A" con Acoplamiento Directo.

- i) Sin señal aplicada al amplificador, existe la **máxima disipación de potencia en el transistor** y también existe **potencia disipada en la carga  $R_L$  (potencial no útil)**.
- ii) Para obtener 1.0 Watt en la carga, el transistor debe manejar 2.0 Watts.
- iii) La eficiencia máxima es del 25%.

## A.2 Amplificador Clase "A" con acoplamiento por transformador

Este tipo de amplificador se emplea para eliminar la componente de DC sobre la carga  $R_L$ , mejorando así el aprovechamiento de energía en la carga, con respecto al amplificador anterior con acoplamiento directo.



$$R'_L = \frac{1}{n^2} R_L ; n = \frac{N_2}{N_1} > 1$$

$R_x$  – Resistencia eléctrica del devanado primario ( $N_1$ ) del transformador  $T_1$ .

### 1) Cálculo de la Eficiencia Máxima ( $\eta_{max}$ ).

Como puede observarse de la gráfica, el circuito queda polarizado para Máxima Variación Simétrica en  $v_o$ , con un  $V_{CEQ} = V_{CC}$ , y la corriente  $I_{CQ}$  será igual al valor pico máximo de la señal que puede manejar este amplificador, es decir  $I_{CQ} = I_m$ .

La potencia disipada en la carga es:

$$P_{LAC} = \left( \frac{V_m}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{I_m}{\sqrt{2}} \right) = \frac{V_m I_m}{2}$$

y la potencia entregada por la fuente de alimentación es:

$$P_{CC} = V_{CC} I_{CQ}$$

Por lo tanto, la eficiencia será:

$$\eta = \frac{P_{L_{AC}}}{P_{CC}} \cdot 100\% = \frac{(V_m I_m)/2}{V_{CC} I_{C_Q}} \cdot 100\% = 50 \left( \frac{V_m I_m}{V_{CC} I_{C_Q}} \right)$$

Para obtener la máxima eficiencia en la carga en AC, se supone un  $V_{CE_{sat}} = 0V$  y, por lo tanto, el valor máximo de  $V_m$  será  $V_{CC}$ , y la  $I_m$  será  $I_{C_Q}$ :

$$\max P_{L_{AC}} = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{V_{CC} I_{C_Q}}{2}$$

Entonces, la máxima eficiencia queda:

$$\eta_{\max} = \frac{\max P_{L_{AC}}}{P_{CC}} \cdot 100\% = \frac{(V_{CC} I_{C_Q})/2}{V_{CC} I_{C_Q}} \cdot 100\% = 50\%$$

Amplificador clase "A" con acoplamiento por transformado:  $\eta_{\max} = 50\%$

## 2) Relación entre $P_c$ y $P_{L_{AC}}$

La máxima potencia disipada en el colector del transistor ( $Q_1$ ), se obtiene cuando no hay señal, es decir:

$$P_c = V_{CC} I_{C_Q} - \frac{V_m I_m}{2}$$

$$\max P_c = V_{CC} I_{C_Q} \text{ cuando no hay señal } (V_m = I_m = 0).$$

Entonces, la relación de  $\max P_c$  a  $\max P_{L_{AC}}$  será:

$$\frac{\max P_c}{\max P_{L_{AC}}} = \frac{V_{CC} I_{C_Q}}{(V_{CC} I_{C_Q})/2} = 2.0$$

De esta ecuación se observa que para obtener 1.0 Watt de disipación en la carga en AC ( $\max P_{L_{AC}}$ ), se requiere que el transistor  $Q_1$  sea capaz de soportar 2.0 Watt de disipación en el colector, es decir:

$$\max P_c = 2 (\max P_{L_{AC}}) = 2 (1.0 W) = 2.0 W$$

## 3) Características del Amplificador Clase "A" con Acoplamiento por Transformador.

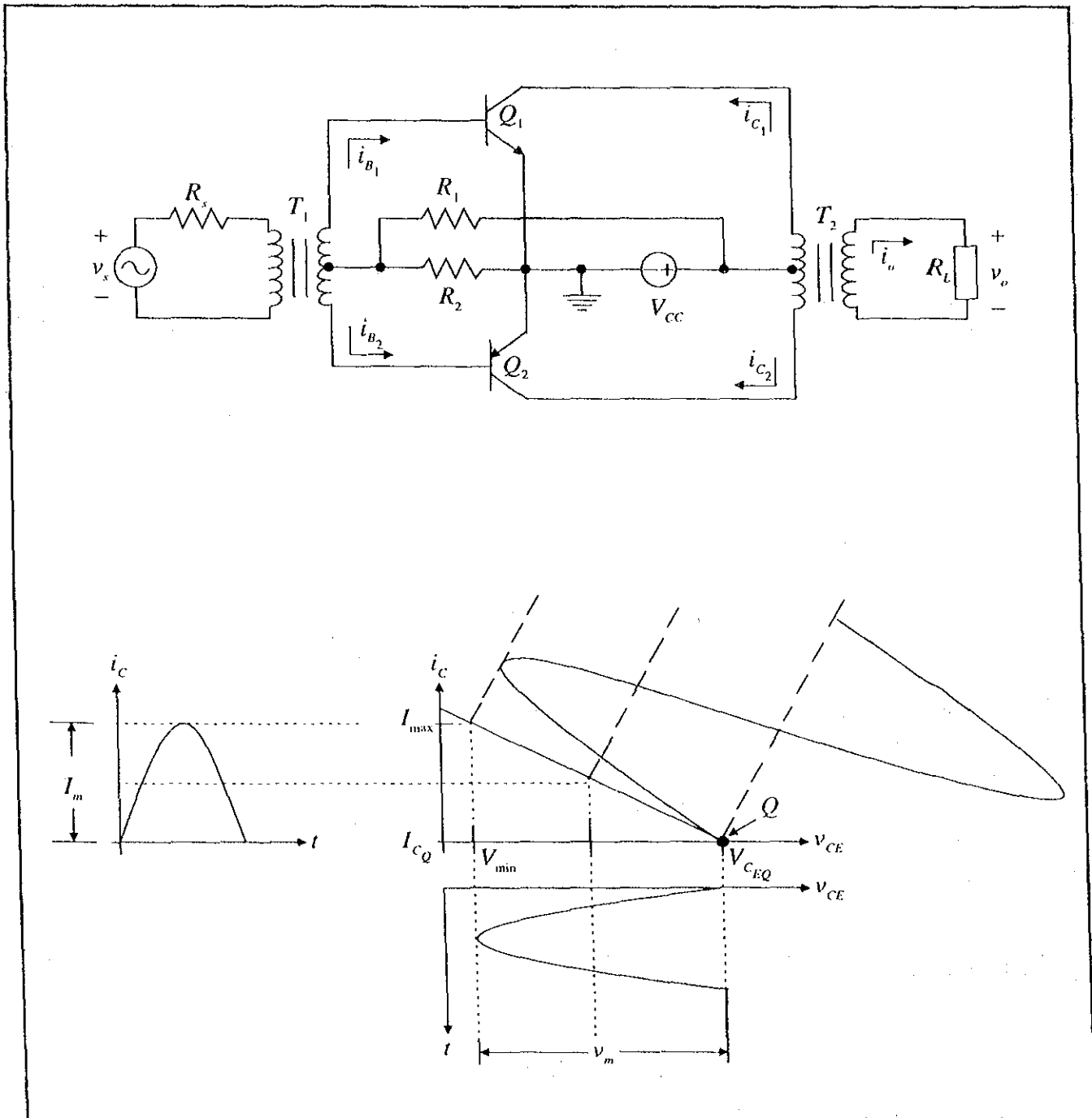
- i) Sin señal aplicada al amplificador, existe la **máxima disipación de potencia en el transistor.**
- ii) **No existe potencia disipada en la carga  $R_L$**  cuando no hay señal.
- iii) Para obtener 1.0 Watt en la carga, el transistor debe manejar 2.0 Watts.
- iv) La eficiencia es del 50%.

## B.1 Amplificador clase "B"

Este tipo de amplificador de potencia permite aumentar la eficiencia  $\eta$  y disminuir la potencia manejada por los transistores del amplificador.

Existen dos configuraciones principales: el amplificador **push-pull** y el amplificador en **simetría complementaria**.

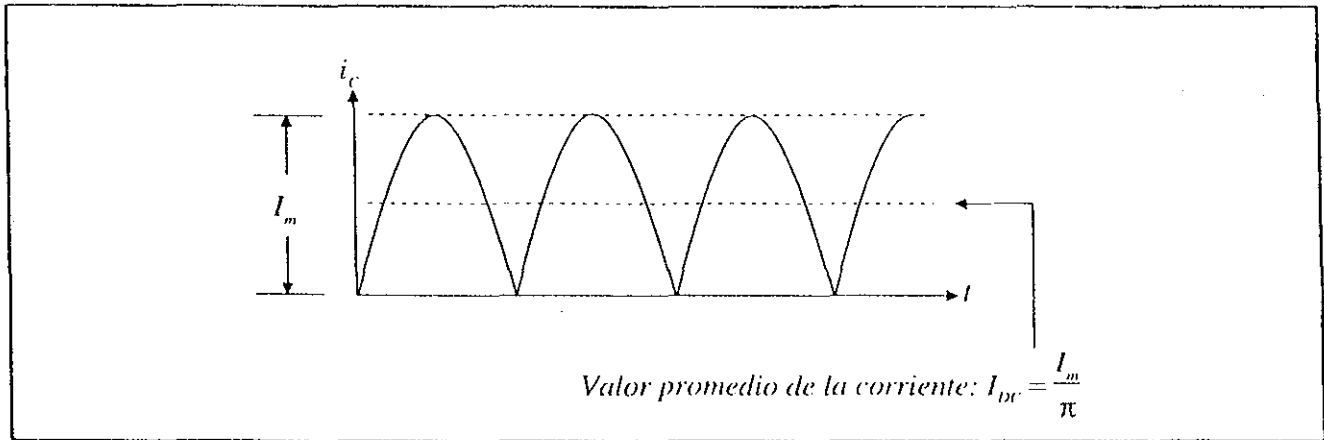
– Amplificador push-pull





1) Potencia Promedio entregada por la Fuente de Alimentación ( $V_{CC}$ ).

La forma de onda de la corriente entregada por la fuente de alimentación es pulsante, como se muestra en la gráfica siguiente:



Por lo tanto, la potencia entregada por la fuente de alimentación para operar a los dos transistores del amplificador, será:

$$P_{CC} = 2 \left( \frac{I_m}{\pi} \right) V_{CC} = 2 \frac{V_m}{R_L} \cdot \frac{V_{CC}}{\pi}$$

2) Potencia Disipada en la Carga.

$$P_{LAC} = \frac{I_m V_m}{2} = \left( \frac{V_m}{R_L} \right) \left( \frac{V_m}{2} \right) = \frac{V_m^2}{2R_L}$$

3) Potencia Disipada en los Transistores ( $Q_1$  y  $Q_2$ ).

$$P_c(Q_1, Q_2) = P_{CC} - P_{LAC} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{V_{CC} V_m}{R_L} - \frac{V_m^2}{2R_L}$$

4) Cálculo de la Eficiencia Máxima ( $\eta_{max}$ ).

La máxima potencia de la carga en AC, se obtiene cuando  $V_{CEsat} = 0$ , es decir, cuando  $V_m = V_{CEQ} = V_{CC}$  para cada transistor, y el valor de  $I_m$  será:

$$I_m = \frac{V_m}{R_L} = \frac{V_{CC}}{R_L} \quad (\text{para } V_m = V_{CC})$$

La máxima potencia en la carga en AC será:

$$\max P_{L_{AC}} = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{V_m^2}{2R_L} = \frac{V_{CC}^2}{2R_L}$$

y la potencia entregada por la fuente de alimentación será:

$$P_{CC} = 2 \cdot \frac{V_m}{R_L} \cdot \frac{V_{CC}}{\pi} = \frac{2V_{CC}^2}{\pi R_L}$$

entonces, la máxima eficiencia del amplificador queda:

$$\eta_{\max} = \frac{\max P_{L_{AC}}}{P_{CC}} \cdot 100\% = \frac{V_{CC}^2 / 2R_L}{2V_{CC}^2 / \pi R_L} \cdot 100\% = \frac{\pi}{4} \cdot 100\%$$

$$\eta_{\max} = 78.5\%$$

Amplificador clase "B" :  $\eta_{\max} = 78.5\%$

#### 5) Relación entre $P_c$ y $P_{L_{AC}}$ :

La máxima potencia disipada por los colectores de los transistores, se obtiene derivando la ecuación planteada en el inciso (3) con respecto a  $V_m$ , y obteniendo el máximo de dicha función, esto es:

$$\frac{\partial P_c(Q_1, Q_2)}{\partial V_m} = \frac{\partial}{\partial V_m} \left( \frac{2 V_{CC} V_m}{\pi R_L} - \frac{V_m^2}{2R_L} \right)$$

$$\frac{\partial P_c(Q_1, Q_2)}{\partial V_m} = \frac{2V_{CC}}{\pi R_L} - \frac{V_m}{R_L}$$

Igualando la derivada a cero, queda:

$$\frac{2V_{CC}}{\pi R_L} - \frac{V_m}{R_L} = 0$$

y despejando el valor de  $V_m$ , se obtiene:

$$V_m = \frac{2V_{CC}}{\pi}$$

Entonces, la máxima potencia disipada por los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$  será:

$$\max P_c(Q_1, Q_2) = \frac{2}{\pi} \frac{V_{CC}}{R_L} \left( \frac{2V_{CC}}{\pi} \right) - \left( \frac{2V_{CC}}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{2R_L} \right)$$

$$\max P_c = \frac{4V_{cc}^2}{\pi^2 R_L} = \frac{4V_{cc}^2}{2\pi^2 R_L} = \frac{4V_{cc}^2}{2\pi^2 R_L}$$

$$\boxed{\max P_c(Q_1, Q_2) = \frac{2V_{cc}^2}{\pi^2 R_L}} \quad \text{para un} \quad V_m = \frac{2V_{cc}}{\pi}$$

Por lo tanto, la relación entre  $P_c$  y  $P_{LAC}$  es:

$$\boxed{\frac{\max P_c}{\max P_{LAC}} = \frac{2V_{cc}^2 / \pi^2 R_L}{V_{cc}^2 / 2R_L} = \frac{4}{\pi^2} = 0.4}$$

De esta ecuación se observa que para obtener 10.0 Watts de disipación en la carga en AC ( $\max P_{LAC} = 10.0 \text{ W}$ ), se requiere una  $\max P_c = 0.4 (\max P_{LAC}) = 4.0 \text{ W}$ , lo que equivale a seleccionar transistores con una capacidad de 2.0 Watts cada uno.

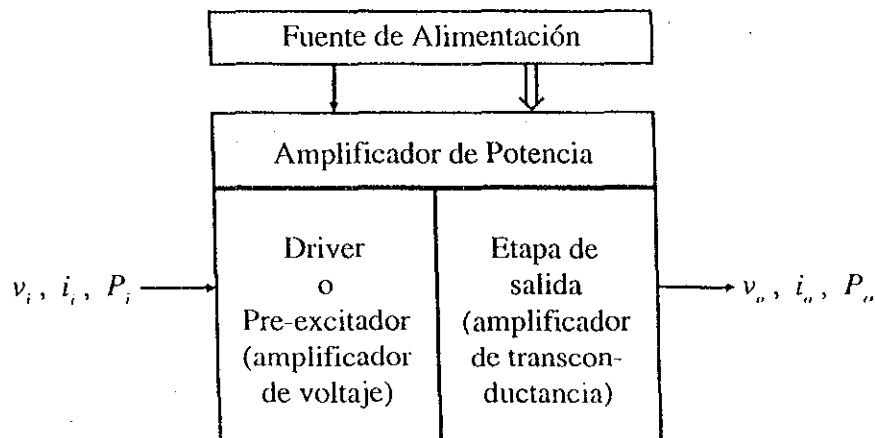
Con este tipo de amplificador se puede obtener, en la carga, hasta cinco veces la potencia especificada en cada transistor.

#### 6) Características del Amplificador Clase "B".

- i) Sin señal aplicada al amplificador, **no hay potencia disipada en los transistores, ni en la carga.**
- ii) Para obtener 10.0 Watts en la carga, cada transistor debe manejar 2.0 Watts.
- iii) No existe componente de DC en la carga.
- iv) La eficiencia máxima es del 78.5%.

### IX.4 AMPLIFICADOR DE POTENCIA CLASE "B" ("AB") EN SIMETRIA COMPLEMENTARIA

Para obtener una potencia de salida ( $P_o$ ) elevada, se requiere que el voltaje de salida ( $v_o$ ) y la corriente de salida ( $i_o$ ) sean elevadas. Esto se logra construyendo el amplificador de potencia con dos etapas: la primera etapa (*driver o pre-excitador*) funciona como amplificador de *voltaje* y la segunda etapa (*etapa de salida*) será un amplificador de *transconductancia* (amplifica la corriente de salida a partir del voltaje que recibe de la primera etapa).

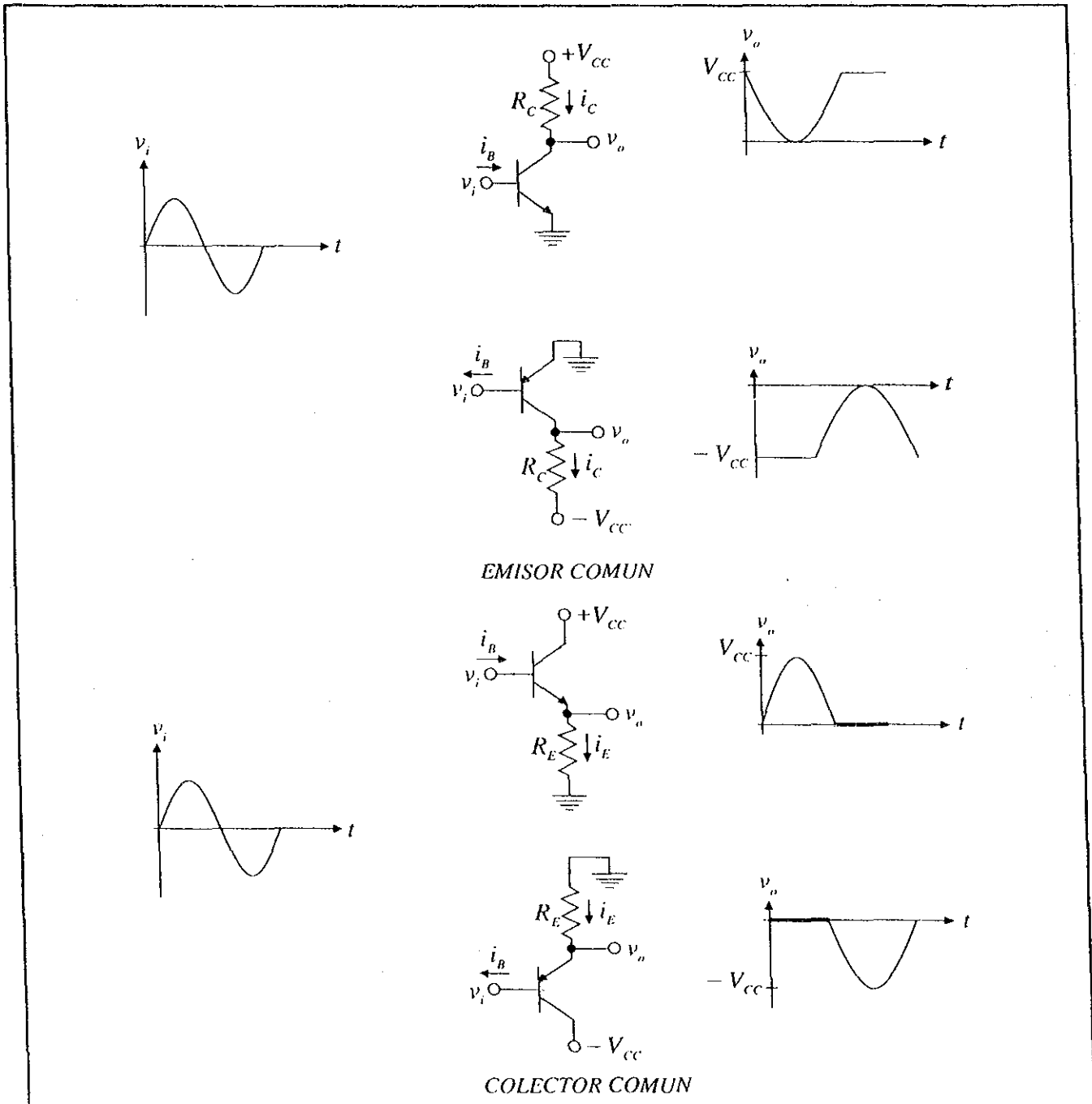


### IX.4.1 Etapa de salida (amplificador de transconductancia)

Las configuraciones con transistores bipolares que presentan amplificación de corriente a partir de un voltaje de entrada son: emisor común y colector común.

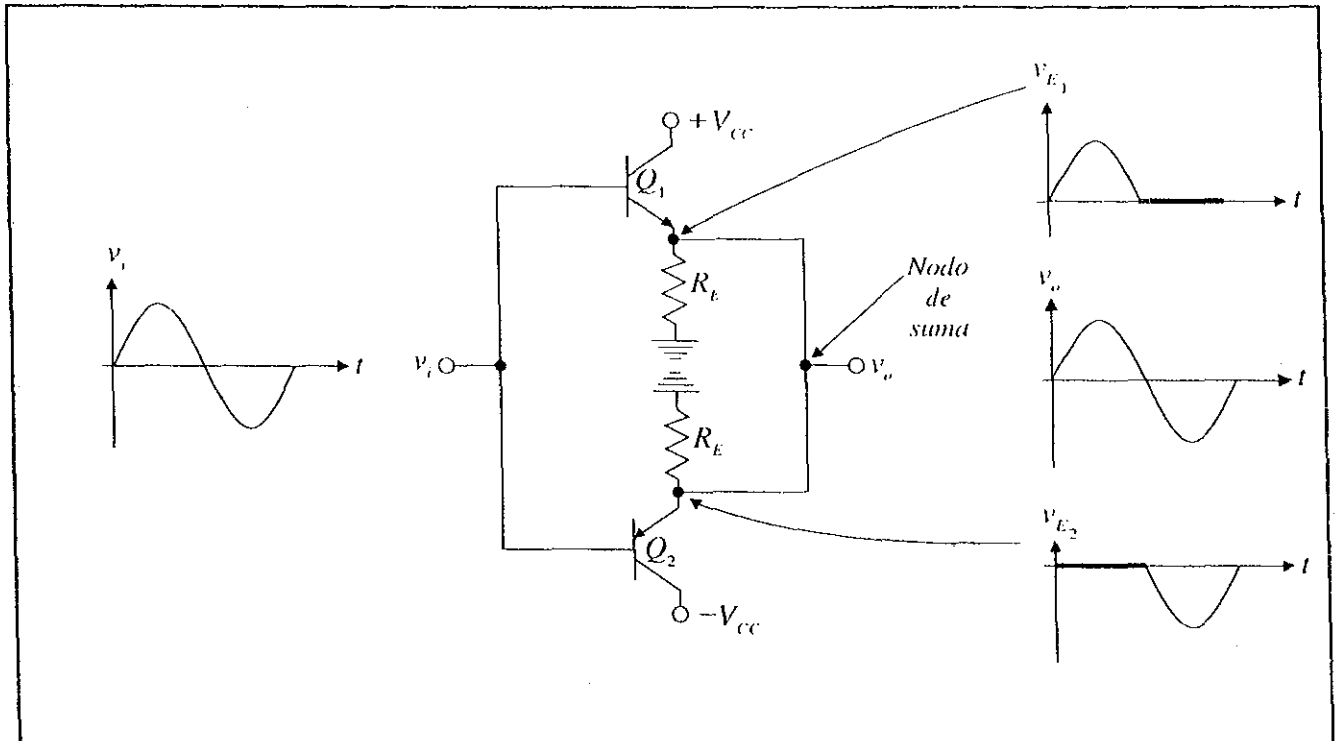
Para lograr una alta eficiencia con esas configuraciones, se requiere que operen en **clase "B"**, por lo que se hacen necesarios dos transistores: uno para manejar el semiciclo positivo de la señal y el otro para manejar el semiciclo negativo.

Las formas de onda para las configuraciones de EC y CC operando como amplificadores **clase "B"** se muestran a continuación:

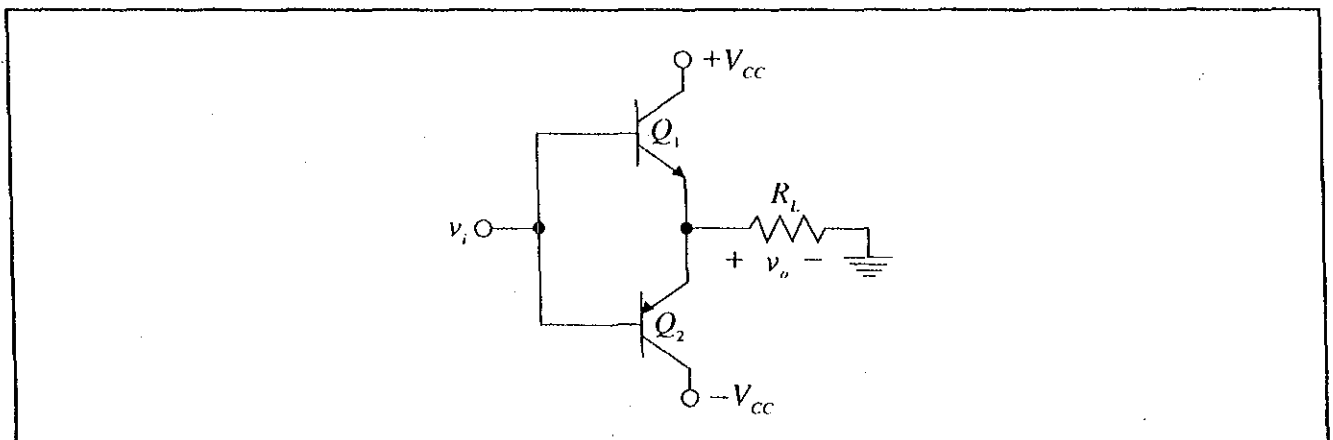


Si se suman los voltajes de salida de los pares de transistores de cada configuración, se obtiene la forma de onda completa de la señal de entrada. La configuración de **emisor común** tiene los semiciclos montados sobre las componentes de DC de  $+V_{cc}$  y  $-V_{cc}$ , mientras que la configuración de **colector común** presenta los semiciclos de la señal sin componente de DC. Por lo anterior, la configuración de **colector común** facilita la **suma de voltajes en un nodo**, mientras que el **emisor común** requiere de un **sumador** más elaborado a causa de la componente de DC.

En la figura que se muestra a continuación se observa la suma de los voltajes de salida en un **nodo** (para la configuración de colector común):

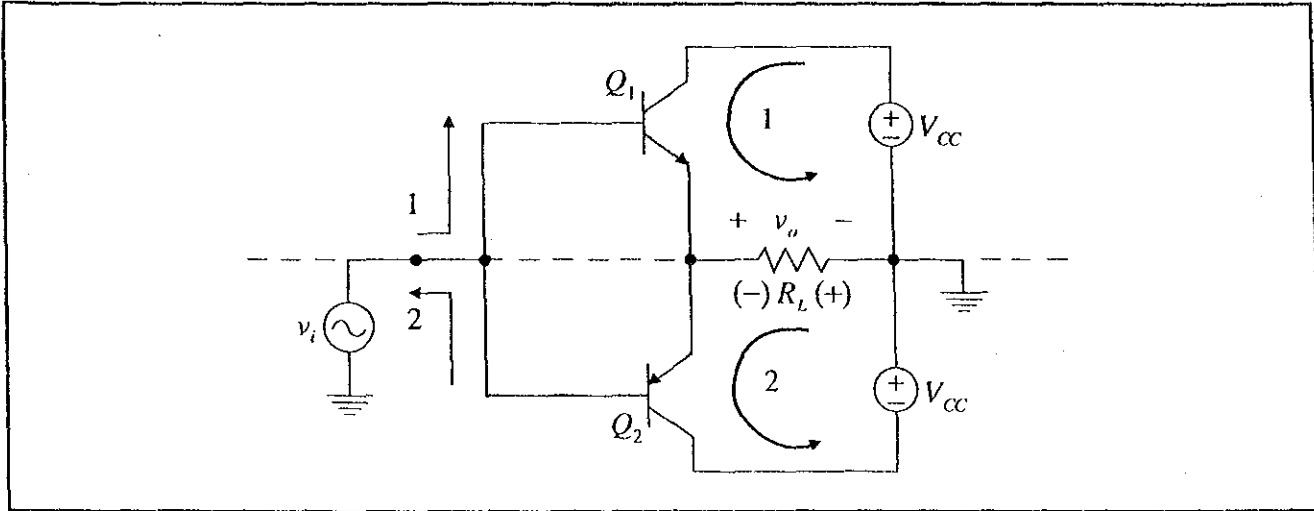


Al sumar las señales en un **nodo**, las resistencias de carga de cada transistor quedan en paralelo, resultando una resistencia equivalente entre el **nodo de suma** (los emisores de los transistores) y tierra. El circuito toma entonces la forma que se muestra en la siguiente figura:



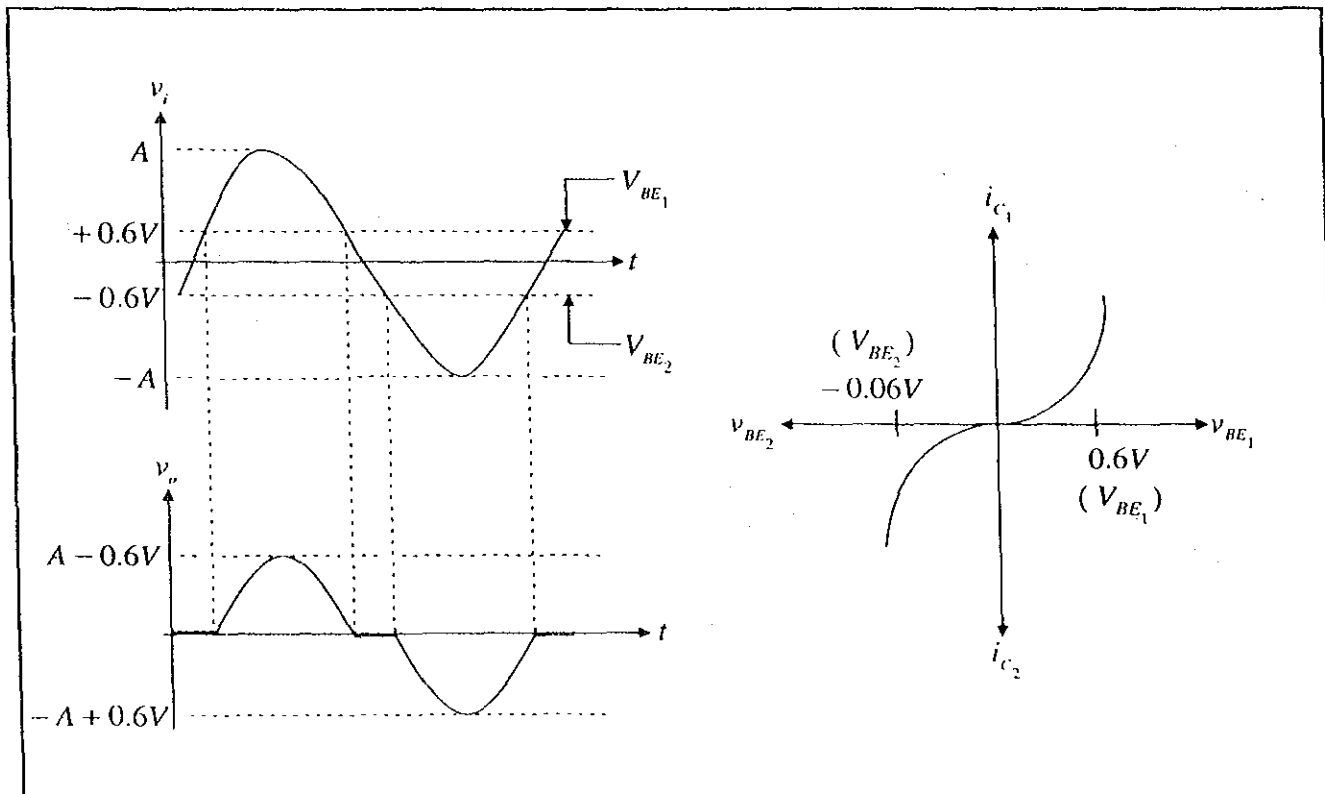
El amplificador de potencia en simetría complementaria es un amplificador que opera en **clase "B"** (en principio; prácticamente opera en **clase "AB"**) teniendo una eficiencia máxima teórica de 78.5%.

El principio de funcionamiento de este amplificador se basa en dos configuraciones de **seguidor emisor** construidas con transistores **complementarios** (npn y pnp) como se muestra a continuación:



Esta conexión de los transistores **complementarios**  $Q_1$  y  $Q_2$  (cada uno operando en **clase "B"**) presenta simetría respecto a la línea punteada.

En este circuito cuando  $v_i > 0$  el transistor  $Q_1$  conduce y  $Q_2$  se corta, teniendo los flujos de corriente que se indican con el número 1. Cuando  $v_i < 0$ ,  $Q_2$  conduce y  $Q_1$  se corta y el flujo de corriente es el que

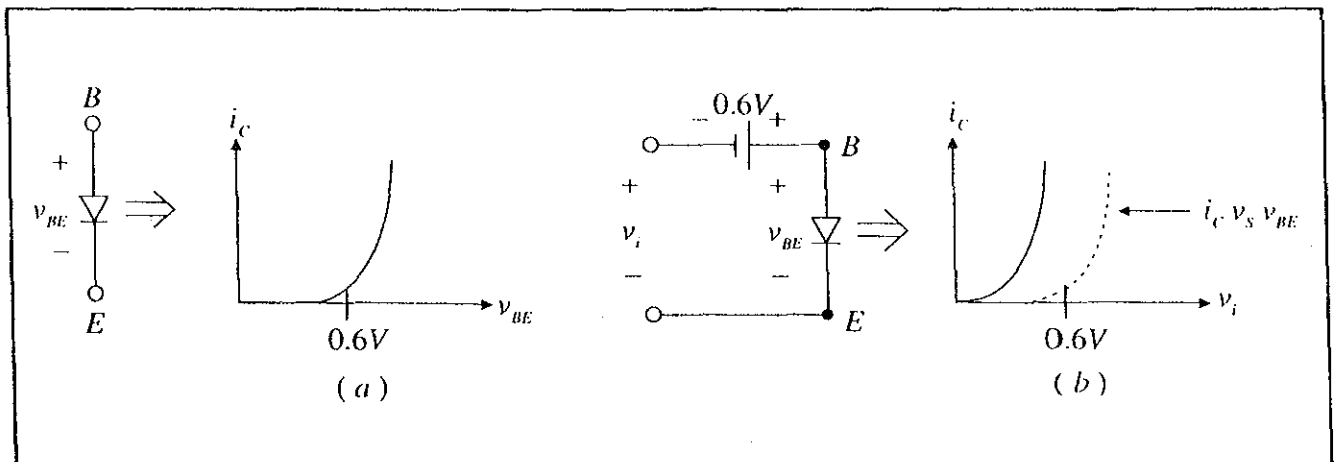


se muestra ahora con el número 2. Los voltajes desarrollados sobre  $R_L$  se alternan con la polaridad indicada. El ángulo de conducción de cada transistor es de  $\theta_c = 180^\circ$  (clase "B"). La ganancia en corriente es el valor de la  $h_{fe}$  de los transistores.

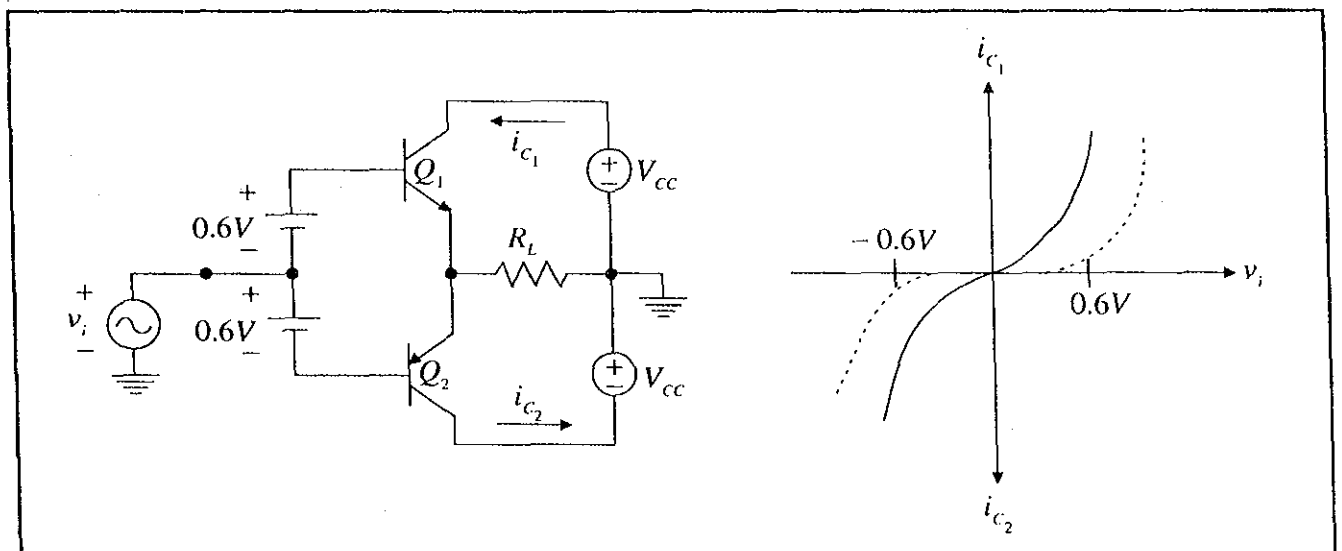
El problema que se presenta es el voltaje necesario que requieren las uniones base-emisor de cada transistor para "encender". Esto es, mientras  $v_i$  no sea mayor que los voltajes de encendido de las uniones base-emisor, los transistores no conducen, introduciendo **Distorsión de Cruce**, como puede observarse en la gráfica anterior.

#### IX.4.1.1 Circuito de PrePolarización

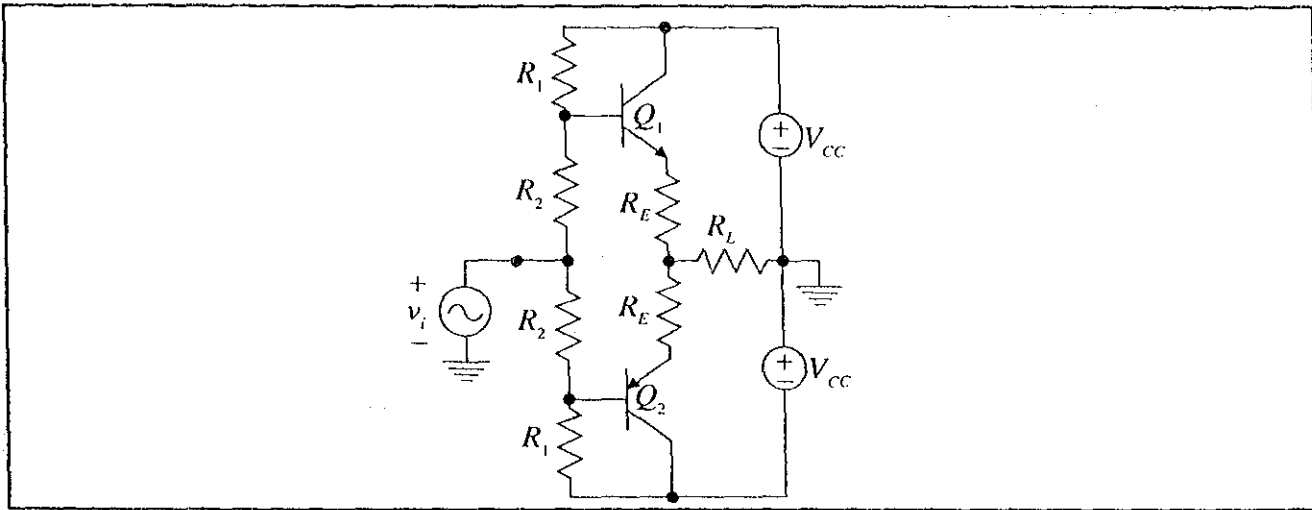
Para reducir esta **distorsión** se necesita incluir, en la configuración básica del amplificador, un **circuito de prepolarización**, cuya función es la de montar la señal  $v_i$  sobre componentes de voltaje directo de  $+0.6V$  y  $-0.6V$  (aproximadamente) para  $Q_1$  y  $Q_2$  respectivamente, de manera que cada transistor comience a conducir para voltajes de  $v_i > 0$  y  $v_i < 0$ , y no  $v_i > 0.6V$  y  $v_i < -0.6V$  como en el circuito original. En la figura siguiente se muestra un circuito que cumple con la condición anterior:



Aplicando el circuito (b) a la configuración original del amplificador, resultaría el siguiente circuito:

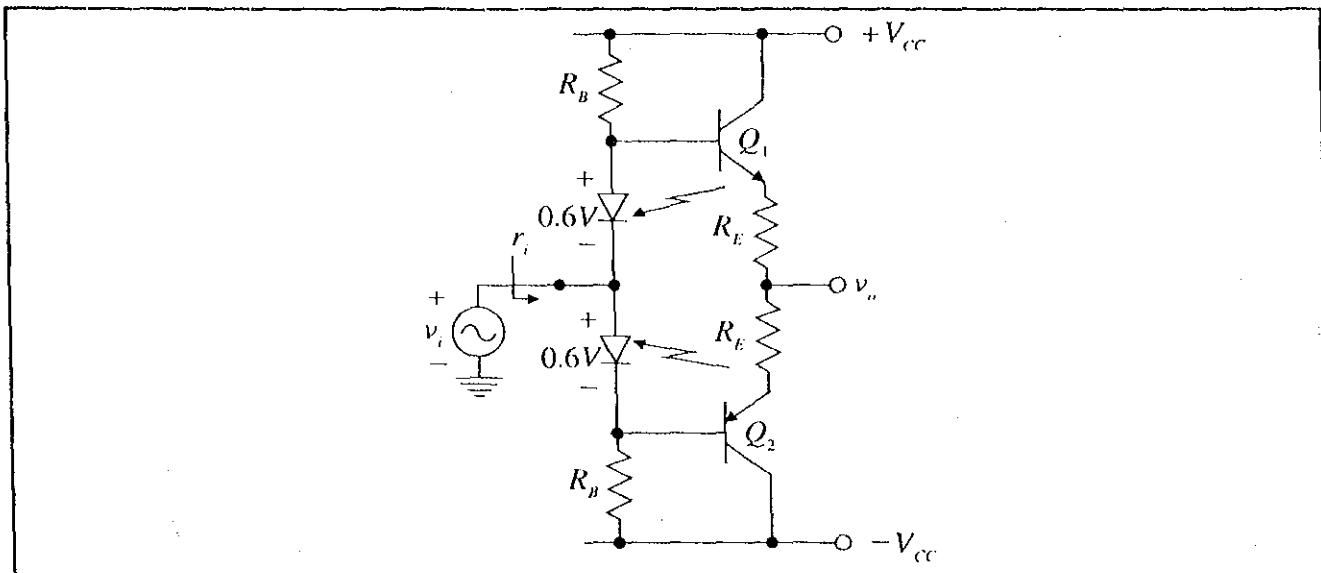


Como no es práctico emplear fuentes de  $0.6V$  independientes de las fuentes de  $V_{cc}$ , se pueden emplear **divisores de voltaje resistivos** para generar los voltajes de  $\pm 0.6V$ .



Las resistencias  $R_E$  se incluyen en los emisores de los transistores para lograr estabilidad térmica del circuito. El valor de  $R_E$  debe ser pequeño ( $1\Omega$ ,  $0.5\Omega$ ) para no “perder” voltaje de salida en esas resistencias.

Las uniones base-emisor de los transistores varían su voltaje de “encendido” si varía la temperatura, mientras que el voltaje de prepolarización generado por las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  no presenta la misma variación de voltaje de las uniones, por lo que, si existe alguna variación de temperatura, aparecería de nuevo la distorsión de cruce. Para evitar esto, se prefiere modificar el circuito como aparece a continuación:



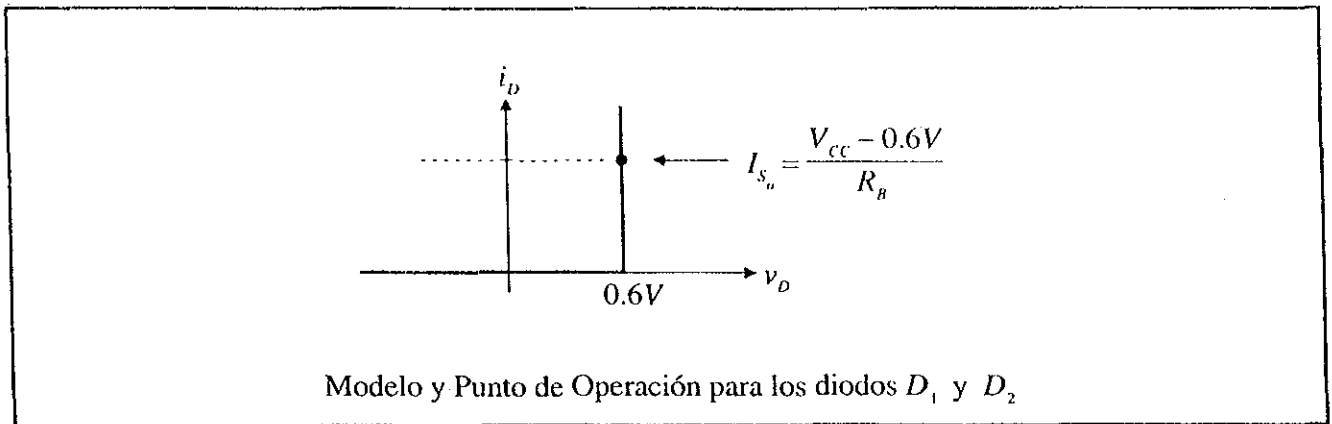
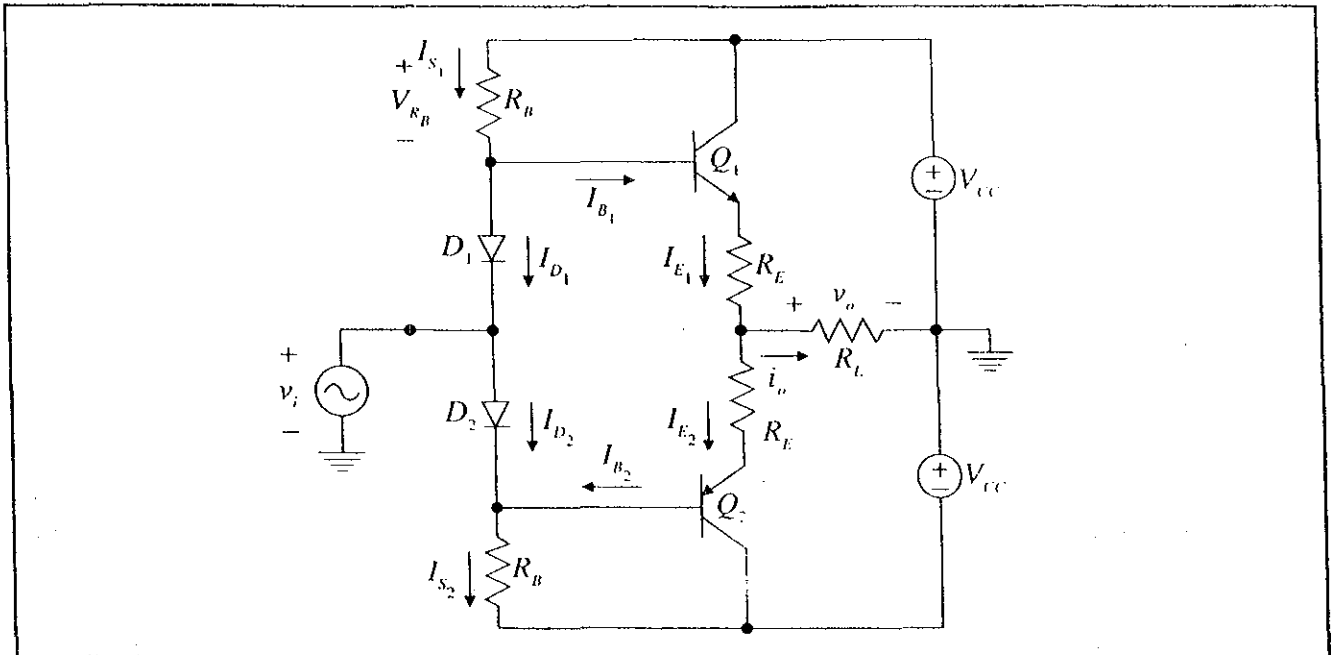
Este circuito permite **acoplar térmicamente** las uniones base-emisor de los transistores con los diodos de prepolarización **montándolos en el mismo disipador**, con el objeto de compensar las variaciones de voltajes de las uniones pn debidas a cambios en la temperatura, evitando así que aparezca la **distorsión de cruce** a cualquier temperatura.

Al incluir el **circuito de prepolarización** se presentan dos nuevos problemas: la resistencia dinámica de entrada  $r_i$  del amplificador tiende a disminuir y la variación máxima de  $v_o$  queda muy abajo de  $|V_{cc}|$  ( $V_{o_{max}} < |V_{cc}|$ ).



- Análisis de  $r_i$  y  $v_o$ .

**A. Comportamiento de  $v_o$**



1) Si  $v_i = 0 \Rightarrow Q_1$  y  $Q_2$  están en el límite de corte a activa (EOC) y se tiene que  $I_{C1} = I_{C2} = 0$ ;  $I_{B1} = I_{B2} = 0$ ;  $i_o = 0$  y  $v_o = 0$ .

En estas condiciones, los diodos  $D_1$  y  $D_2$  se encuentran polarizados con una corriente:

$$I_{S_s} = \frac{V_{CC} - 0.6V}{R_B} = I_{S_1} = I_{S_2} = I_{D_1} = I_{D_2}$$

y la caída de tensión en las resistencias  $R_B$  es de  $V_{R_B} = V_{CC} - 0.6V$  pudiendo expresar  $I_{S_s}$  como:

$$I_{S_1} = \frac{V_{R_{B_1}}}{R_{B_1}}$$

De esta ecuación se observa que la corriente de prepolarización de los diodos (para que mantengan un voltaje de encendido de 0.6V) depende de la caída de tensión en las resistencias  $R_{B_1}$ .

2) Si  $v_i > 0 \Rightarrow Q_1$  conduce (activa) y  $Q_2$  se corta, entonces:

$$V_{B_1} > 0.6V ; V_{E_1} > 0 ; I_{E_1} = i_o > 0 ; I_{B_1} > 0 ; V_{R_{B_1}} < V_{R_{B_2}}$$

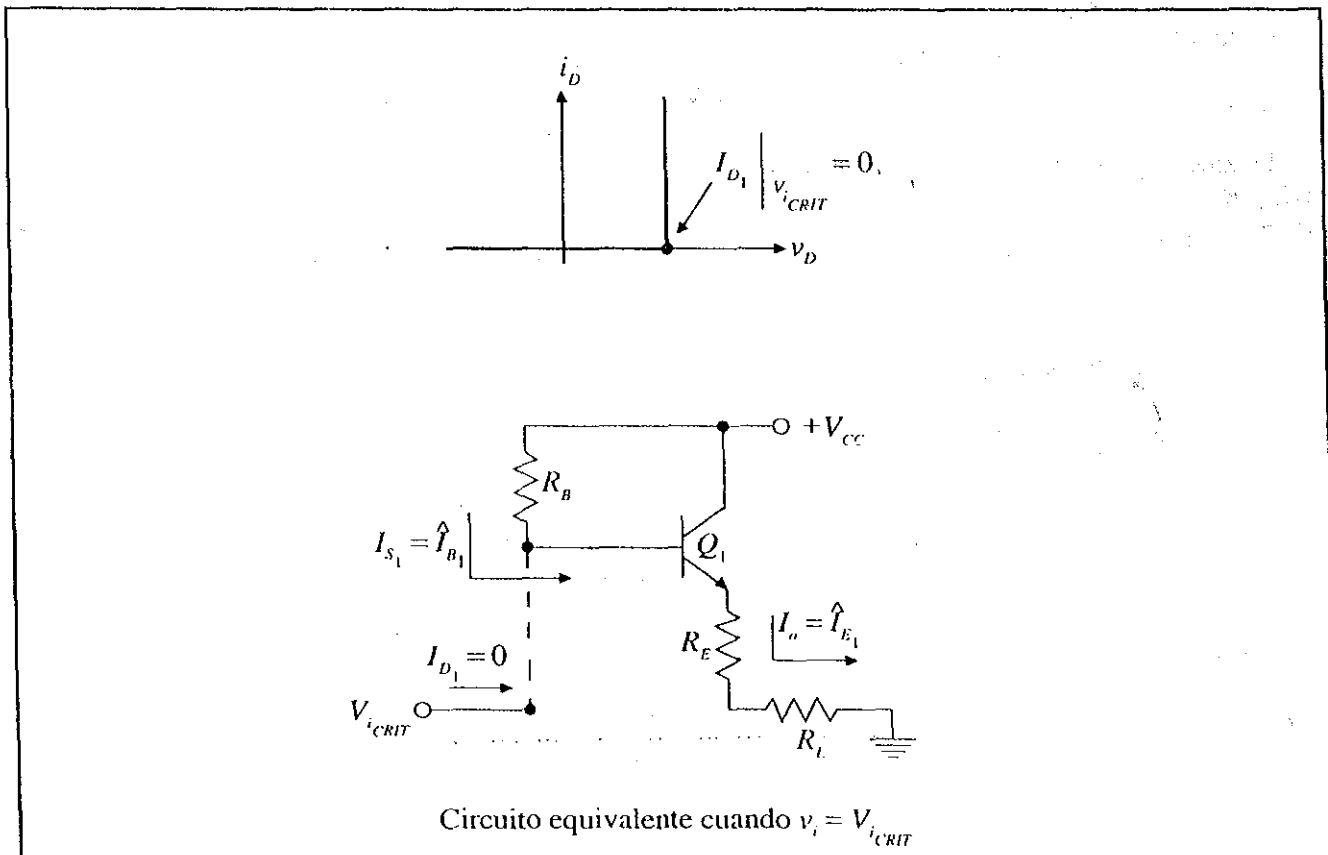
Como  $I_{S_1}$  depende de la caída de tensión en  $R_{B_1}$ , entonces al disminuir  $V_{R_{B_1}}$  disminuye  $I_{S_1}$ .

Cuando  $Q_1$  conduce, la corriente de polarización del diodo  $D_1$  disminuye, debido a que  $I_{S_1}$  disminuye e  $I_{B_1}$  aumenta:

$$I_{D_1} = I_{S_1} - I_{B_1}$$

$I_{D_1}$  disminuye muy rápido

El diodo  $D_1$  estará en el límite de conducción cuando suceda que  $I_{B_1} = I_{S_1}$ , lo cual ocurrirá para un determinado valor del voltaje de entrada, al cual se llamará  $V_{i_{CRITICO}}$  ( $V_{i_{CRIT}}$ ):  $V_{i_{CRIT}} = V_{B_1} - 0.6V$ . En este momento se tendrá la máxima corriente de base de  $Q_1$  ( $\hat{I}_{B_1}$ ) y la mínima corriente en el diodo  $D_1$  ( $I_{D_1} = 0$ ).



- Cálculo de  $\hat{V}_o$  (cuando  $v_i = V_{i\text{CRIT}}$ )

Las expresiones de  $\hat{I}_B$  e  $\hat{I}_E$  son:

$$(1) \dots \hat{I}_B = \frac{V_{CC} - 0.6V}{R_B + (\beta_o + 1)(R_E + R_L)} \quad ; \quad \hat{I}_E = (\beta_o + 1) \hat{I}_B$$

y la expresión para  $\hat{V}_o \Big|_{V_{i\text{CRIT}}}$  es:

$$(2) \dots \hat{V}_o = (\beta_o + 1) \hat{I}_B R_L = \frac{(\beta_o + 1)(V_{CC} - 0.6V)}{R_B + (\beta_o + 1)(R_E + R_L)} R_L$$

De las ecuaciones 1 y 2 se puede demostrar que  $\hat{V}_o \Big|_{V_{i\text{CRIT}}}$  aumenta si:

- $\beta_o$  aumenta ( $I_B$  es pequeña y  $V_{R_B}$  es pequeño).
- $R_L, R_E$  aumentan.
- $R_B$  disminuye ( $V_{R_B}$  es pequeño y  $\hat{V}_o \rightarrow V_{CC}$ ).

Lo que se desea es que el valor de  $\hat{V}_o$  se acerque lo más posible a  $V_{CC}$ , lo cual se logrará si  $R_E < R_L$  ( $R_L, R_E$  aumentan) y si se puede llevar al transistor  $Q_1$  al borde de saturación (EOS) ( $\beta_o$  aumenta,  $R_B$  disminuye).

### Ejemplo numérico:

\* Valores de Referencia:

$$V_{CC} = 20V; \beta_o + 1 = 40; R_E + R_L = 10\Omega; R_E = 2\Omega; R_L = 8\Omega; R_B = 1K\Omega; v_i = V_{i\text{CRIT}}$$

$$\hat{I}_B = \frac{20V - 0.6V}{1K\Omega + 40 \times 10\Omega} = 13.86mA$$

$$\hat{I}_E = (\beta_o + 1) \hat{I}_B = 554.3mA$$

$$\hat{V}_o = \hat{I}_E \cdot R_L = 0.5543A \times 8\Omega = 4.434V$$

\* Si  $\beta_o + 1$  se aumenta a 80

$$\hat{I}_B = \frac{20V - 0.6V}{1K\Omega + 80 \times 10\Omega} = 10.78mA$$

$$\hat{I}_E = 80 \times 10.78 \times 10^{-3} A = 862.2mA$$

$$\hat{V}_o = 0.8622A \times 8\Omega = 6.898V$$

\* Si  $R_E + R_L$  se aumenta a  $20\Omega$  ( $R_E = 4\Omega$ ;  $R_L = 16\Omega$ )

$$\hat{I}_B = \frac{20V - 0.6V}{1K\Omega + 40 \times 20\Omega} = 10.78mA$$

$$\hat{I}_E = 40 \times 10.78 \times 10^{-3}A = 431.1mA$$

$$\hat{V}_o = 0.431A \times 16\Omega = 6.898V$$

\* Si  $R_B$  disminuye a  $500\Omega$

$$\hat{I}_B = \frac{20V - 0.6V}{500\Omega + 40 \times 10\Omega} = 21.56mA$$

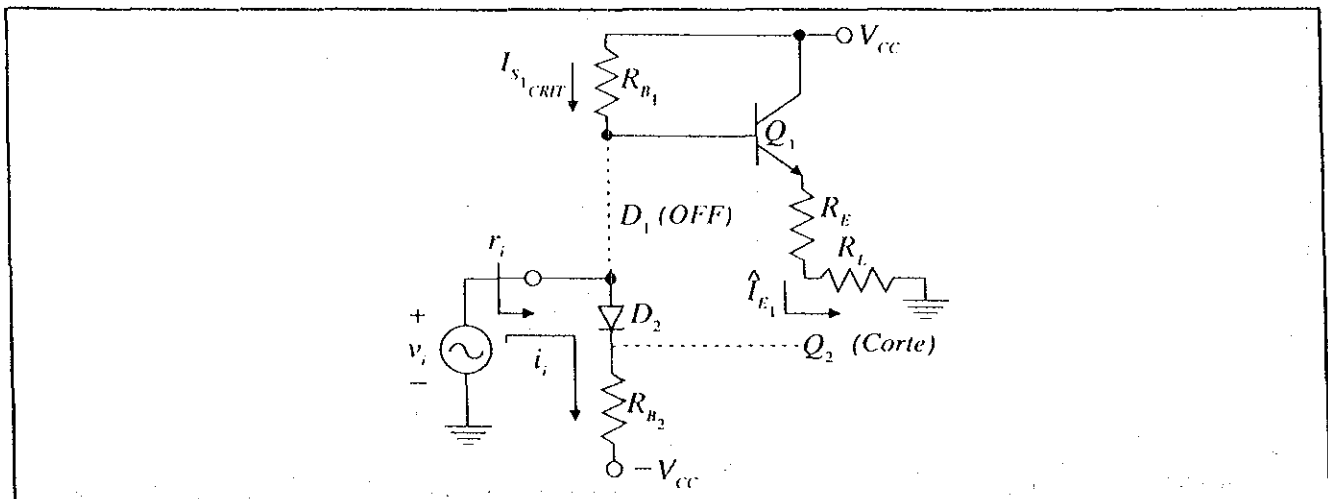
$$\hat{I}_E = 40 \times 21.56 \times 10^{-3}A = 862.2mA$$

$$\hat{V}_o = 0.8622A \times 8\Omega = 6.898V$$

Como puede observarse, los tres últimos valores de  $\hat{V}_o$  (6.898V) son mayores que el valor de referencia (4.434V).

### B. Cálculo de $r_i$ mínima (resistencia dinámica a señal grande)

Cuando  $v_i$  alcanza el valor de  $V_{i\_CRIT}$ , el diodo  $D_1$  se abre. Si  $v_i$  aumenta más, entonces  $v_o$  ya no podrá "seguirlo" porque  $D_1$  se mantendrá apagado (abierto).



Considerando  $V_{cc} = 20V$ ;  $\beta_o + 1 = 40$ ;  $R_B = 1K\Omega$ ;  $v_i = V_{i\_CRIT}$ ;  $\hat{I}_{E1} = 554.3mA$

$$I_{S1\_CRIT} = \frac{\hat{I}_{E1}}{\beta_o + 1} = 13.86mA$$

$$V_{i_{CRIT}} = V_{CC} - R_B I_{S_{i_{CRIT}}} - 0.6V$$

$$V_{i_{CRIT}} = 20V - (1K\Omega)(13.86 \times 10^{-4}A) - 0.6V$$

$$V_{i_{CRIT}} = 5.543V$$

$$I_{i_{CRIT}} = \frac{V_{i_{CRIT}} - 0.6V - (-V_{CC})}{R_{B_2}}$$

$$I_{i_{CRIT}} = \frac{5.543V - 0.6V - (-20V)}{1K\Omega}$$

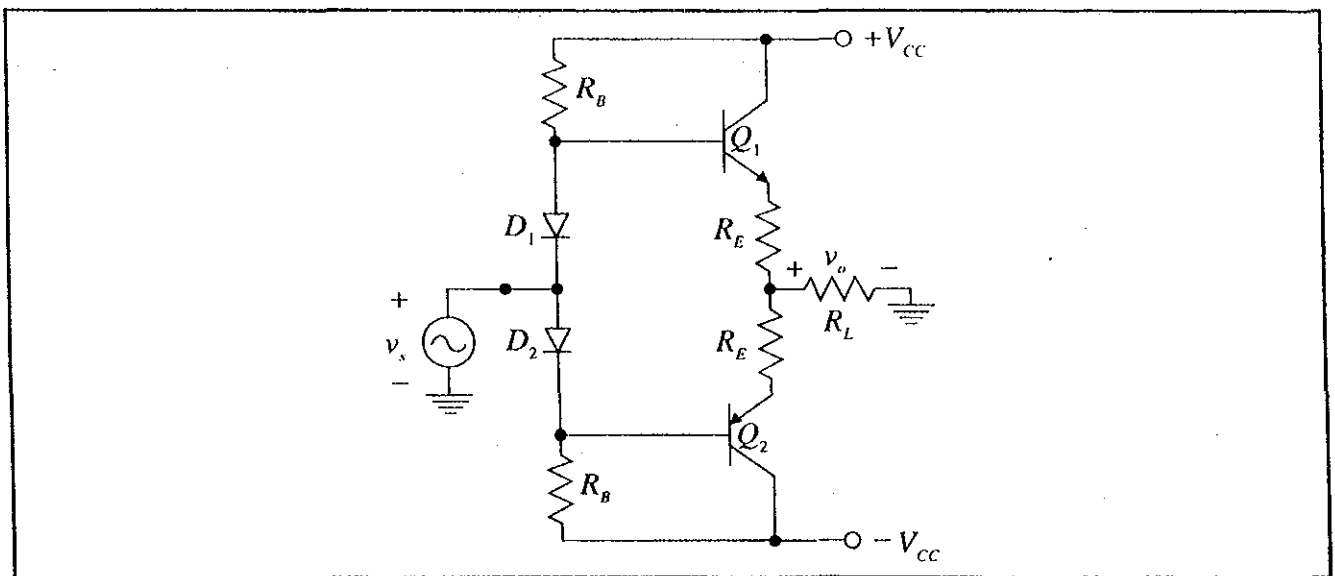
$$I_{i_{CRIT}} = 24.94mA$$

$$r_i = \frac{V_{i_{CRIT}}}{I_{i_{CRIT}}} = \frac{5.543V}{24.94 \times 10^{-3}A} = 222.2\Omega$$

$$r_i < R_B$$

Mientras más negativa sea la fuente ( $-V_{CC}$ ), más pequeño será el valor de  $r_i$ , puesto que el circuito demandará una corriente  $I_i$  muy alta.

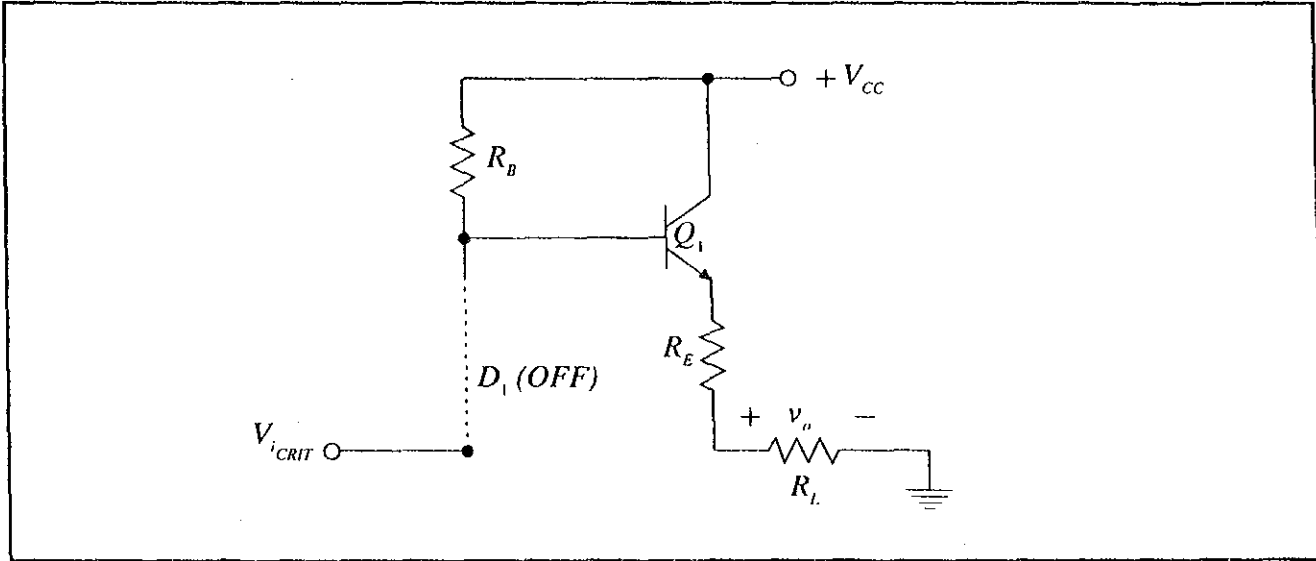
Resumiendo los resultados del análisis anterior:



Para los valores de  $V_{CC} = 20V$ ;  $R_E + R_L = 10\Omega$  ( $R_E = 2\Omega$ ,  $R_L = 8\Omega$ ),  $\beta_o + 1 = 40$  y  $R_B = 1K\Omega$ , se tiene lo siguiente:

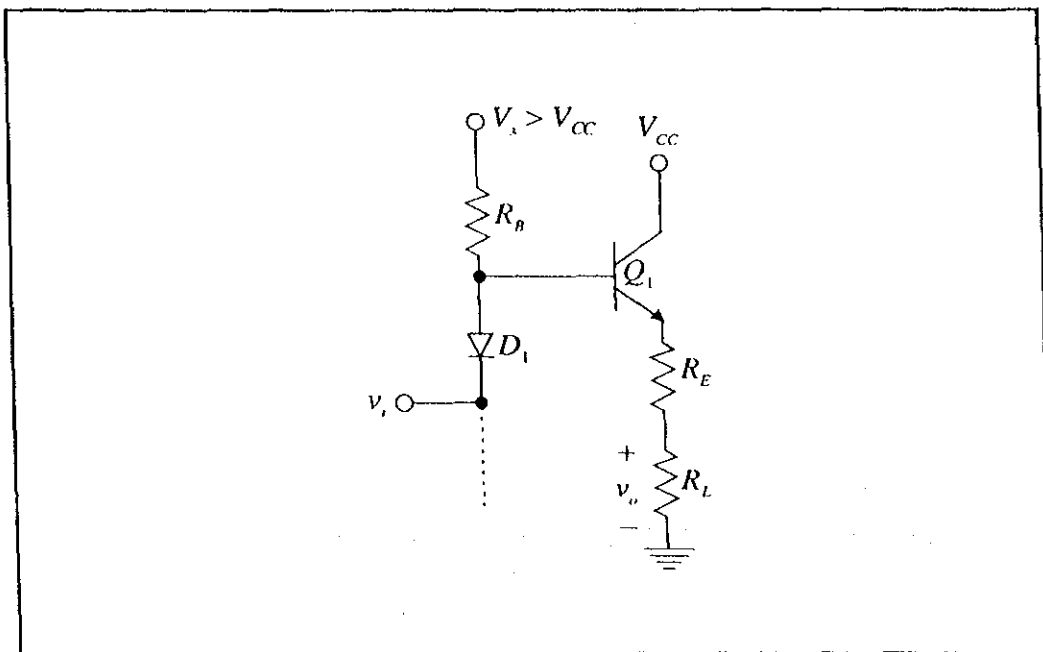
- 1)  $\hat{V}_o = 4.434V < V_{CC}$
- 2)  $r_i = 222.2\Omega < R_B$
- 3)  $V_{i_{CRIT}} = 5.543V < V_{CC}$

Para mejorar el amplificador, se tratará de hacer que  $\hat{V}_o$  sea cercano a  $V_{CC}$ . Esto se logra haciendo que los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$  lleguen al límite de saturación. La configuración que resulta cuando  $v_i$  alcanza el valor de  $V_{i_{CRIT}}$  ( $D_1$  apagado) es:



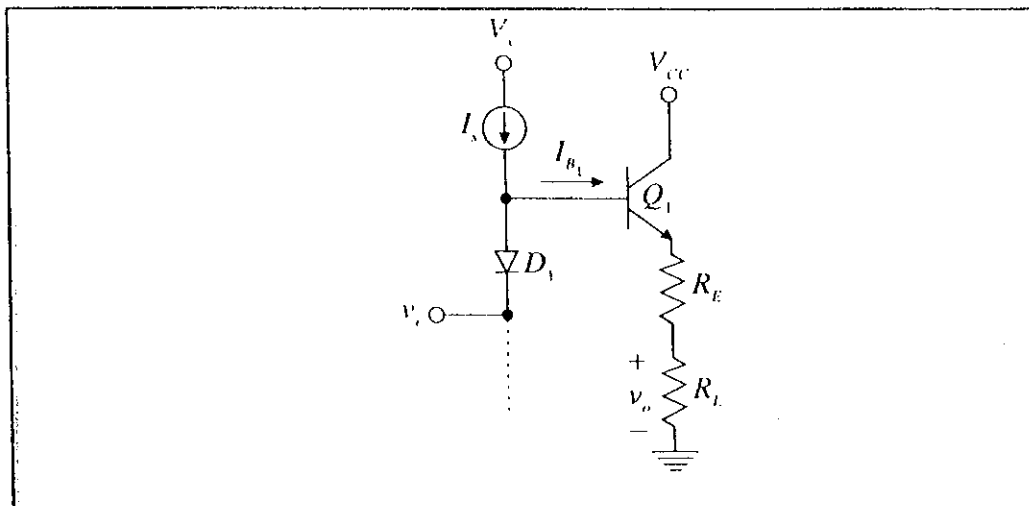
En esta configuración  $Q_1$  nunca podrá llegar a saturarse, porque la unión BC no puede polarizarse en directa ( $V_{B_1} < V_{C_1}$ ).

Para que  $Q_1$  llegue al límite de saturación (EOS) y el valor de  $\hat{V}_o$  pueda ser cercano a  $V_{CC}$ , se necesita que  $V_{B_1} > V_{C_1}$  y que el diodo  $D_1$  se mantenga en conducción, tal como se observa en la siguiente figura:



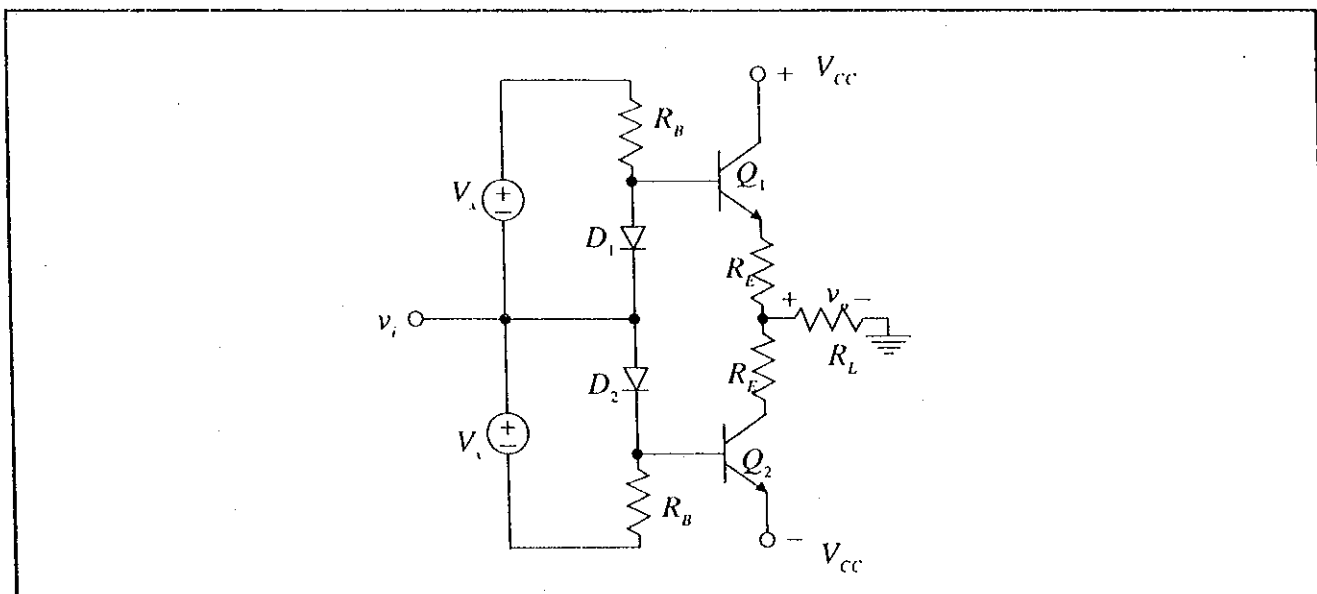
$V_i > V_{CC}$

O bien, que la corriente de base de  $Q_1$  sea mayor o igual que la corriente de base mínima para saturación ( $I_{B_1} \geq I_{B_{1\text{min}}}$ ), y que el diodo  $D_1$  se mantenga en conducción como se aprecia a continuación:

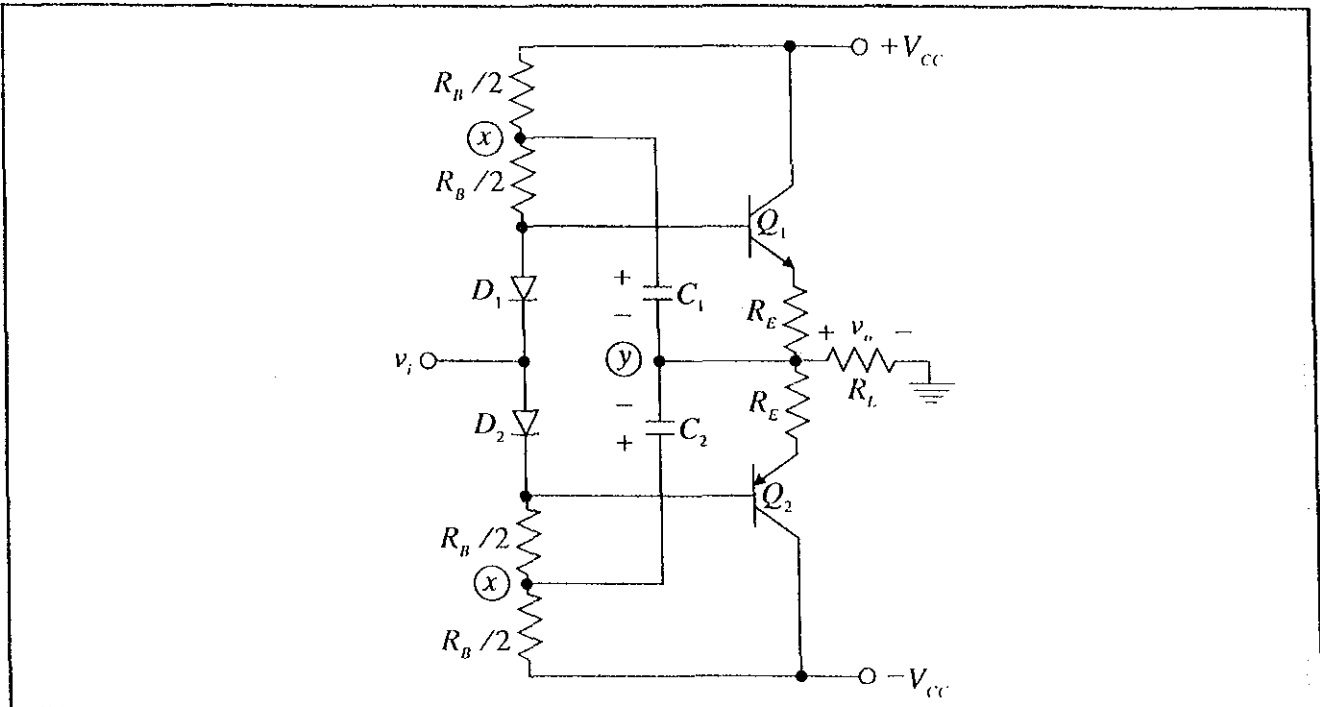


La fuente de corriente es equivalente a la fuente de voltaje  $V_i$  en serie con la resistencia  $R_B$ .

Para que la fuente de voltaje  $V_i$  mantenga una caída de tensión constante sobre  $R_B$ , y de esta manera logre polarizar a los diodos y al transistor comportándose como fuente de corriente, se requiere que  $V_i$  "siga" el voltaje de entrada, es decir, si  $v_i$  aumenta o disminuye su valor (respecto a tierra), entonces  $V_i$  debe aumentar o disminuir su valor en la misma cantidad. Esto se logra con el circuito siguiente:



El utilizar una fuente de voltaje ( $V_i$ ) o de corriente ( $I_s$ ) independientes de  $V_{cc}$  resulta impráctico, por lo que la fuente de voltaje se simula con un capacitor que permita lograr una constante de tiempo alta, de manera que casi no se descargue y proporcione el voltaje  $V_i$ , haciendo que la caída de tensión sobre  $R_B/2$  permanezca prácticamente constante, como se aprecia en la figura siguiente:



En el circuito de la figura anterior, la resistencia  $R_B$  se divide en dos parte iguales. La razón de esto es:

- 1) Establecer un trayecto de corriente desde la fuente de alimentación hasta uno de los nodos de los capacitores ( $C_1$  o  $C_2$ ), permitiendo así que los capacitores puedan cargarse a un voltaje inicial, igual al voltaje de Thevenin generado entre sus extremos.
- 2) Dejar "libres" a los nodos "x", de manera que el voltaje generado en dicho nodo por el capacitor cuando se aplique señal al amplificador varíe libremente su valor, de acuerdo al voltaje de la señal de salida sumado con el voltaje inicial de carga del capacitor ( $C_1$  o  $C_2$ ), pudiendo tener valores de voltaje en el nodo "x" con respecto a tierra, mayores al valor de la fuente de alimentación ( $\pm V_{CC}$ ).

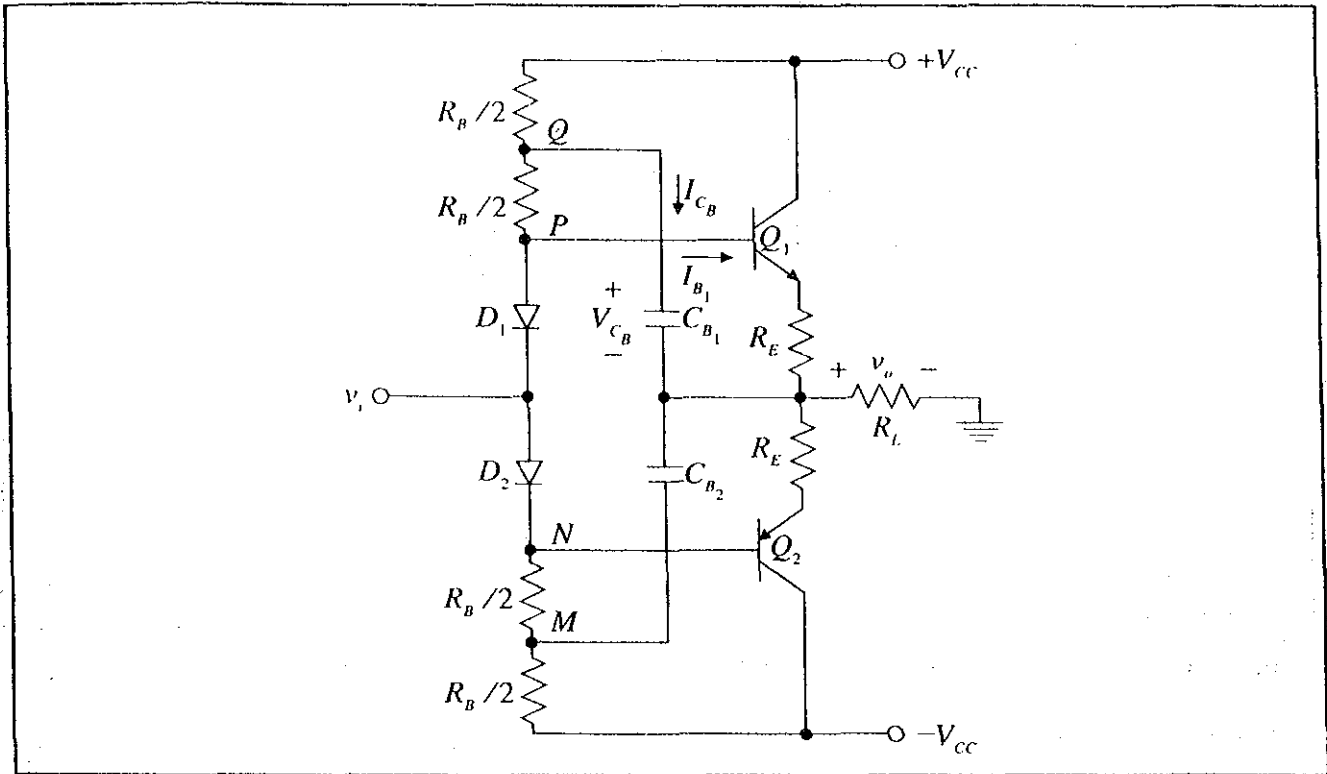
Se prefiere conectar los capacitores  $C_1$  y  $C_2$  a  $V_o$  en lugar de  $V_i$ , ya que se tiene mayor disponibilidad de corriente en el nodo "y" para cargar a los capacitores.

Obsérvese que si la constante de tiempo de descarga de los capacitores es alta, la diferencia de potencial sobre las  $R_B/2$  conectada a los diodos, permanece casi constante, comportándose como fuente de corriente y permitiendo que los transistores puedan llegar al borde de saturación.

Este circuito se conoce como **Circuito Bootstrap**.



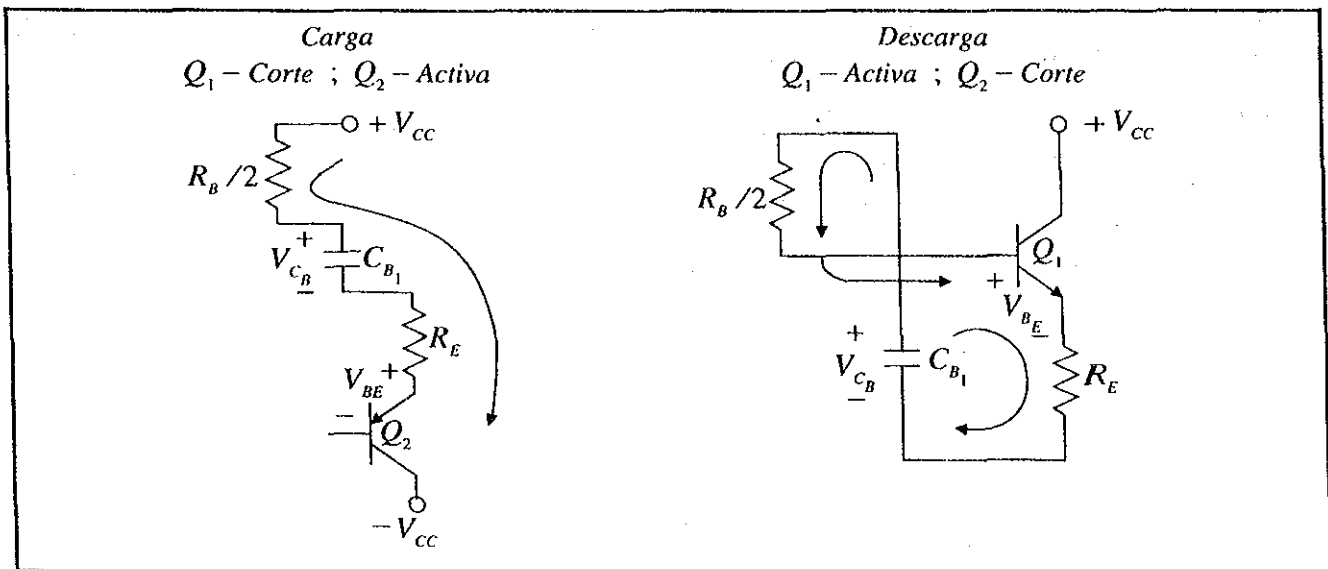
### IX.4.1.2 Circuito Bootstrap



#### Análisis del circuito

##### 1) Criterio para la selección de $C_B$

Las trayectorias principales de carga y descarga de los capacitores se muestran en la siguiente figura para el capacitor  $C_{B1}$ .



Considerando que  $R_E \ll R_B/2$ , y que  $r_{be}$  (resistencia dinámica de la unión base-emisor)  $\ll R_B/2$ , entonces durante la *descarga* del capacitor, la constante de tiempo que se presenta, está dada por la relación:

$$\tau = C_B \cdot \frac{R_B}{2}$$

Si el amplificador va a operar a una frecuencia mínima  $f_{MIN}$ , el período de la señal correspondiente será máximo  $T_{MAX}$  ( $f_{MIN} = 1/T_{MAX}$ ). Para lograr que el capacitor no alcance a descargarse en cada semiciclo de la señal ( $T_{MAX}/2$ ), se propone que su constante de tiempo de descarga "τ" sea mucho mayor que la duración de cada semiciclo ( $T_{MAX}/2$ ):

$$\frac{R_B}{2} \cdot C_{B_{MIN}} \geq 10 \frac{T_{MAX}}{2} \quad \text{ó} \quad R_B C_{B_{MIN}} \geq \frac{10}{f_{MIN}}$$

Por lo tanto:

$$C_{B_{MIN}} \geq \frac{10}{f_{MIN} R_B}$$

## 2) Determinación de $R_B$

Con  $V_i = 0$  y  $V_o = 0$ , los capacitores tendrán el siguiente voltaje:

$$V_{CB} = V_Q - V_u = V_Q \text{ donde:}$$

$$V_Q = V_i + 0.6V + \frac{V_{R_B}}{2} \text{ INF} = 0.6V + \frac{V_{CC} - 0.6V}{2}$$

$$V_Q = \frac{V_{CC} + 0.6V}{2}$$

entonces:

$$V_{CB} = \frac{V_{CC} + 0.6V}{2}$$

Para  $v_i > 0$ , suponiendo  $V_{CE_{SAT}} = 0$ , entonces  $V_{E_1_{MAX}} = V_{CC} - V_{CE_{SAT}} = V_{CC}$ .

$$I_{O_{MAX}} = I_{E_1_{MAX}} = \frac{V_{E_1_{MAX}}}{R_E + R_L}; \quad I_{B_1_{MAX}} = \frac{I_{E_1_{MAX}}}{\beta_o + 1}$$

La corriente  $I_{B_1_{MAX}}$  por lo menos, debe fluir por la resistencia de base  $\frac{R_B}{2} \text{ INF}$  para poder saturar a  $Q_1$ , además deberá fluir, por esta resistencia, una corriente "extra" para mantener en conducción al diodo  $D_1$ ,

( $I_{B1}$ ) y que  $v_i$  se "transmita" a la base de  $Q_1$ . Entonces la caída de tensión sobre  $\frac{R_B}{2}$  estará dada por la diferencia de tensión entre los puntos "Q" y "P" cuando el amplificador opere a **máxima señal** ( $V_{i_{MAX}}$  y  $V_{E1_{MAX}}$  para  $V_{i_{MAX}} = V_{i1}$ ):

$$V_P = V_{i_{MAX}} + 0.6V ; V_Q = V_{i_{MAX}} + V_{CB} ; V_{i_{MAX}} = \frac{R_i}{R_i + R_L} V_{i_{MAX}}$$

Entonces:

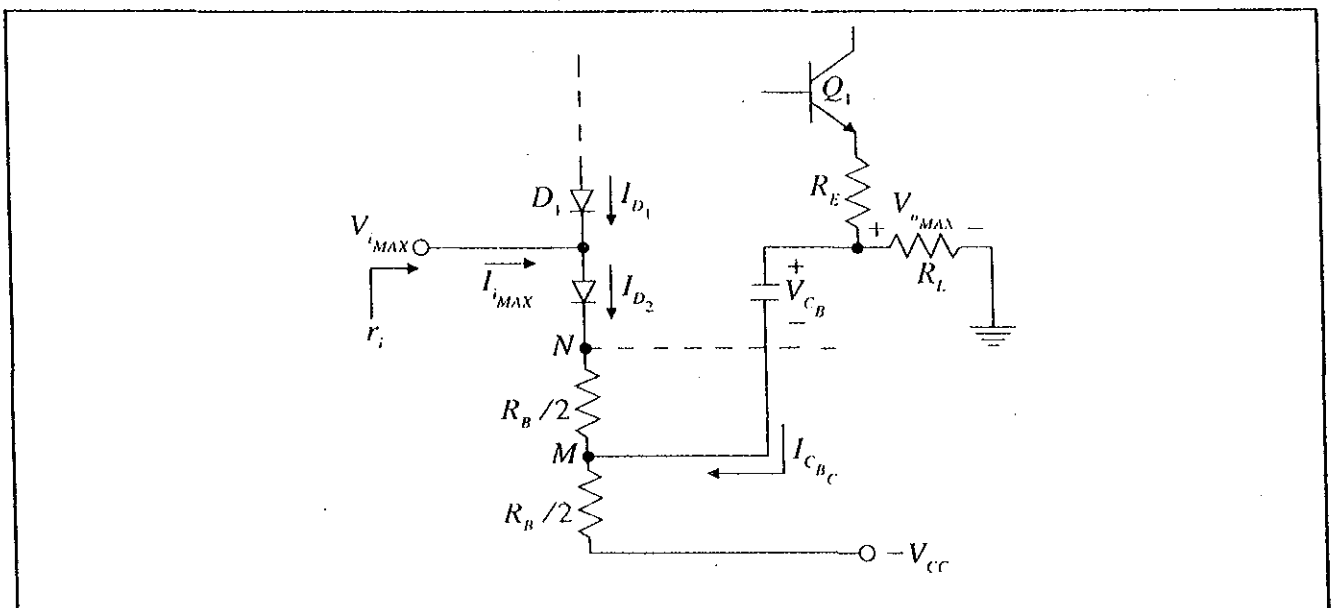
$$\frac{V_{RH}}{2} INI = V_Q - V_P$$

y el valor de  $\frac{R_B}{2}$  será:

$$\frac{R_B}{2} \leq \frac{V_Q - V_P}{I_{B1_{MAX}}} ; R_B \leq \frac{2(V_Q - V_P)}{I_{B1_{MAX}}}$$

### 3) Cálculo de $r_i$

El valor de  $r_i$  se obtiene cuando se aplica el máximo  $v_i$  al amplificador, y se calcula mediante el siguiente circuito:



La relación de corrientes en el nodo de entrada será:

$$I_{i_{MAX}} = I_{D_2} - I_{D_1}$$

además:

$$I_{D_2} = \frac{V_N - V_M}{R_B / 2} ; I_{D_1} = \frac{V_Q - V_P}{R_B / 2} - I_{B_1_{MAX}}$$

con:

$$V_N = V_{i_{MAX}} - 0.6V$$

$$V_M = V_{o_{MAX}} - V_{CB}$$

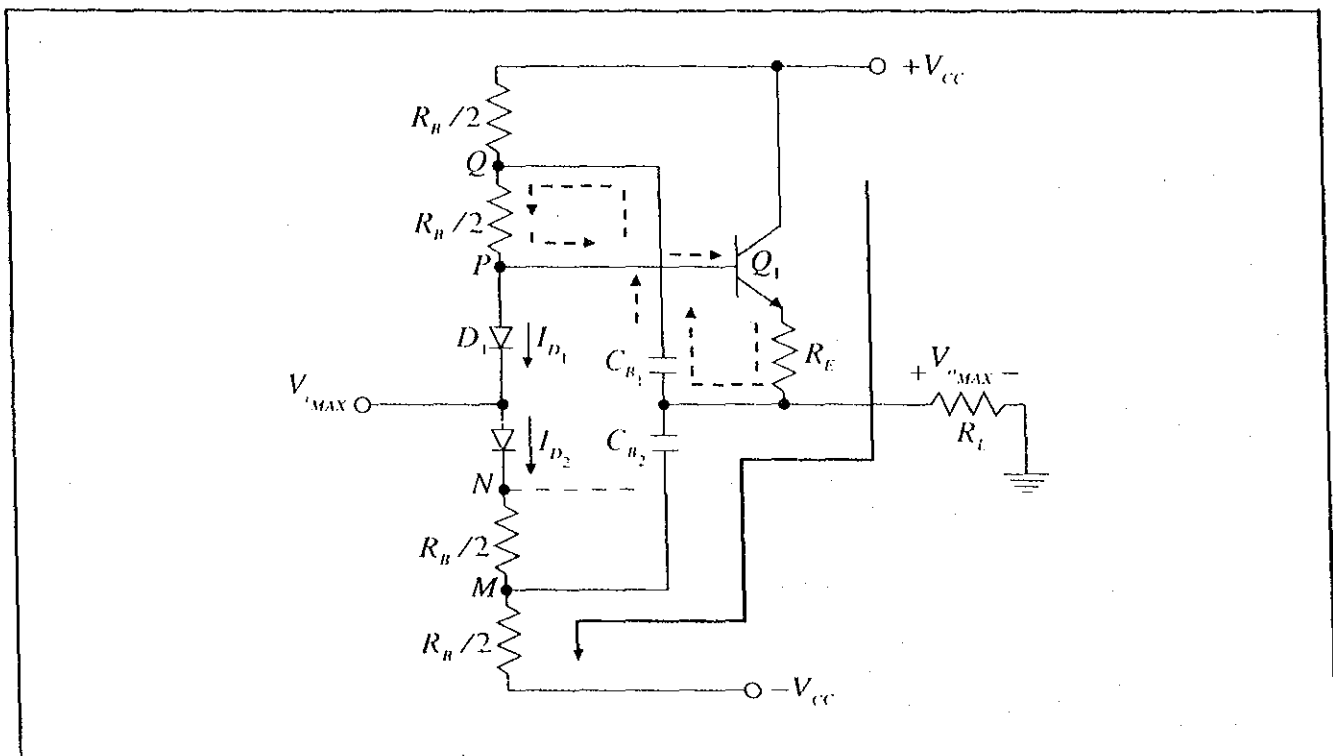
$$V_Q = V_{o_{MAX}} + V_{CB}$$

$$V_P = V_{i_{MAX}} + 0.6V$$

La resistencia  $r_i$  se calcula de la siguiente manera:

$$r_i = \frac{V_{i_{MAX}}}{I_{i_{MAX}}}$$

#### 4) Determinación de las corrientes de carga y descarga de los capacitores del circuito **Bootstrap**



Para  $v = +V_{i_{MAX}}$ , la corriente aproximada de carga del capacitor  $C_{B_2}$  será:

$$I_{C_{B_C}} = \frac{V_M - (-V_{CC})}{R_B/2} - I_{D_2}$$

y la corriente aproximada de descarga del capacitor  $C_{B_1}$  será:

$$I_{C_{B_D}} = \frac{V_Q - V_P}{R_B/2} - \frac{V_Q - V_{CC}}{R_B/2}$$

con:

$$V_Q = V_{o_{MAX}} + V_{CB}$$

$$V_P = V_{i_{MAX}} + 0.6V$$

$$V_N = V_{i_{MAX}} - 0.6V$$

$$V_M = V_{o_{MAX}} - V_{CB}$$

### Ejemplo numérico:

Para

$$V_{CC} = 20V ; \beta_o + 1 = 40 ; R_E + R_L = 10\Omega ; R_E = 1\Omega ; R_L = 9\Omega ; f_{MIN} = 40Hz ; V_{i_{MAX}} = V_{CC} = 20V ;$$

$$V_{CE_{sat}} = 0V ; V_{E_{MAX}} = 20V$$

- Cálculo de  $R_B$  (para  $v_i = V_{i_{MAX}}$ ):

$$V_{CB} = \frac{V_{CC} + 0.6V}{2} = \frac{20V + 0.6V}{2} = \frac{20.6V}{2} = 10.3V$$

$$V_P = V_{i_{MAX}} + 0.6V = 20V + 0.6V = 20.6V$$

$$V_{E_1} = V_{CC} - V_{CE_{sat}} = 20V - 0V = 20V$$

$$V_{o_{MAX}} = \frac{R_L}{R_E + R_L} V_{E_1_{MAX}} = \frac{9\Omega}{1\Omega + 9\Omega} 20V = 18V$$

$$V_Q = V_{o_{MAX}} + V_{CB} = 18V + 10.3V = 28.3V$$

$$I_{E_1_{MAX}} = \frac{V_{E_1_{MAX}}}{R_E + R_L} = \frac{20V}{1\Omega + 9\Omega} = 2A$$

$$I_{B_1_{MAX}} = \frac{I_{E_1_{MAX}}}{\beta_o + 1} = \frac{2A}{40} = 50mA$$

$$R_B \leq \frac{2(V_Q - V_P)}{I_{B1_{MAX}}} = \frac{2(28.3V - 20.6V)}{50 \times 10^{-3} A} = 308\Omega$$

$$\frac{R_B}{2} \leq \frac{308\Omega}{2} = 154\Omega$$

Se selecciona una  $\frac{R_B}{2}$  de  $100\Omega$  ( $R_B = 200\Omega$ ), con lo cual se genera el siguiente valor de  $I_s$  (para  $v_i = 0$ ):

$$I_s = \frac{V_{CC} - 0.6V}{R_B} = \frac{20V - 0.6V}{200\Omega} = 97mA > I_{B1_{MAX}} = 50mA$$

Por lo tanto, resulta:

$\frac{R_B}{2} = 100\Omega$ $R_B = 200\Omega$ $I_s = 97mA$
--

- Cálculo de  $C_B$

$$C_{B_{MIN}} = \frac{10}{f_{MIN} \cdot R_B} = \frac{10}{40 Hz \cdot 200\Omega} = 1250\mu F$$

$C_{B_{MIN}} = 1250\mu F$
---------------------------

- Cálculo de  $r_i$

Para  $\frac{R_B}{2} = 100\Omega$  y  $V_{i_{MAX}} = V_{CC} = 20V$

$$V_N = V_{i_{MAX}} - 0.6V = 20V - 0.6V = 19.4V$$

$$V_M = V_{o_{MAX}} - V_{CB} = 18V - 10.3V = 7.7V$$

$$V_Q = V_{o_{MAX}} + V_{CB} = 18V + 10.3V = 28.3V$$

$$V_P = V_{i_{MAX}} + 0.6V = 20V + 0.6V = 20.6V$$

$$I_{D1} = \frac{V_Q - V_P}{R_B/2} = I_{B1_{MAX}} = \frac{28.3V - 20.6V}{100\Omega} = 50 \times 10^{-3} A$$

$$I_{D1} = 27mA$$

$$I_{D_2} = \frac{V_N - V_M}{R_B / 2} = \frac{19.4V - 7.7V}{100\Omega} = 117mA$$

$$I_{i_{MAX}} = I_{D_1} - I_{D_2} = 117 \times 10^{-3} A - 27 \times 10^{-3} A = 90mA$$

$$r_i = \frac{V_{i_{MAX}}}{I_{i_{MAX}}} = \frac{20V}{90 \times 10^{-3} A} = 222.2\Omega$$

$$r_i = 222.2\Omega \quad ; \quad r_i > R_B$$

- Corriente de carga del capacitor  $C_B$

$$I_{C_{RC}} = \frac{V_M - (-V_{CC})}{R_B / 2} - I_{D_2} = \frac{7.7V - (-20V)}{100\Omega} - 117 \times 10^{-3} A = 160mA$$

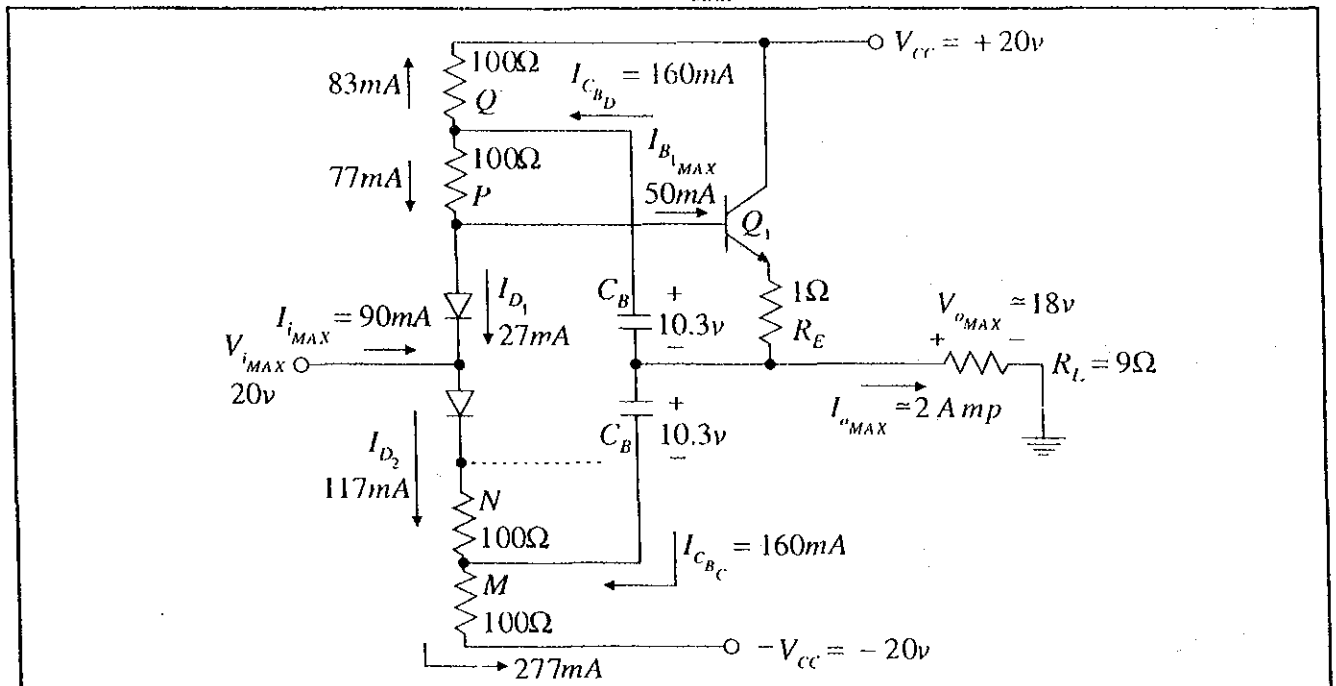
$$I_{C_{RC}} = 160mA$$

- Corriente de descarga del capacitor  $C_B$

$$I_{C_{BD}} = \frac{V_Q - V_P}{R_B / 2} + \frac{V_Q - V_{CC}}{R_B / 2} = \frac{28.3V - 20.6V}{100\Omega} + \frac{28.3V - 20V}{100\Omega} = 160mA$$

$$I_{C_{BD}} = 160mA$$

- Resumen de los resultados numéricos (para  $v_i = V_{i_{MAX}}$ ):

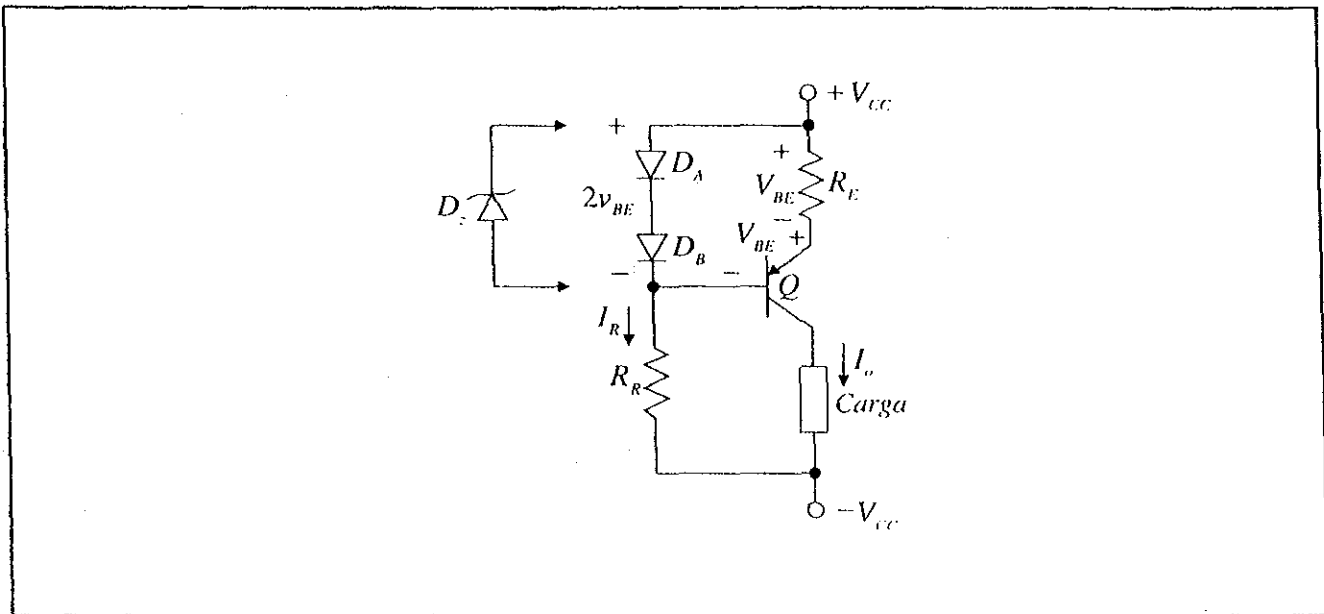


**Nota:** Todos los valores son aproximados porque se calcularon sin tomar en cuenta las corrientes de carga y descarga ( $160\text{mA} + 160\text{mA}$ ) de los capacitores del **Bootstrap** que se derivan del nodo de salida ( $160\text{mA} + 160\text{mA}$ ).

### IX.4.1.3 Fuentes de corriente como sustitución del circuito Bootstrap

Las fuentes de corriente que sustituyen al circuito Bootstrap se construyen con transistores y pueden ser de dos tipos:

#### 1. Fuente de corriente "source" (fuente)



Los diodos  $D_A$  y  $D_B$  se pueden sustituir por un diodo Zener ( $D_z$ ) para aplicar un voltaje de referencia en la base del transistor.

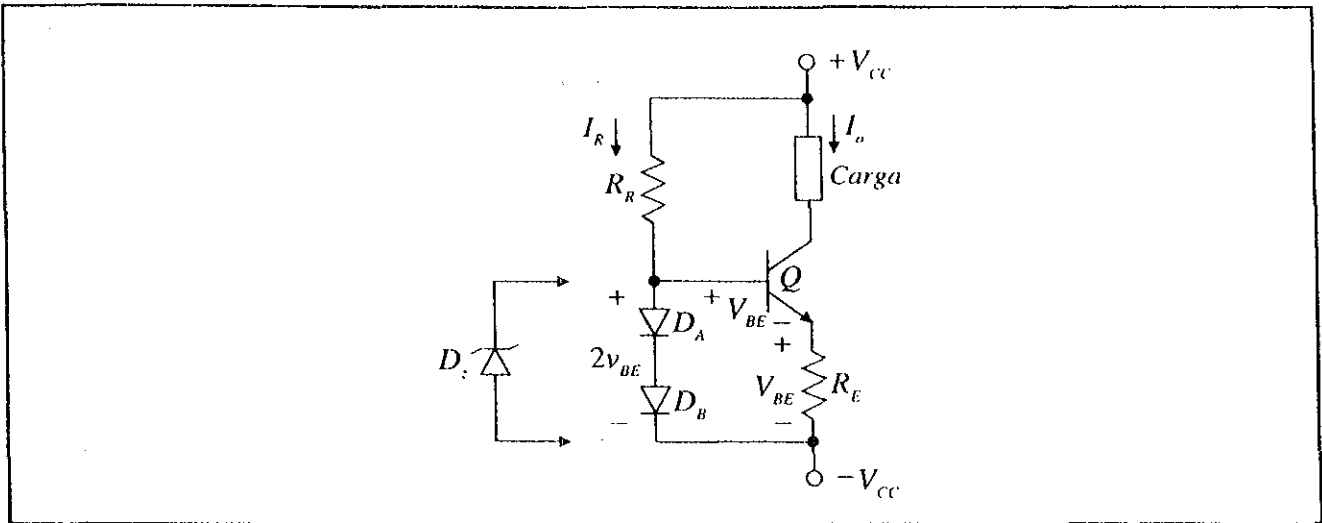
La corriente de salida para este circuito se calcula con la siguiente relación:

$$I_o = \frac{V_{BE}}{R_E}$$

$$I_R = \frac{2V_{CC} - 2V_{BE}}{R_R}$$



## 2. Fuente de corriente "sink" (pozo)



La corriente de salida tiene la misma expresión que la del circuito anterior:

$$I_o = \frac{V_{BE}}{R_E}$$

$$I_R = \frac{2V_{CC} - 2V_{BE}}{R_R}$$

Las características del circuito Bootstrap en comparación con las características de las Fuentes de Corriente son:

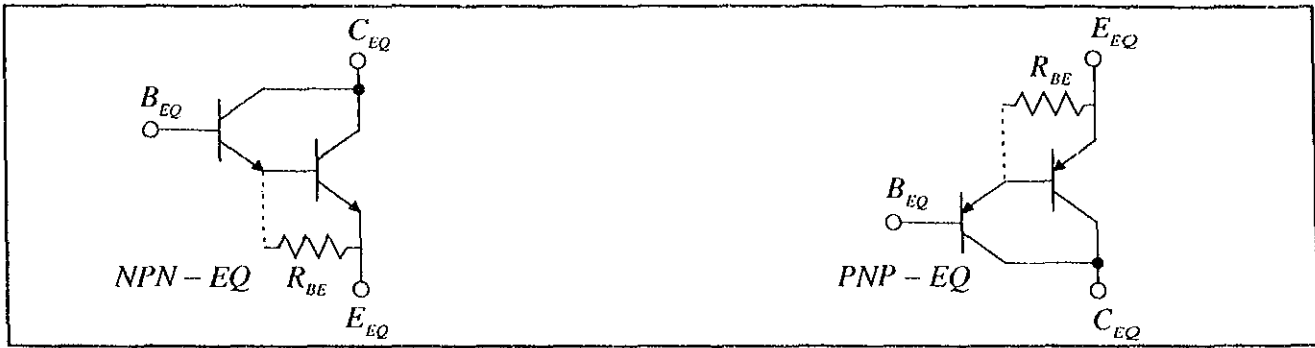
- El circuito Bootstrap es más sencillo y económico, pero sólo funciona para frecuencias mayores a la  $f_{MIN}$ .
- Las Fuentes de Corriente emplean un circuito más elaborado, no tan económico como el anterior, pero permiten que el amplificador funcione desde frecuencia cero o DC.

### IX.4.1.4 Configuración de la etapa de salida con Pares Darlington

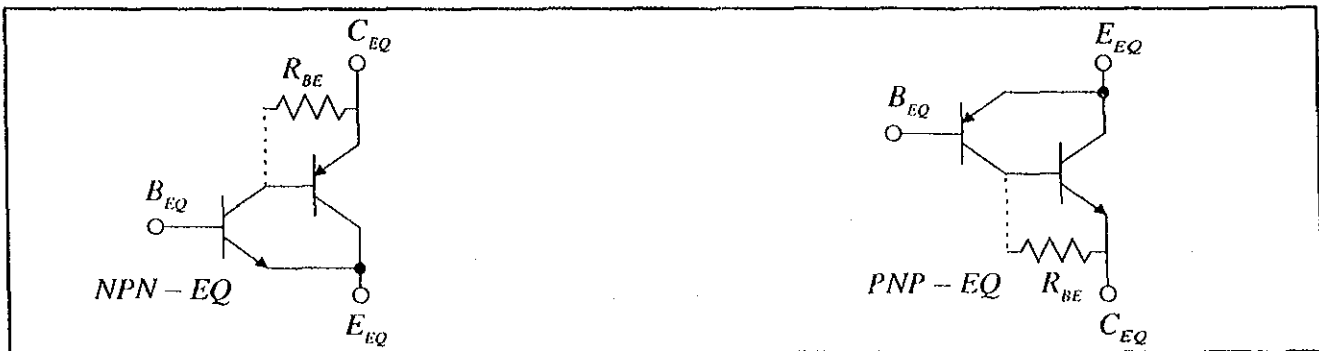
Para aumentar el valor de la  $r_i$  de la etapa de salida (amplificador de transconductancia) se necesita aumentar el valor de  $R_b$ , lo cual se puede lograr empleando Pares Darlington, que demanden una corriente de base ( $I_{B_{MAX}}$ ) pequeña, con lo cual se requerirá una menor corriente de polarización ( $I_b$ ) proporcionada por el circuito Bootstrap o por la fuente de corriente, logrando con ello un valor mayor de la resistencia de entrada ( $r_i$ ).

Los pares Darlington que se pueden emplear son los siguiente:

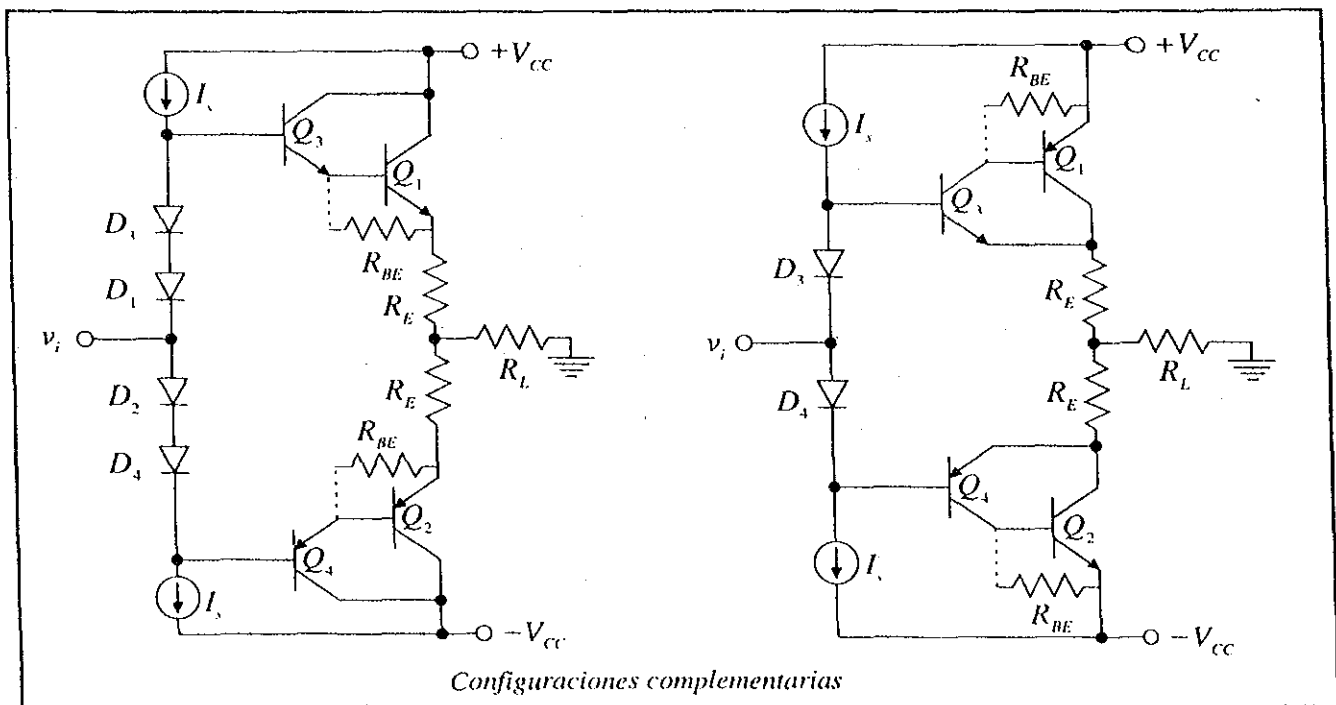
### 1. CC-CE

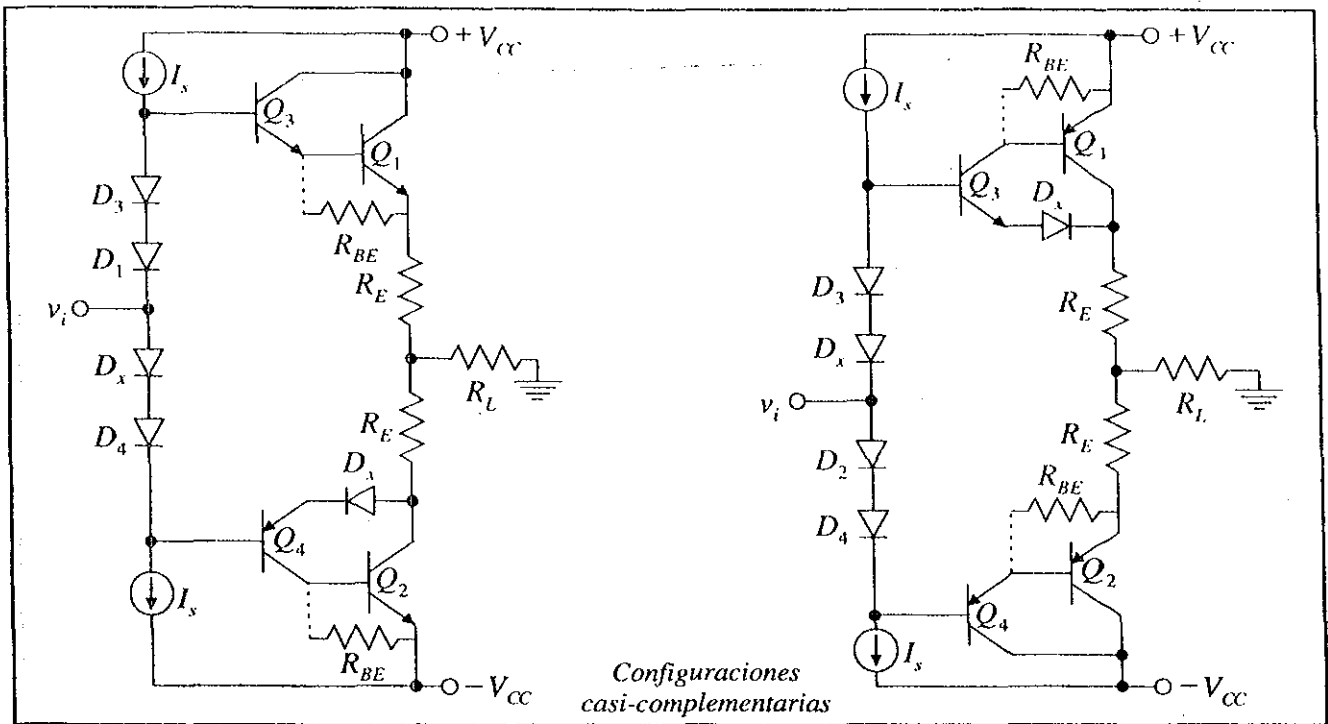


### 2. CE-CE

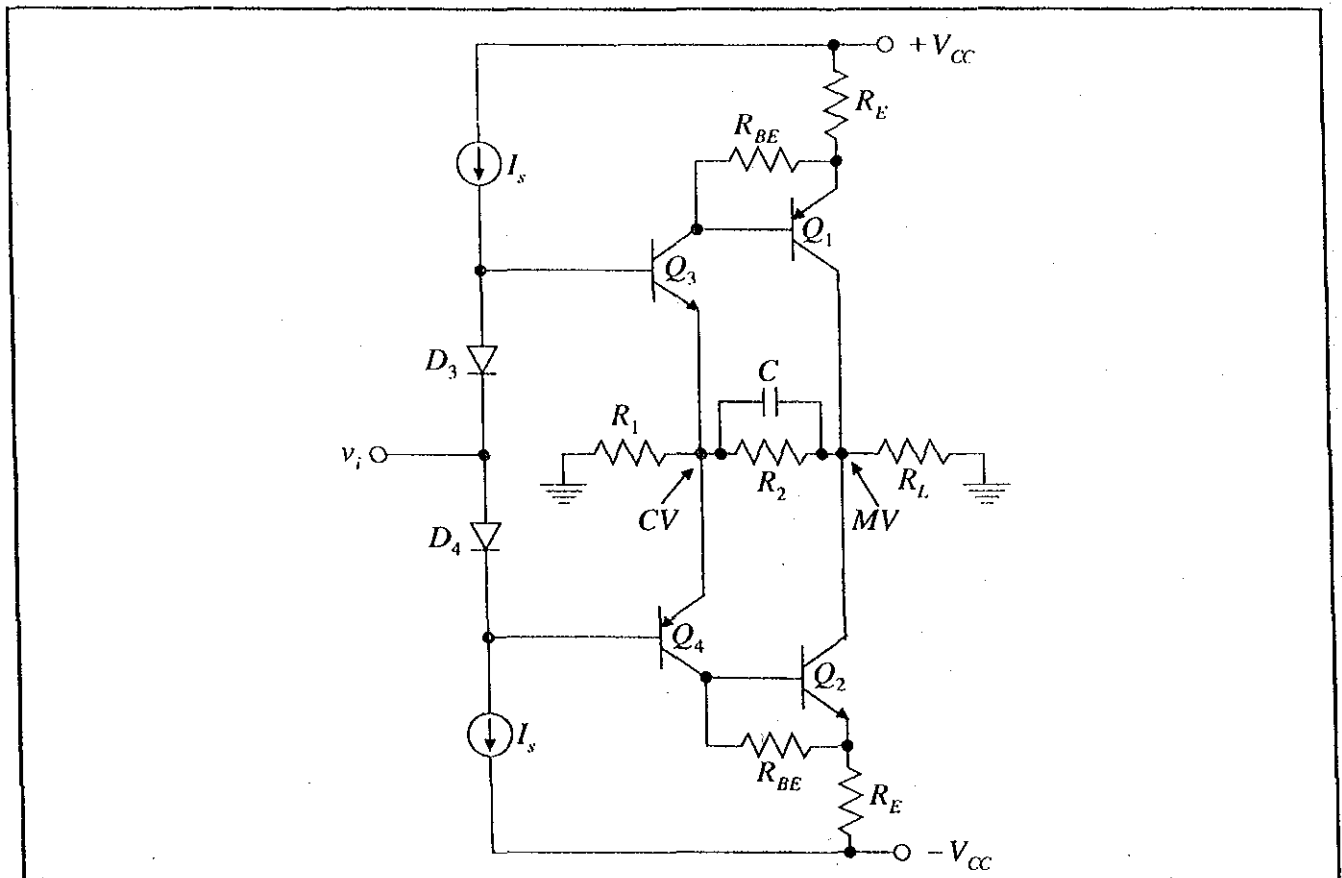


Con los Pares Darlington anteriores, se pueden tener cuatro configuraciones de amplificadores: dos configuraciones **complementarias** y dos configuraciones **casi-complementarias**.

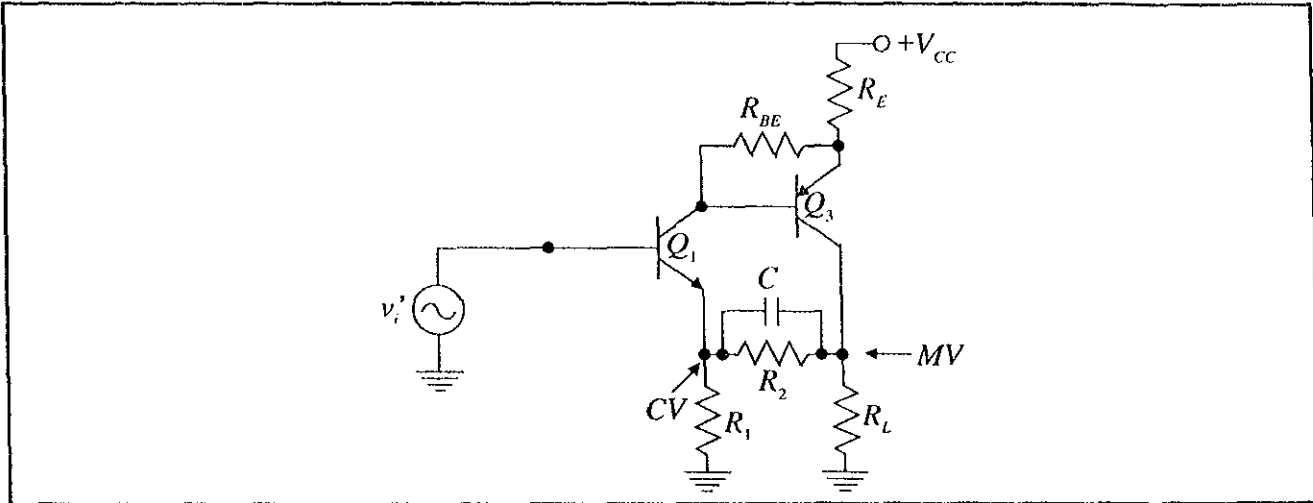




El circuito de la siguiente figura corresponde a una configuración que permite tener retroalimentación en la etapa de salida (con muestreo de voltaje y comparación de voltaje).

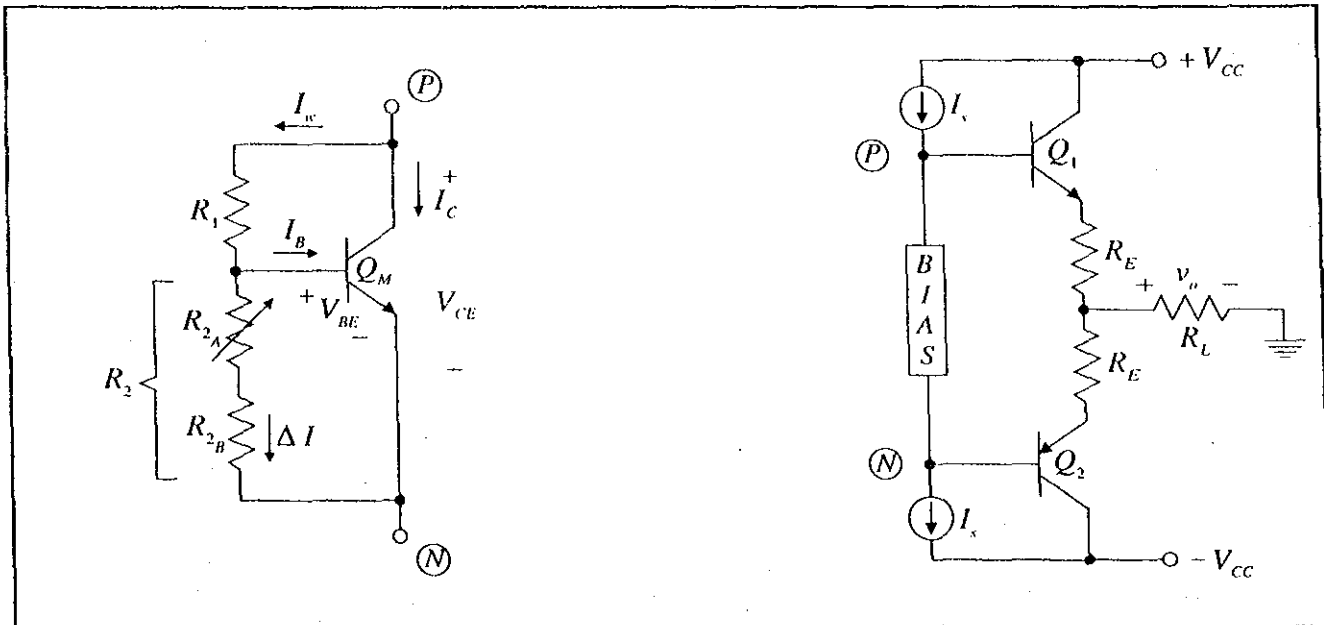


Cuando  $Q_1$  y  $Q_3$  conducen, la configuración del circuito es la siguiente:



#### IX.4.1.5 Multiplicador de $V_{BE}$

Los diodos del circuito de prepolarización que se emplean para compensar el voltaje de las uniones **base-emisor** de los transistores de salida, se pueden sustituir por un circuito llamado **Multiplicador de  $V_{BE}$** , cuya función es la de permitir un ajuste muy exacto del voltaje necesario para reducir la distorsión de cruce.



- Análisis

Del circuito, se tiene lo siguiente:

$$V_{CE} = V_{BE} + I_w R_1 = V_{BE} + (I_B + \Delta I) R_1 \dots \dots \dots (1)$$

$$\Delta I = \frac{V_{BE}}{R_2} \dots \dots \dots (2)$$

Haciendo  $\Delta I \gg I_B$  y sustituyendo (2) en (1):

$$V_{CE} = V_{BE} + \frac{V_{BE}}{R_2} R_1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) V_{BE}$$

$$V_{CE} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) V_{BE} = n V_{BE}$$

Se define  $n = 1 + \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow$

$$\frac{R_1}{R_2} = n - 1$$

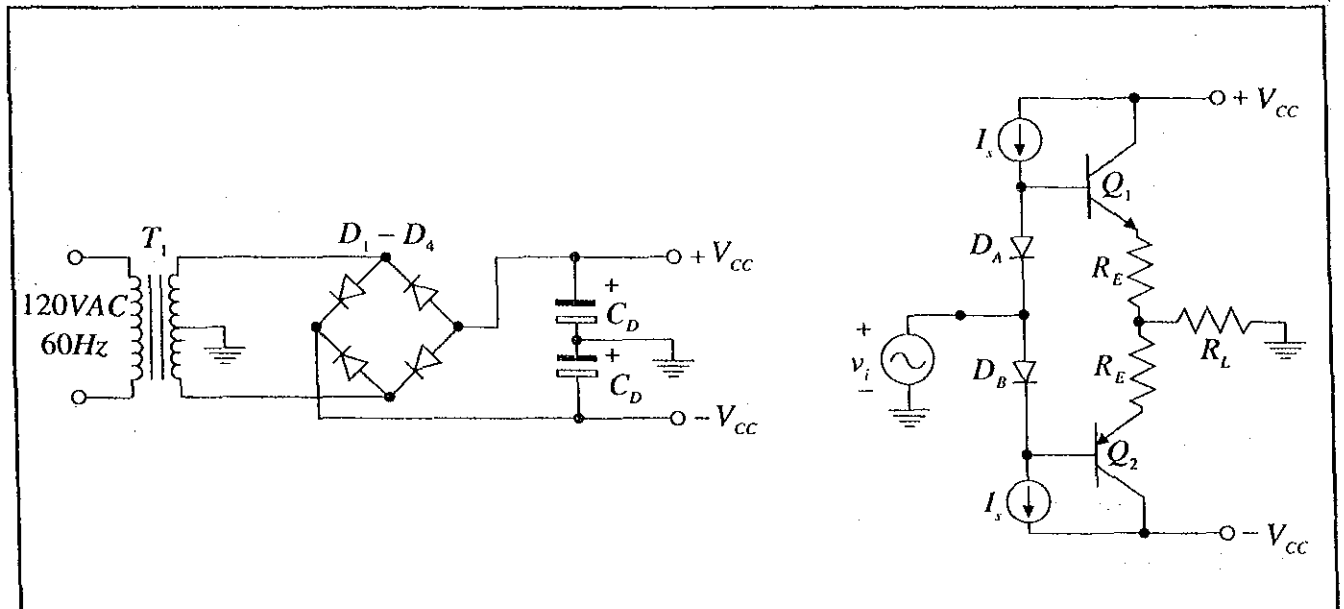
donde  $n$  es el número de uniones **base-emisor** que se quieren compensar con el circuito multiplicador de  $V_{BE}$ .

Generalmente la resistencia  $R_2$  se divide en dos ( $R_{2A}$  variable y  $R_{2B}$  fija) con el objeto de poder hacer un ajuste fino del voltaje de  $V_{CE}$ . El preset  $R_{2A}$  se conecta entre base y emisor para protección de los transistores de potencia. En caso de que el preset se "abiera", el transistor  $Q_M$  se satura ( $V_{CE} \approx 0$ ) y los transistores de potencia se apagan.

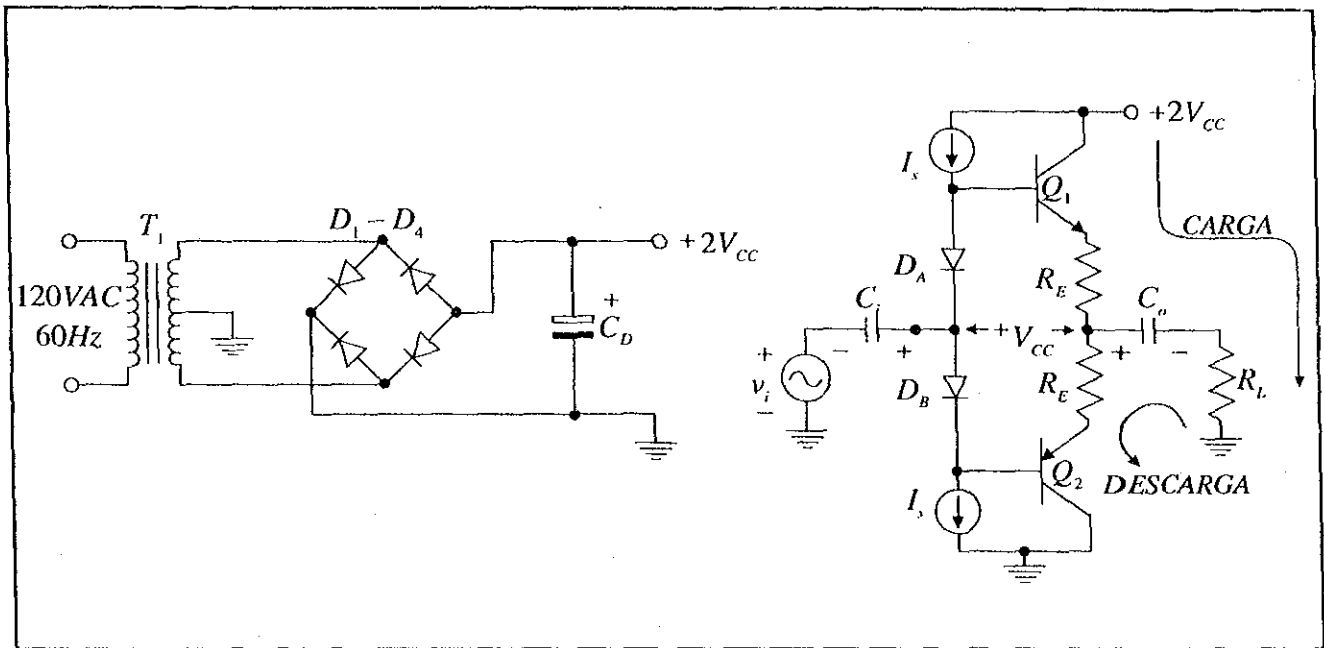
#### IX.4.1.6 Configuración de la fuente de alimentación

El amplificador de potencia se puede polarizar con una o dos fuentes de alimentación, presentando las siguientes configuraciones:

##### 1. Dos fuentes de voltaje (+ $V_{CC}$ y - $V_{CC}$ )

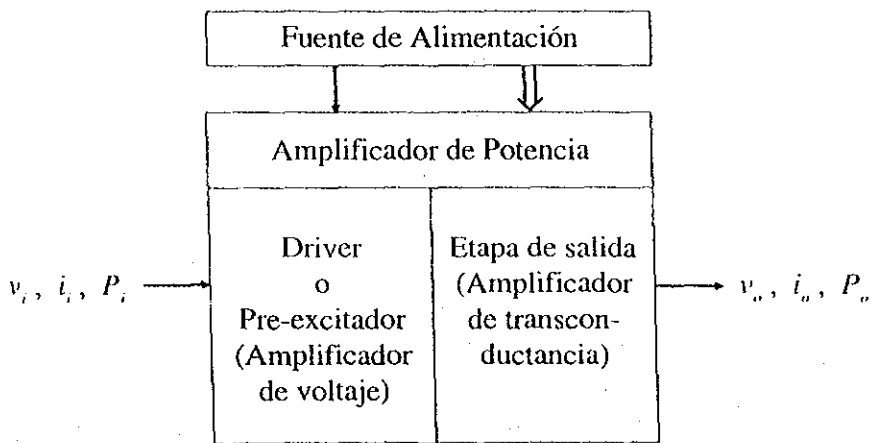


2. Una fuente de voltaje ( $+2V_{cc}$ )



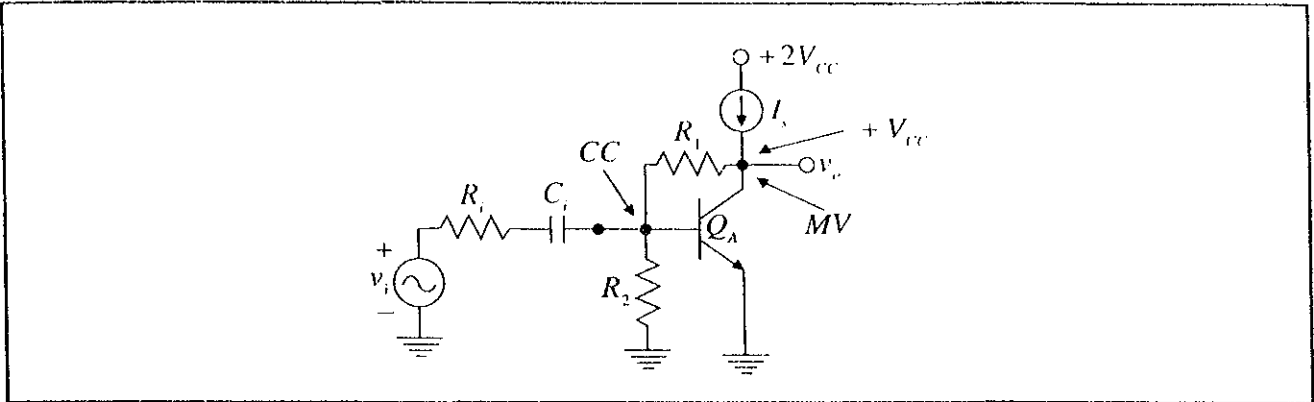
Cuando se emplea una sola fuente de voltaje ( $+2V_{cc}$ ), se requiere el uso de los capacitores de acoplamiento  $C_i$  y  $C_o$ , para evitar que las componentes de DC se apliquen a la fuente de  $v_i$  o a la carga  $R_L$ . La desventaja que se presenta al emplear capacitores de acoplamiento, es que la respuesta en frecuencia del amplificador se ve afectada por éstos. Un amplificador de este tipo no puede funcionar desde DC.

IX.4.2 Driver o pre-excitador clase "A" (Amplificador de voltaje)

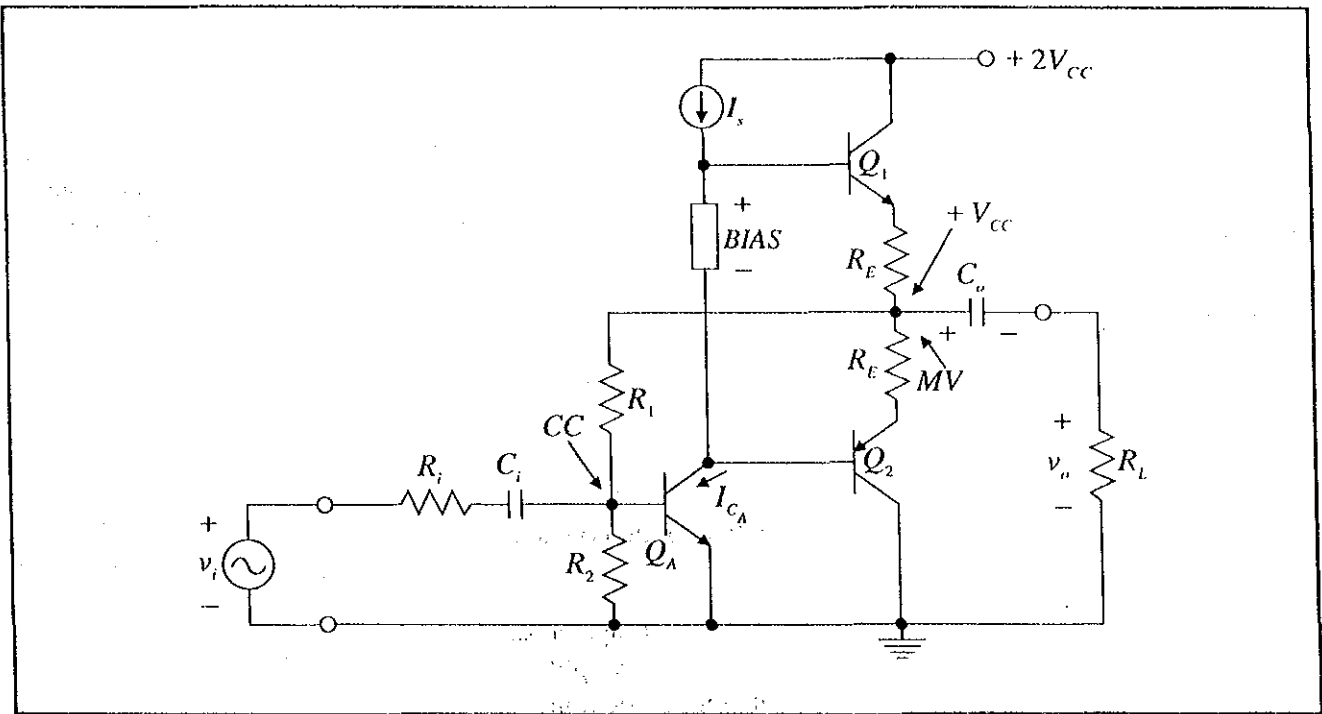


El pre-excitador es un amplificador con un transistor en configuración de emisor común con carga activa que permite tener una ganancia en voltaje muy alta.

Generalmente, el pre-excitador sustituye a una de las fuentes de corriente o circuito Bootstrap de la red de prepolarización. El circuito básico consiste en un transistor en **emisor común con carga activa y retroalimentado** como se muestra a continuación.



El colector del transistor  $Q_A$  se comporta como fuente de corriente para la red de prepolarización, conservando la simetría de las fuentes de corriente de valor  $I_s$  de dicha red. Este circuito es un amplificador de **transresistencia**. Para que funcione como pre-excitador de los transistores de salida, en el circuito de colector se introduce el circuito de prepolarización (diodos o multiplicador de  $V_{BE}$ ), y los transistores de potencia en configuración de seguidor emisor, como se observa en la siguiente figura.



Nótese que  $Q_A$  actúa como una fuente de corriente similar a la fuente de corriente  $I_s$ . Además, para que en el nodo de los emisores se logre un voltaje de  $+V_{CC} = (1/2) [+2V_{CC}]$  se debe cumplir que  $I_{CA} = I_s$ .

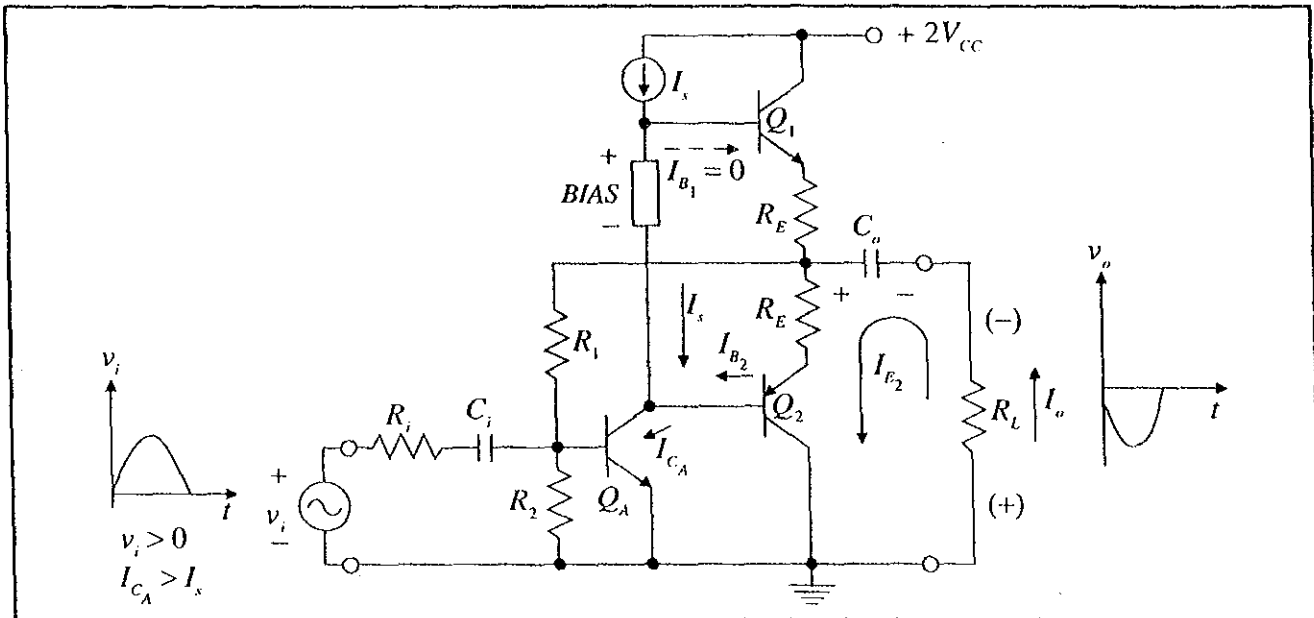
#### - Análisis cualitativo del circuito

1) Para  $v_i = 0V$ , los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$  se encuentran al borde de conducción, con  $I_C = I_E = I_B = 0$ , y el capacitor  $C_o$  se carga a  $+V_{CC}$ .

En este momento:

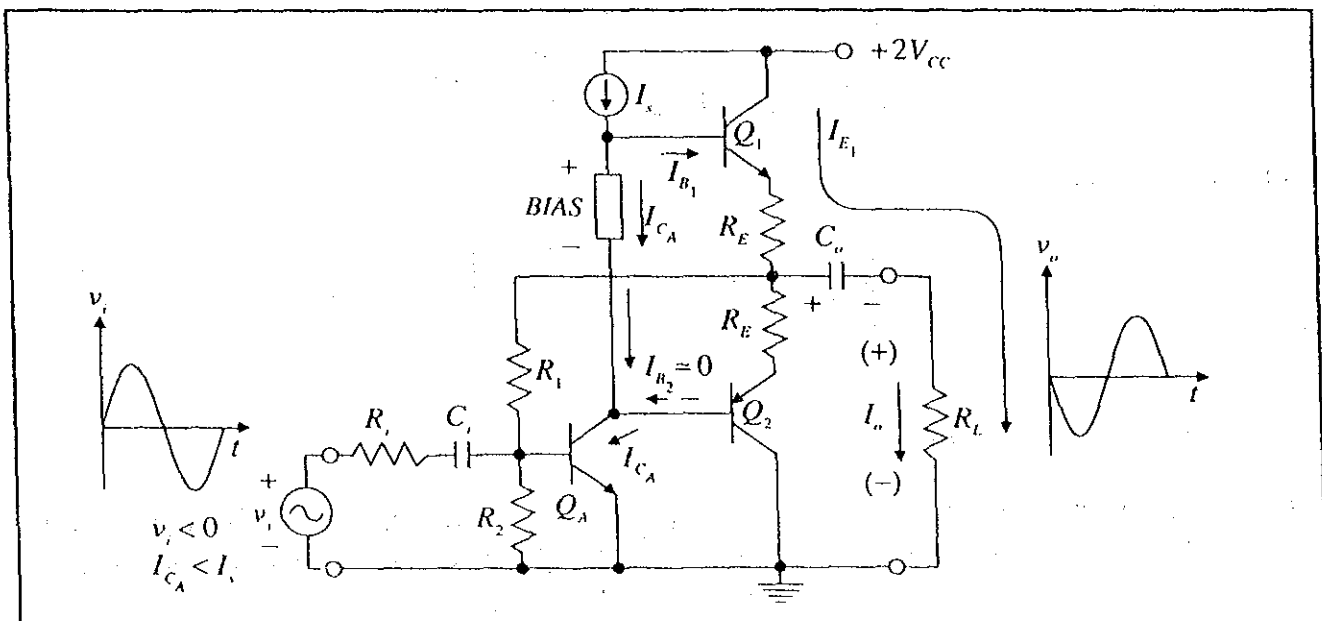
$$I_{C_A} = I_s$$

2) Para  $v_i > 0$  entonces  $I_{C_A} > I_s$ , y la corriente "extra" que demanda  $Q_A$  y que no puede proporcionar la fuente de corriente de  $I_s$ , se obtiene del capacitor  $C_o$  a través del transistor  $Q_2$  que entra en conducción mientras  $Q_1$  se corta.



$$I_{C_A} = I_s + I_{B_2}$$

3) Para  $v_i < 0$ ,  $I_{C_A} < I_s$  y la corriente "extra" que no puede absorber el transistor  $Q_A$ , fluye a la carga  $R_L$  a través del transistor  $Q_1$  (y del capacitor  $C_o$ ) que entra en conducción mientras  $Q_2$  se corta.



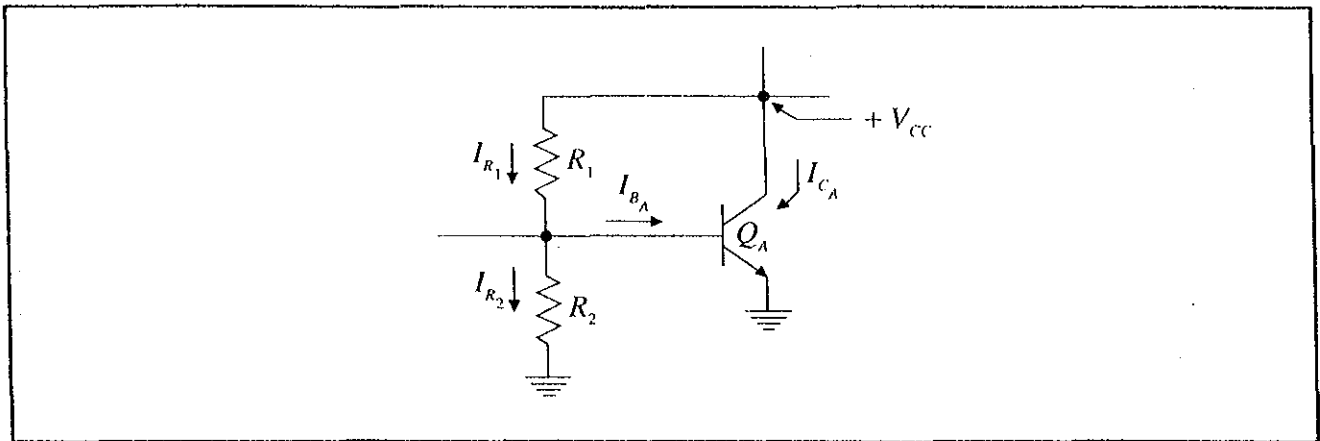


$$I_{C_A} = I_s - I_{B_A}$$

- Análisis cuantitativo del circuito

1) Cálculo de  $R_1$  y  $R_2$

Sin señal aplicada,  $v_i = 0$  e  $I_{C_A} = I_s$ . Se propone que  $I_{R_2} \gg I_{B_A}$ :



donde:  $I_{B_A} = \frac{I_s}{\beta_{oMIN}}$

Haciendo  $I_{R_2} = 10 I_{B_A}$ , entonces:

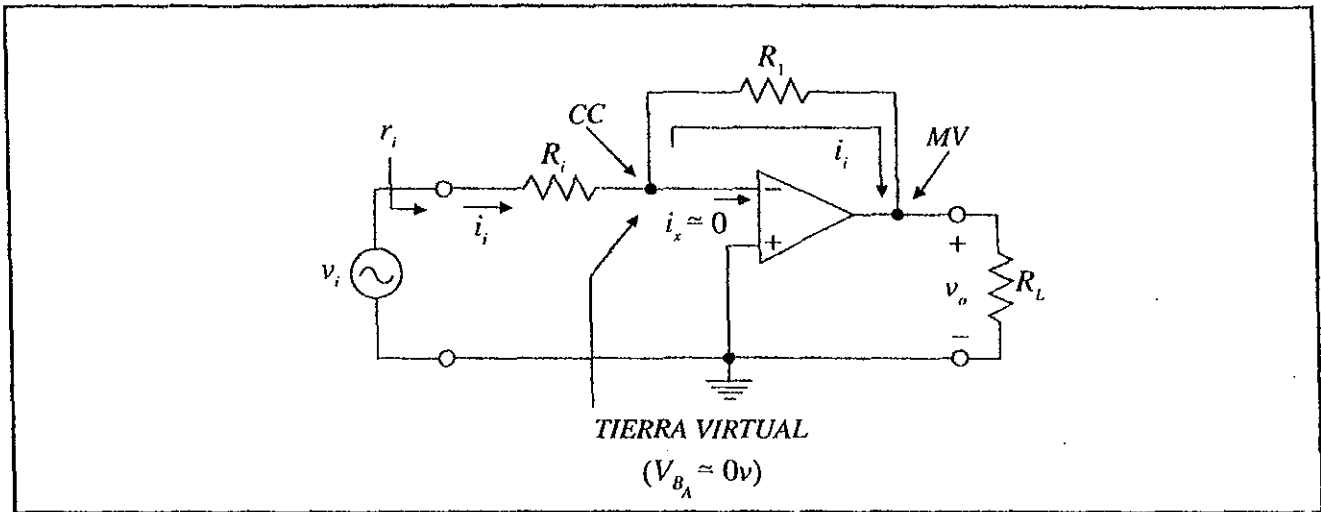
$$R_2 = \frac{V_{BE}}{I_{R_2}} = \frac{V_{BE}}{10 I_{B_A}} = \frac{V_{BE} \beta_{oMIN}}{10 I_s}$$

El valor de  $R_1$  será:

$$R_1 = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_{R_2} + I_{B_A}} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{11 I_{B_A}}$$

2) Criterio de selección para  $R_i$  y  $C_i$

El pre-excitador junto con la etapa de potencia (amplificador de corriente), forman un amplificador de Transferencia ( $R_M$ ), que se puede modelar, en forma aproximada, como si fuera un amplificador operacional configurado como se muestra a continuación:



La ganancia en voltaje del amplificador está dada por la relación:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_f}{R_i}$$

y su valor, normalmente, es del orden de 40 a 200 para amplificadores de potencia.

– *Determinación de  $R_i$*

A partir de la potencia de salida  $P_o$  sobre una resistencia de carga  $R_L$  se puede determinar el valor de  $\tilde{V}_o$ ,  $\hat{V}_o$  y  $\hat{V}_o^v$  para una onda senoidal.

Donde:

$\tilde{V}_o$  es el voltaje RMS (efectivo o eficaz) de salida.

$\hat{V}_o$  es el voltaje pico de salida.

$\hat{V}_o^v$  es el voltaje pico-pico de salida.

Y además:

$\tilde{V}_i$  es el voltaje RMS (efectivo o eficaz) de entrada.

$\hat{V}_i$  es el voltaje pico de entrada.

$\hat{V}_i^v$  es el voltaje pico-pico de entrada.

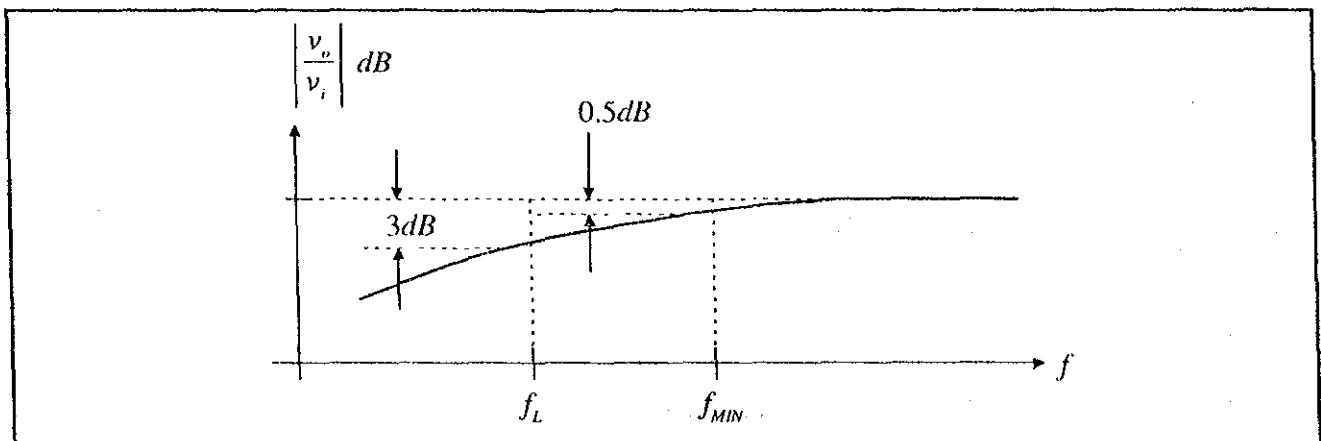
Conociendo  $\hat{V}_{i_{MAX}}$ ,  $\hat{V}_{o_{MAX}}$  y  $\hat{V}_{i_{MAX}}$  para lograr  $P_{o_{MAX}}$  ( $V_{o_{MAX}}$ ), se puede determinar el valor de  $A_v$ :

$$A_v = \frac{\hat{V}_{o_{MAX}}}{\hat{V}_{i_{MAX}}} = \frac{\hat{V}_{o_{MAX}}}{\hat{V}_{i_{MAX}}} = \frac{\hat{V}_{o_{MAX}}}{\hat{V}_{i_{MAX}}}$$

y  $R_i = \frac{R_1}{|A_v|}$  donde  $R_i = r_i$

- Determinación de  $C_i$

Suponiendo una  $R_s = 0$  del generador de voltaje  $v_s$  y conociendo el valor de  $f_{MIN}$ , entonces:



$$f_L = \frac{1}{3} f_{MIN}$$

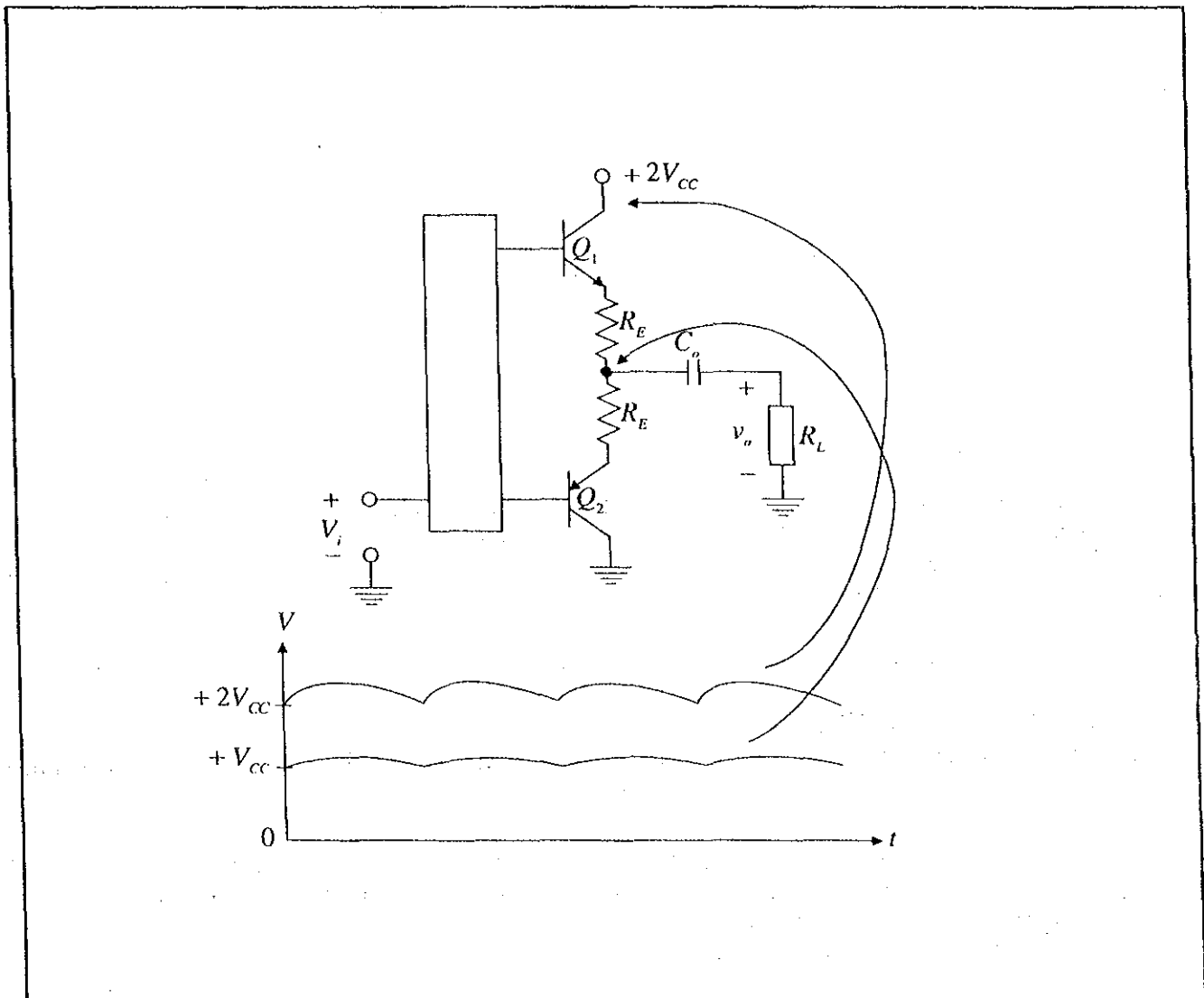
siendo  $f_L = \frac{1}{2\pi R_i C_i}$ , el valor de  $C_i$  queda expresado en función de  $f_{MIN}$ , como:

$$C_i = \frac{1}{2\pi f_L R_i} = \frac{1}{2\pi (1/3) f_{MIN} R_i}$$

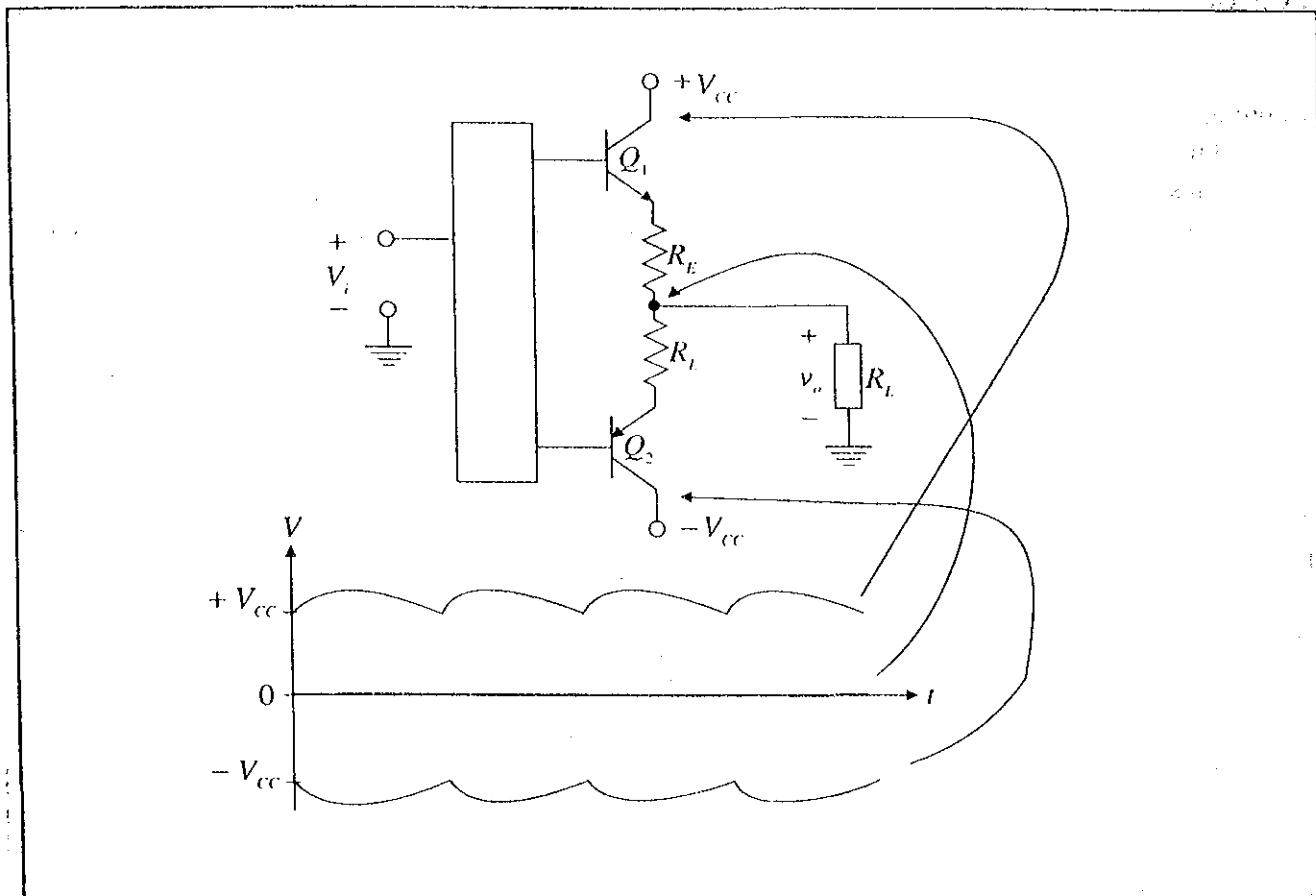
### IX.4.3 Mejoras al amplificador de potencia (cambio de topología de transresistencia a topología de voltaje)

El pre-excitador clase "A" estudiado anteriormente, usa una sola fuente de alimentación de  $2V_{CC}$ .

En algunos casos, se prefiere referir la señal de entrada al centro de la fuente de alimentación empleando dos fuentes de  $+V_{CC}$  y  $-V_{CC}$ , con lo cual puede eliminarse el capacitor de salida ( $C_o$ ), y como el rizo es simétrico en las fuentes de  $+V_{CC}$  y  $-V_{CC}$ , se cancela en el punto medio del amplificador ( $V_o$ ), aumentando la **Razón de Rechazo a la Fuente de Alimentación (al RIZO) PSRR**.



Este circuito presenta un PSRR bajo y una relación señal a ruido (S/N) pobre.



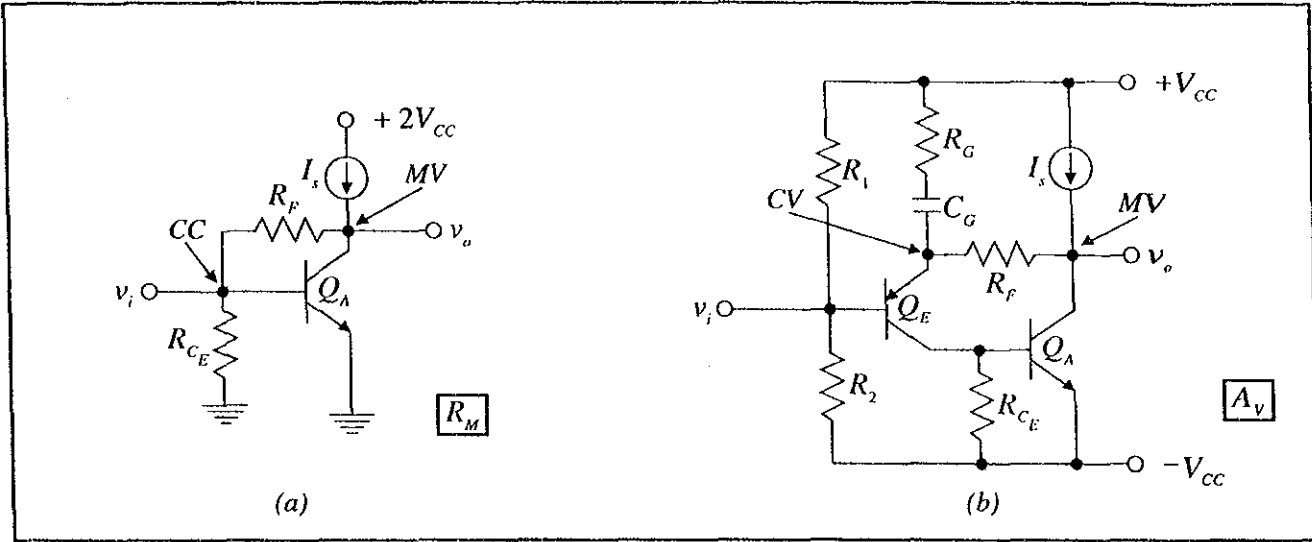
El circuito mostrado anteriormente presenta un PSRR más alto y una mejor relación señal a ruido (S/N). Por lo anterior, se prefiere referir la entrada al centro de la fuente de alimentación, y esto se puede lograr cambiando la topología del Amplificador de **transresistencia** ( $R_M$ ) (invierte fase) a Amplificador de **voltaje** ( $A_V$ ) (no invierte fase).

#### IX.4.3.1 Ventajas del amplificador de voltaje comparado con el amplificador de transresistencia

- 1) Eleva la impedancia de entrada.
- 2) Aumenta la ganancia de lazo, lo cual permite aumentar la desensibilización del circuito retroalimentado, mejorando los siguientes parámetros:
  - a) Reduce la resistencia de salida  $r_{sal}$ . Esto ocasiona que el **factor de amortiguamiento (Damping)** ( $R_L / r_{sal}$ ) aumente, con lo cual se reduce la **distorsión de intermodulación en la bocina**.
  - b) Reduce la **distorsión** del amplificador.
  - c) Mejora el **ancho de banda**.

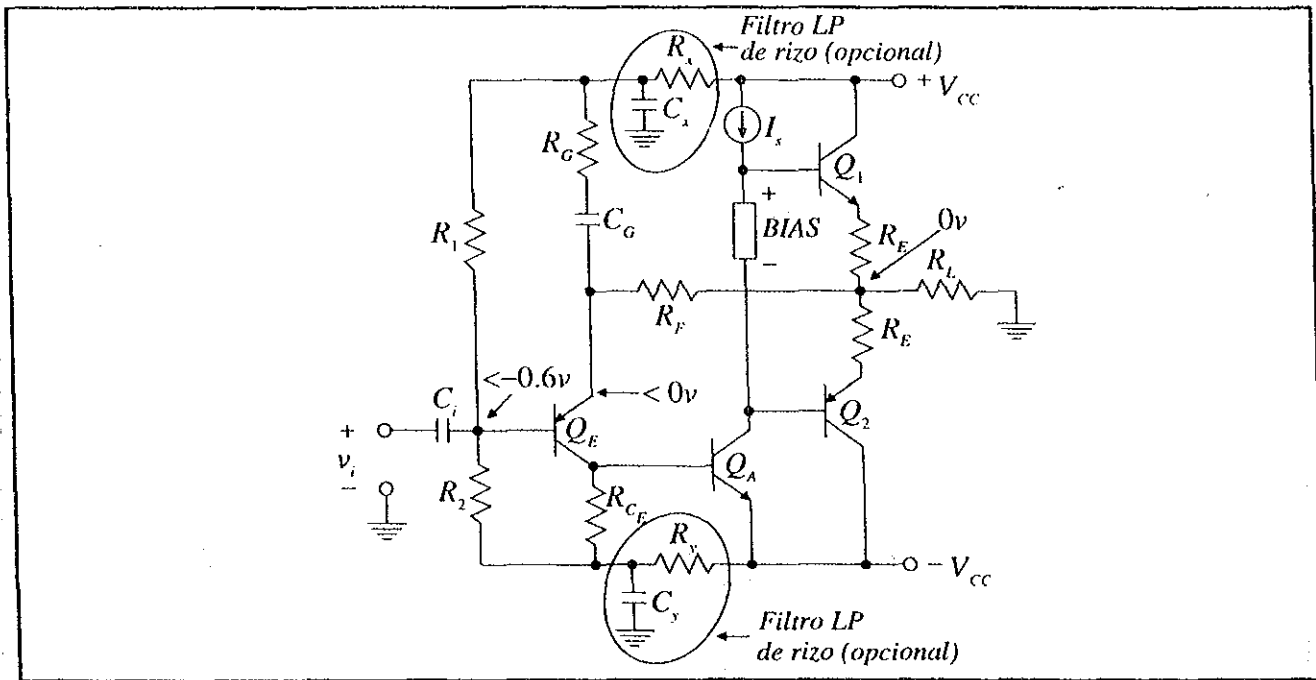
#### IX.4.3.2 Amplificador retroalimentado de voltaje

Para cambiar la topología del amplificador de transresistencia a amplificador de voltaje, se cambia el punto de comparación de la base del pre-excitador  $Q_A$  al emisor de un transistor  $Q_E$  que se incluye para la conversión del amplificador. Los circuitos básicos de los pre-excitadores como amplificadores de transresistencia y de voltaje, se muestran a continuación:



Obsérvese en el circuito anterior, que la base del transistor  $Q_A$  sigue recibiendo una corriente proporcional a la señal de salida retroalimentada, quedando de esta forma, inalterado el funcionamiento del amplificador, en lo que al pre-excitador  $Q_A$  y la etapa de potencia ( $Q_1$  y  $Q_2$ ) se refiere.

El circuito completo para el amplificador de voltaje se muestra a continuación:



$R_1$  y  $R_2$  en la base de  $Q_E$  deben polarizar la base a un valor ligeramente negativo ( $< -0.6V$ ) para que  $V_o = 0V$ .

Se incluyen también dos filtros de rizo  $R_x C_x$  y  $R_y C_y$  con el objeto de disminuir, lo más posible, el rizo de las fuentes de alimentación  $+V_{cc}$  y  $-V_{cc}$ , para evitar que dichas variaciones en las fuentes de alimentación, produzcan variaciones en la polarización del transistor  $Q_E$ , el cual podría amplificarlas como si se tratara de la señal de entrada. Al aumentar la ganancia de lazo del amplificador por la introducción del transistor  $Q_E$ , las etapas de entrada del amplificador se van haciendo cada vez más sensibles a las variaciones de las fuentes de alimentación (rizo), no pudiendo distinguir entre señal y rizo.

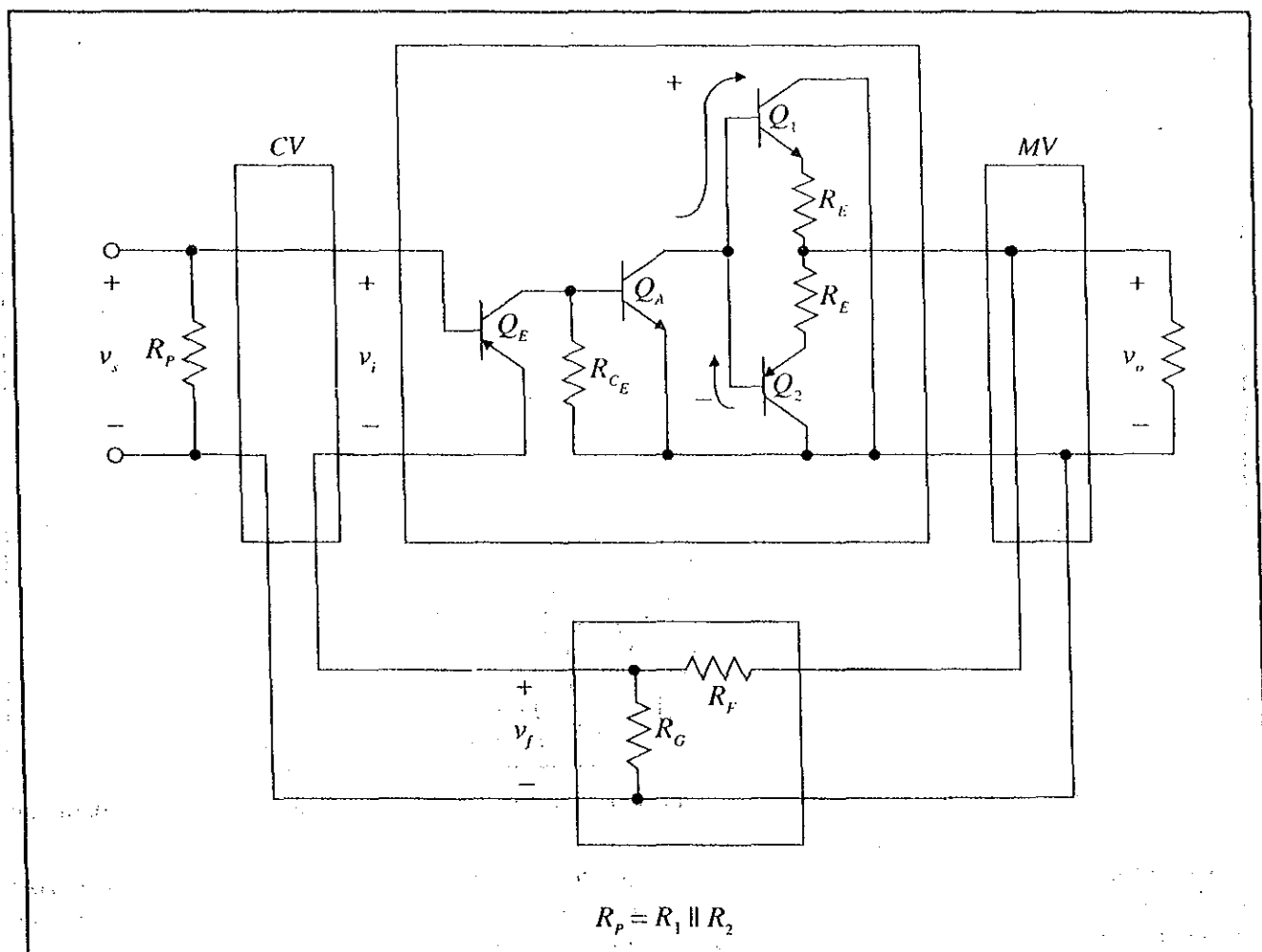
La red de retroalimentación está formada por  $R_F$  y  $R_G$ , de modo que:

$$\beta = \frac{R_G}{R_G + R_F}$$

El capacitor  $C_C$  se calcula para que su reactancia ( $X_{C_C}$ ) a la frecuencia mínima de operación ( $f_{MIN}$ ) sea aproximadamente  $0.1 R_G$ , es decir, se necesita que la resistencia  $R_G$  se encuentre conectada al emisor de  $Q_E$  y a la resistencia  $R_F$ , a partir de la frecuencia mínima de operación ( $f_{MIN}$ ).

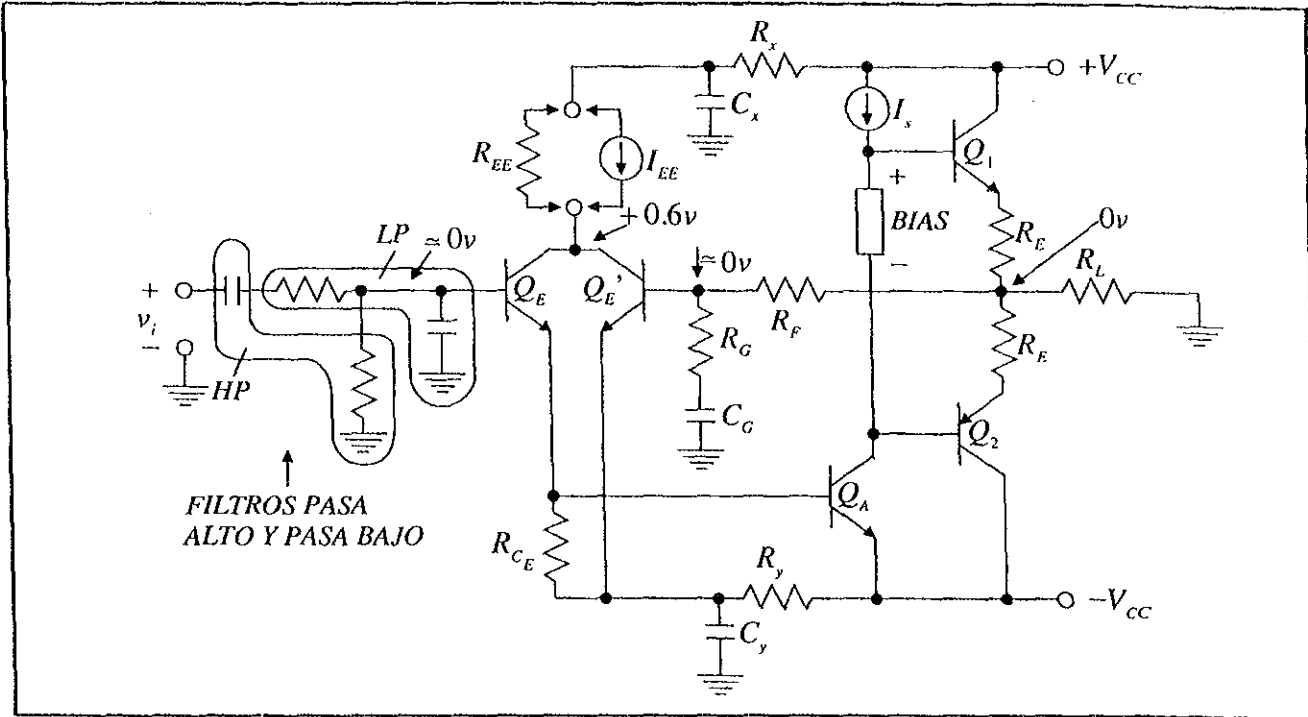
$$C_C \mid X_{C_C} \approx 0.1 R_G @ f_{MIN}$$

- Topología del circuito retroalimentado



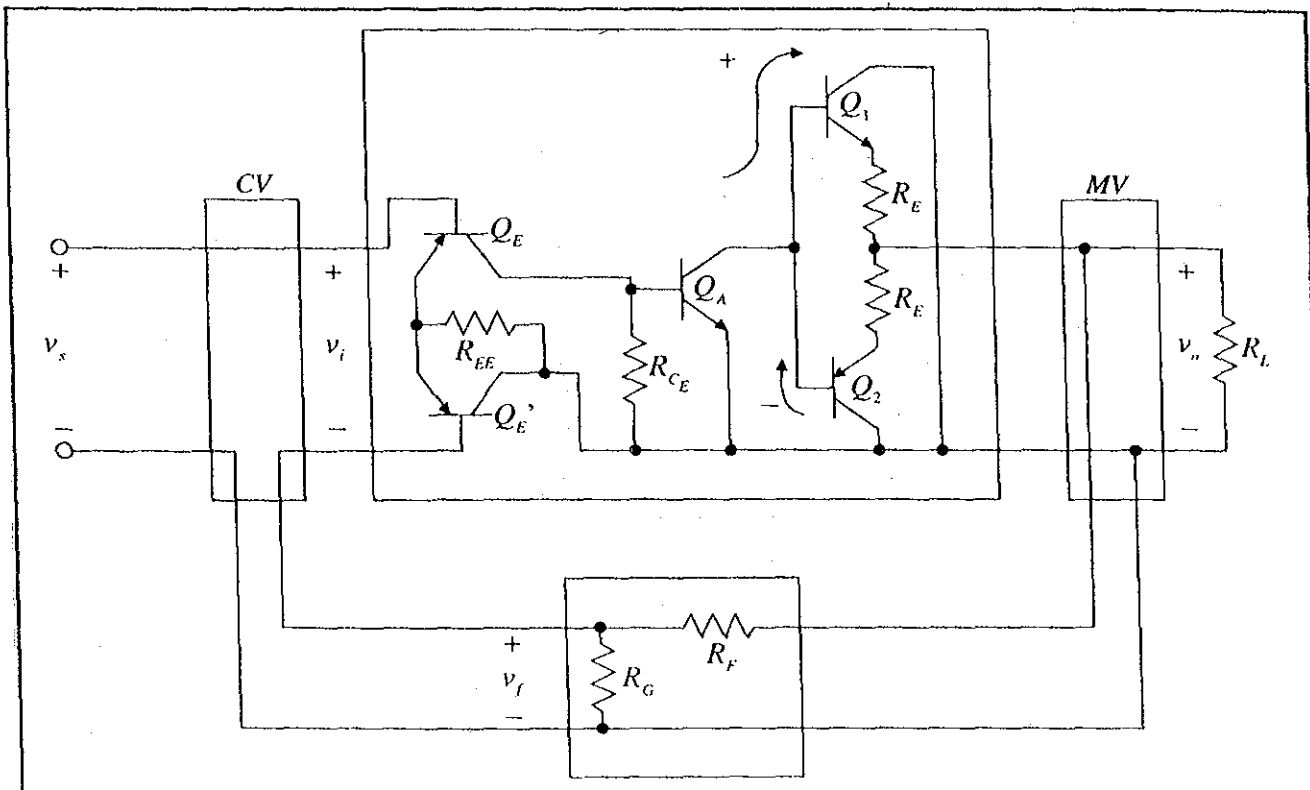
Se puede reemplazar al transistor  $Q_E$  por un **par diferencial**, lo cual permite lograr una amplificación desde DC ( $f_{MIN} \approx 0$ ) y aumentar la **ganancia de lazo**.

El circuito, con esta configuración, se muestra en la siguiente figura:



Obsérvese que ahora el voltaje de prepolarización en la base de  $Q_E$  es aproximadamente cero volts, pudiendo conectar directamente  $v_i$  a la entrada del amplificador. Los filtros HP y LP se emplean generalmente, para determinar las frecuencias de corte (límites) de la **banda de paso** del amplificador.

- Topología del circuito retroalimentado





### IX.4.4 Método simplificado de diseño de amplificadores de potencia en simetría complementaria

Este método de diseño se presenta con un ejemplo numérico que cumple con las especificaciones propuestas en el inciso "A", empleando la configuración mostrada en el inciso "B".

#### A) Especificaciones para el amplificador de potencia

Potencia de salida:  $P_o = 36.0 \text{ W}$

Resistencia de carga:  $R_L = 8\Omega$

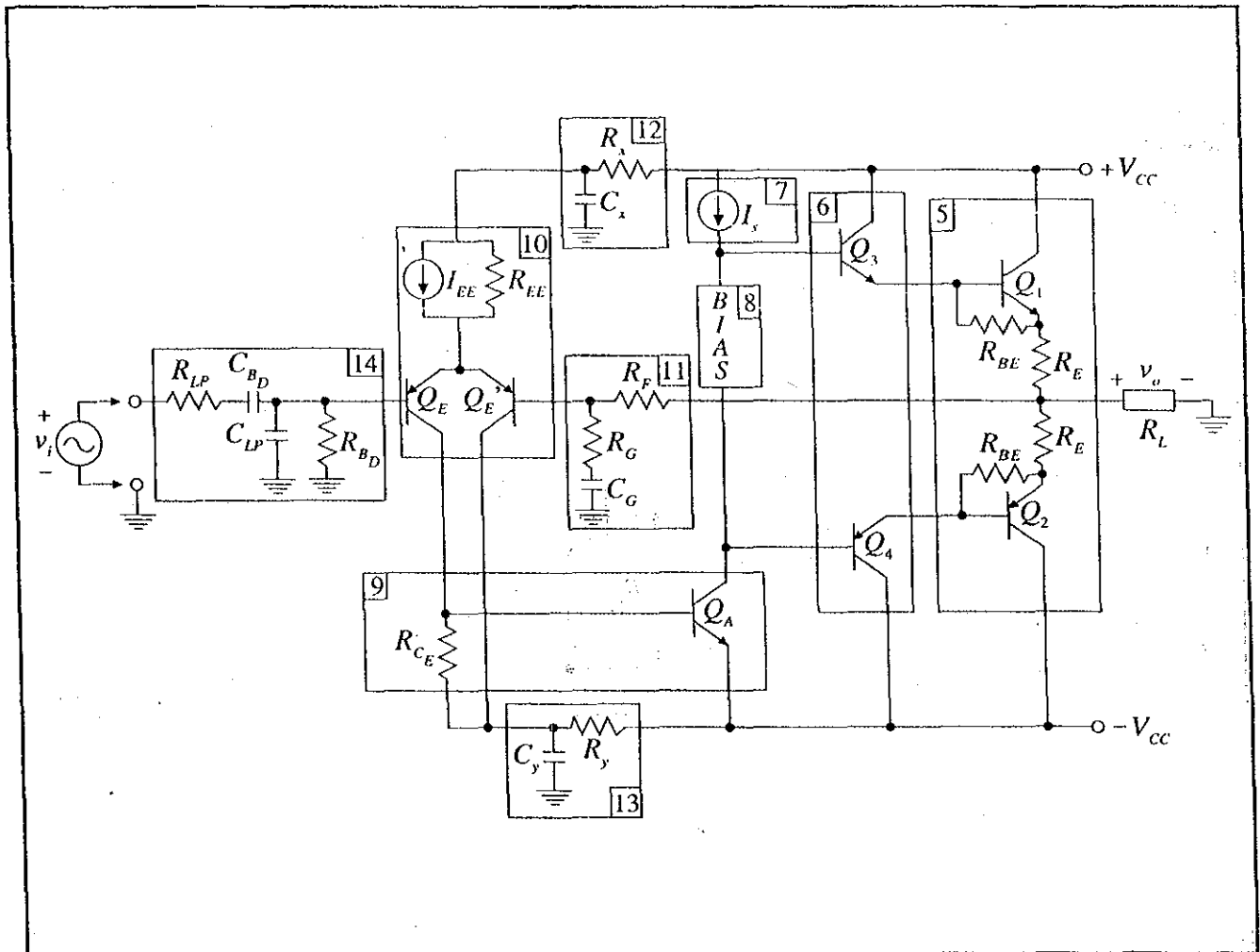
Resistencia de entrada:  $r_i = 10 \text{ K}\Omega$

Sensibilidad:  $v_i = 1.0 \text{ V (rms)}$

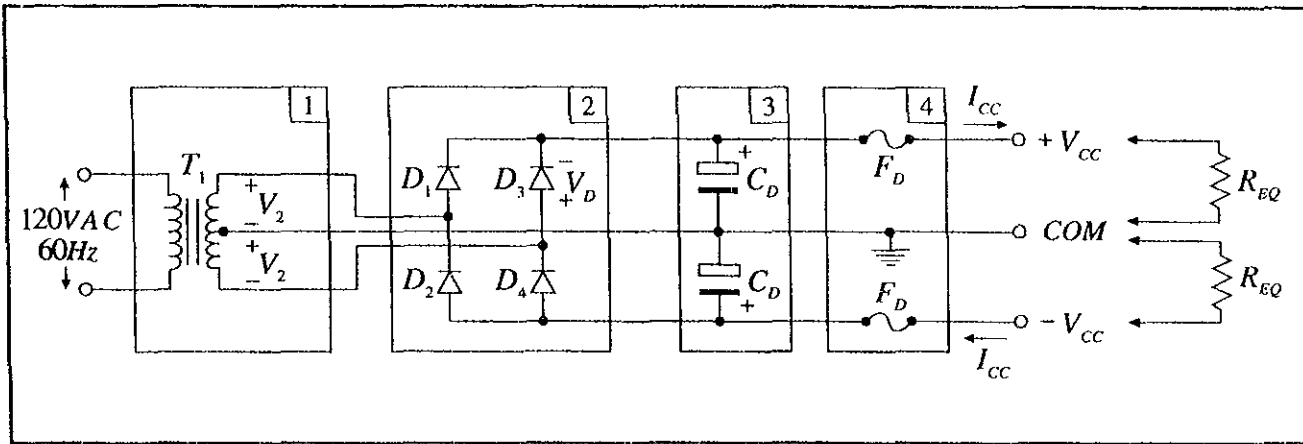
Frecuencia mínima de operación:  $f_{MIN} = 20 \text{ Hz}$

Frecuencia máxima de operación:  $f_{MAX} = 20 \text{ KHz}$

#### B) Configuración propuesta para el amplificador de potencia



C) Configuración propuesta para la fuente de alimentación



Diseño de la fuente de alimentación

i) Cálculo de  $V_{cc}$

La ecuación empírica para determinar la potencia de salida  $P_o$  en función de la fuente de alimentación es la siguiente:

$$P_o = \frac{V_{cc}^2}{2 \left( R_L + \frac{4}{R_L} + 4 \right)} \dots\dots\dots (1)$$

$\uparrow$  caídas de tensión en los transistores de potencia  
 $\uparrow$  caídas resistivas en la etapa de potencia  
 $\uparrow$  carga del amplificador

De la ecuación (1) se obtiene la expresión para  $V_{cc}$  como función de la potencia de salida:

$$V_{cc} = \sqrt{2P_o \left( R_L + \frac{4}{R_L} + 4 \right)}$$

$R_L$	$2 \left( R_L + \frac{4}{R_L} + 4 \right)$
4Ω	18
8Ω	25
16Ω	40.5

Entonces para  $R_L = 8\Omega$  y  $P_o = 36W$ , se tiene:

$$V_{cc} = \sqrt{25 \times 36} = 30.0V$$

$$V_{cc} = 30.0V$$

ii) Determinación de  $I_{cc}$

El valor RMS de  $v_o$  es:  $\tilde{V}_o = \sqrt{P_o R_L} = \sqrt{36.0 \times 8}$

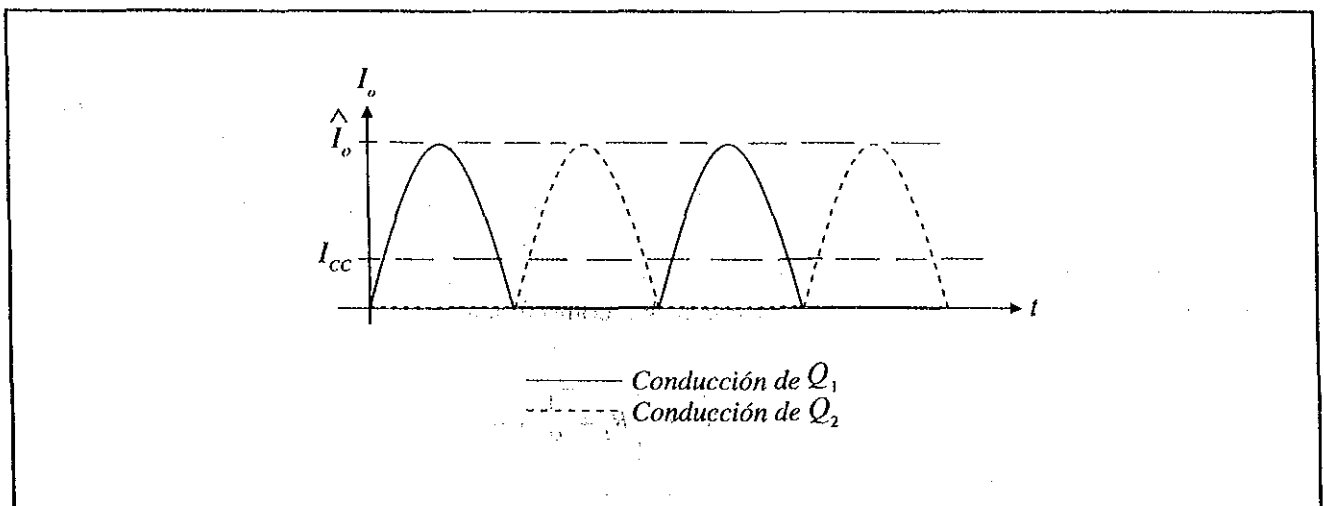
$$\tilde{V}_o = 16.97V (\approx 17.0V)$$

El valor pico de  $v_o$  es:  $\hat{V}_o = \sqrt{2} \tilde{V}_o = \sqrt{2} \times 17.0$

$$\hat{V}_o = 24.0V$$

El valor pico de  $I_o$  es:  $\hat{I}_o = \frac{\hat{V}_o}{R_L} = \frac{24.0}{8} = 3.00A$

Por lo tanto, el valor de la corriente promedio ( $I_{cc}$ ) entregada por la fuente de alimentación será:



$$I_{cc} = \frac{1}{\pi} \hat{I}_o = \frac{1}{\pi} \times 3.00 = 0.955A$$

$$I_{cc} = 0.955A$$

### 1) Transformador [ $T_1$ ]

**Voltaje:** Tomando en cuenta una caída de tensión de aproximadamente 1.0V ( @  $I_f = 1.0A$ ) en polarización directa para los diodos  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  y  $D_4$ , el voltaje  $V_2$  en el secundario del transformador será:

$$\tilde{V}_2 = \frac{V_{cc} + V_D}{\sqrt{2}} = \frac{30.0 + 1.0}{\sqrt{2}} = 21.9V$$

$$\tilde{V}_2 = 22V$$

**Corriente:** Considerando que se tiene un puente rectificador de onda completa y carga resistiva, la capacidad de corriente del secundario se calcula de la siguiente manera:

$$\tilde{I}_2 = \frac{\pi^2}{4\sqrt{2}} I_{cc} = \frac{\pi^2}{4\sqrt{2}} \times 0.955 = 1.66A$$

$$\tilde{I}_2 = 2.0A$$

El margen de corriente (2.0 - 1.66) A se utiliza para alimentar el resto del amplificador (lo que no es  $Q_1$  y  $Q_2$ ).

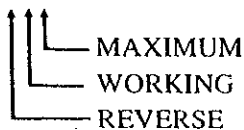
El transformador  $T_1$ , se especifica como:

Transformador de 120V AC a 44.0V AC con derivación central (22V AC - 22V AC) y capacidad de corriente de 2.0A

### 2) Puente rectificador [ $D_1$ , $D_2$ , $D_3$ , $D_4$ ]

**Voltaje:** Los diodos deben soportar un voltaje inverso igual al voltaje pico de todo el secundario. Se acostumbra especificar el doble del valor anterior para tener un margen de protección para los diodos.

$$V_{RWM} \geq 2(2\hat{V}_2) = 2(2\sqrt{2} \times 44.0) = 124.5V$$



$$V_{RWM} = 200V$$

**Corriente:** Los diodos deben conducir una corriente promedio igual a la mitad de la corriente total ( $I_{cc}$ ). Se acostumbra especificar el doble del valor anterior para tener un margen de protección para los diodos.

$$I_{FAV} \geq 2 \left( \frac{I_{CC}}{2} \right) = I_{CC} = 0.955A$$

$$I_{FAV} = 1.0A$$

Los rectificadores se seleccionan con base en los valores de  $I_{FAV}$  y  $V_{RWM}$ .

DIODO	$V_{RWM}$	$V_F$	@	$I_{FAV}$
IN4001	50	1.1		1.0
IN4002	100	1.1		1.0
→ IN4003	200	1.1		1.0
IN4004	400	1.1		1.0

Se selecciona el rectificador IN4003.

$$D_1, D_2, D_3, \text{ y } D_4 \longrightarrow \text{IN4003}$$

### 3) Filtros de la fuente de alimentación [ $C_D$ ]

Para determinar el valor del filtro (capacitor)  $C_D$ , se calcula la media geométrica entre los límites obtenidos para el capacitor  $C_D$  con los siguientes criterios:

*Valor mínimo:* Se obtiene el valor mínimo de  $C_D$  cuando su reactancia, a la frecuencia de rizo, es la décima parte del valor de la resistencia equivalente de la fuente ( $C_D$  se comporta como cortocircuito para el voltaje de rizo).

$$C_{D_{MIN}} \quad | \quad X_{C_D} = 0.1 R_{EQ} @ f_r$$

Donde:  $R_{EQ} = \frac{V_{CC}}{I_2} = \frac{30.0}{1.66} = 18.0\Omega$

Entonces:  $X_{C_D} = 0.1 \times 18.0 = 1.8\Omega$

$$C_{D_{MIN}} = \frac{1}{2\pi f_r X_{C_D}} \text{ con } f_r = 2f_L = 120\text{Hz}$$

$$C_{D_{MIN}} = \frac{1}{2\pi \times 120 \times 1.8} = 737\mu F$$

$$C_{D_{MIN}} = 737\mu F$$

*Valor máximo:* Se obtiene el valor máximo de  $C_D$  cuando su constante de tiempo asociada con  $R_{EQ}$  es diez veces mayor que el período de la frecuencia de rizo ( $f_r$ ) ( $C_D$  se comporta como fuente de voltaje).

$$C_{D_{MAX}} \mid R_{EQ} C_D = 10T_r$$

Donde:  $T_r = \frac{1}{f_r} = \frac{1}{120} = 8.33 \text{mseg}$

Entonces:  $C_{D_{MAX}} = \frac{10T_r}{R_{EQ}} = \frac{10 \times 8.33 \times 10^{-3}}{18.0} = 4,629 \mu F$

$$C_{D_{MAX}} = 4,629 \mu F$$

El valor de  $C_D$  será la media geométrica entre los valores obtenidos anteriormente.

$$C_D = \sqrt{C_{D_{MIN}} \cdot C_{D_{MAX}}} = \sqrt{737 \times 10^{-6} \times 4,629 \times 10^{-6}} = 1,847 \mu F$$

Generalmente se especifica el valor comercial próximo superior, con un voltaje mayor o igual que el voltaje de salida de la fuente de alimentación ( $V_{CC}$ )

$$C_D = 2200 \mu F / 50V$$

#### 4) Protecciones [ $F_D$ ]

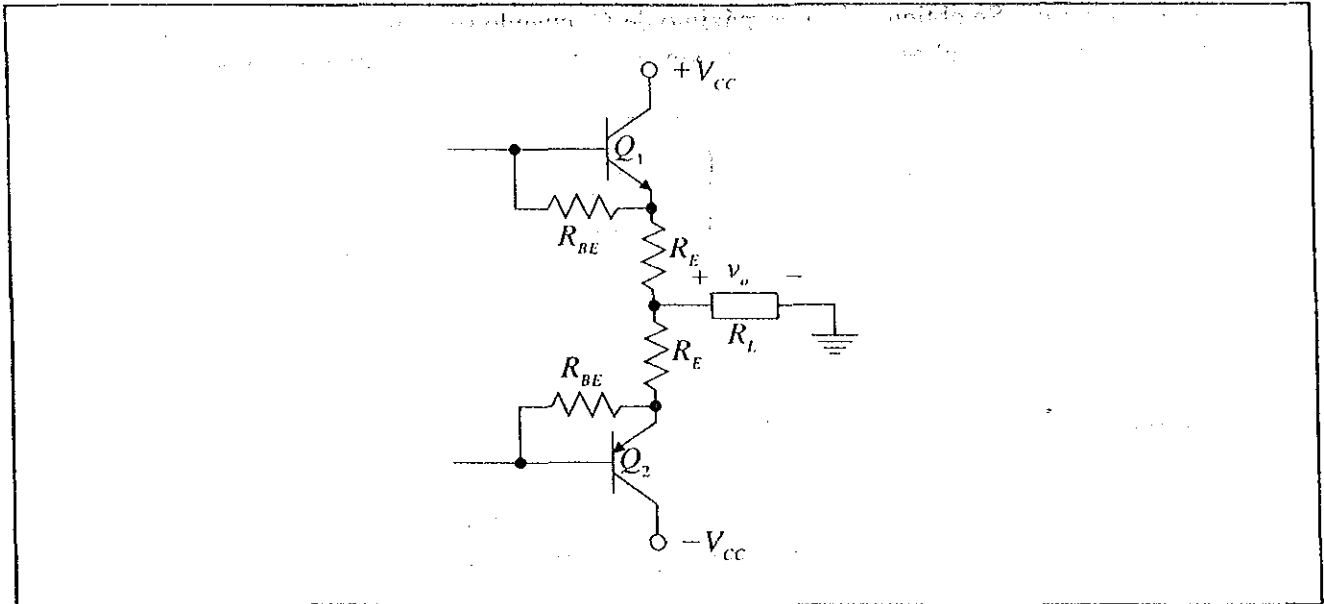
Los fusibles se especifican con un valor comercial próximo superior al valor de la corriente pico máxima en la carga.

$$F_D: 120V/220V \\ 3.0A$$

### Diseño del amplificador de potencia

#### 5) Etapa de potencia [ $Q_1$ , $Q_2$ ]

Cálculo de los valores máximos de voltaje, corriente y potencia para los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$ .



- i) Cálculo de la potencia disipada por cada transistor. Para un amplificador clase "AB", se obtuvo la expresión de la máxima potencia disipada en los transistores de potencia:

$$P_{C_{MAX}} \Big|_{\hat{V}_o = \frac{2}{\pi} V_{CC}} = \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{V_{CC}^2}{R_L} = \frac{1}{\pi^2} \times \frac{(30.0)^2}{8} = 11.39W$$

- ii) El voltaje entre colector y emisor que debe soportar cada transistor, se obtiene considerando a un transistor en corte, y al otro al borde de saturación. El transistor que está en corte deberá soportar un voltaje igual a la fuente de alimentación total.

$$V_{CE_{MAX}} = 2V_{CC} = 2 \times 30.0 = 60.0V$$

- iii) La máxima corriente de colector que deben manejar los transistores, generalmente se especifica al doble de la corriente pico máxima en la carga.

$$I_{C_{MAX}} = 2\hat{I}_o = 2 \times 3.00 = 6.00A$$

Por lo tanto, se deben seleccionar transistores con las siguientes características:

$$P_{D_{MAX}} \geq P_{C_{MAX}} = 11.39W$$

$$V_{CEO} \geq V_{CE_{MAX}} = 2V_{CC} = 60.0V$$

$$I_{CM} \geq I_{C_{MAX}} = 2\hat{I}_o = 6.00A$$

Consultando el Manual de Transistores de Potencia, se seleccionan los transistores siguientes:

TRANSISTOR	$V_{CEO}$	$I_{CM}$	$P_T @ T_j = 200^\circ C$	$h_{FE_{MIN}} @ I_C = 4.0A$	$\theta_{jc}$ ( $^\circ C/W$ )
2N3055 (NPN)	60V	15A	115W	20	1.52
MJ2955 (PNP)	60V	15A	115W	20	1.52

iv) Diseño térmico

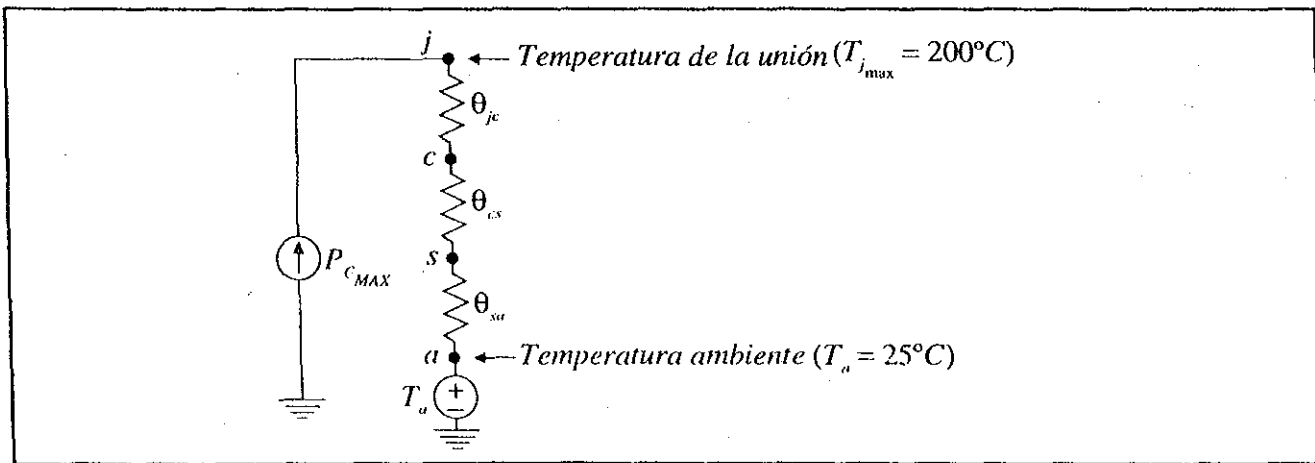
Empleando un circuito eléctrico para encontrar el disipador adecuado a cada transistor, se proponen las siguientes analogías:

Potencia máxima disipada  $\rightarrow$  Fuente de corriente  
 Diferencia de temperaturas  $\rightarrow$  Diferencia de potencial  
 Resistencia térmica  $\rightarrow$  Resistencia eléctrica

Con las siguientes convenciones:

- $\theta_{jc}$   $\rightarrow$  Resistencia Térmica entre la juntura (unión) del transistor y su encapsulado (case).
- $\theta_{cs}$   $\rightarrow$  Resistencia Térmica entre el encapsulado (case) y el disipador (sink).
- $\theta_{sa}$   $\rightarrow$  Resistencia Térmica entre el disipador (sink) y el ambiente.

El modelo eléctrico queda de la siguiente forma:



$$P_{C_{MAX}} = 11.39W$$

$$\theta_{jc} = 1.52 \text{ } ^\circ C/W$$

$$\theta_{cs} = 1.0 \text{ } ^\circ C/W \text{ (se propone para un montaje con mica y grasa de silicón)}$$

$$\theta_{sa} = ?$$

$$T_{j_{max}} = 200 \text{ } ^\circ C$$

$$T_a = 25 \text{ } ^\circ C$$



Del circuito, para una  $T_{j_{MAX}} = 200\text{ }^{\circ}\text{C}$ , se obtiene:

$$P_{C_{MAX}} = \frac{T_{j_{MAX}} - T_a}{\theta_{jc} + \theta_{cs} + \theta_{sa}}$$

Por lo tanto, la resistencia térmica del disipador será:

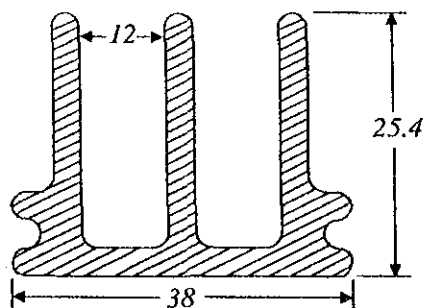
$$\theta_{sa} = \frac{T_{j_{MAX}} - T_a}{P_{C_{MAX}}} - \theta_{jc} - \theta_{cs}$$

Sustituyendo valores:

$$\theta_{sa} = \frac{200 - 25}{11.39} - 1.52 - 1.0 = 12.84\text{ }^{\circ}\text{C/W}$$

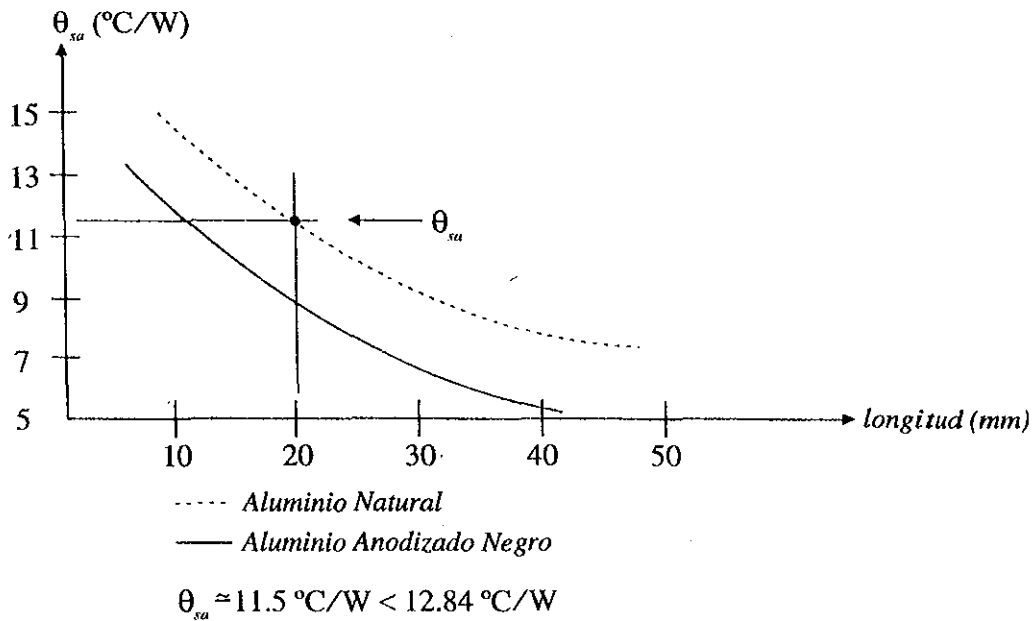
$$\theta_{sa} = 12.84\text{ }^{\circ}\text{C/W}$$

Consultando las especificaciones de disipadores proporcionadas por el fabricante, se selecciona un disipador de aluminio natural modelo "1637" de tres aletas, con una longitud de 20mm, teniendo con ello una resistencia térmica menor de 12.84 °C/W.



*Disipador de aluminio modelo 1637*

Curvas Térmicas del Disipador  
de Aluminio Modelo 1637



Las resistencias de emisor se proponen de  $0.5\Omega$  con una potencia de disipación de:

$$P_D = I_o^2 \cdot R_E = (3.00)^2 \times 0.5 = 4.5 \text{ Watts}$$

$$R_E = 0.5\Omega / 4.5W$$

2 unidades de  $1\Omega / 5W$   
en paralelo

Para  $R_{BE}$  se usa un valor que se encuentre en el intervalo de  $22\Omega \leq R_{BE} \leq 100\Omega$ . Con  $R_{BE} = 100\Omega$  la especificación del par 2N3055 - MJ2955 pasa de  $V_{CEO} = 60V$  a  $V_{CER} = 70V$ , con lo cual queda asegurado el límite de voltaje colector - emisor para dichos transistores.

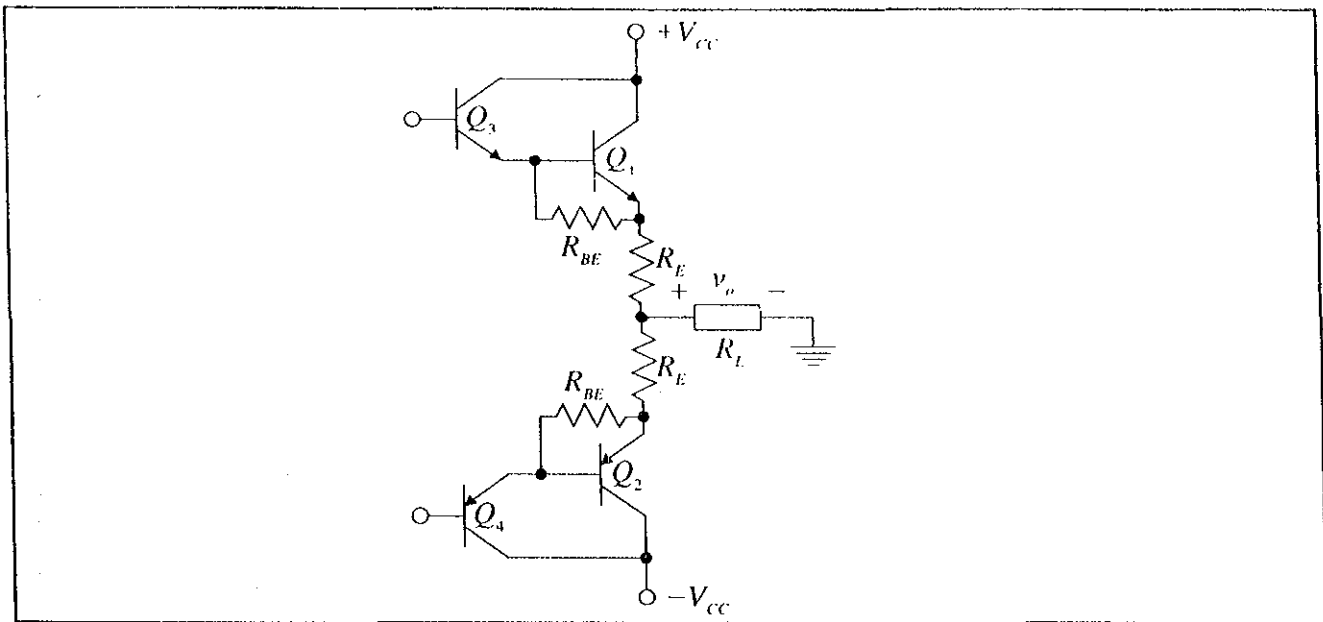
A través de  $R_{BE}$  aparece un voltaje  $V_{BE}$  del transistor de salida correspondiente y que nunca excede los 1.5V. Entonces:

$$P_{R_{BE}} = \frac{V_{BE}^2}{R_{BE}} = \frac{(1.5)^2}{100} = 22.5mW$$

$$R_{BE} = 100\Omega / 0.5W$$

#### 6) Excitadores clase "B" [ $Q_3$ y $Q_4$ ]

Cálculo de los valores máximos de voltaje, corriente y potencia para los transistores  $Q_3$  y  $Q_4$ .



i) Cálculo de la corriente pico máxima de  $Q_3$  y  $Q_4$ .

Con el valor de  $h_{FE_{MIN}}$  de los transistores 2N3055 - MJ2955, se obtiene el valor de  $\hat{I}_{C_3} = \hat{I}_{C_4}$  de la siguiente forma:

$$\hat{I}_{C_3} = \hat{I}_{C_4} = \frac{\hat{I}_o}{h_{FE_{MIN}}} = \frac{3.00}{20} = 150mA$$

ii) Los excitadores estarán sujetos prácticamente al mismo voltaje que los transistores de salida, esto es, el  $V_{CE_{MAX}}$  será:

$$V_{CE_{MAX}} = 2V_{CC} = 60.0V$$

iii) La potencia máxima de disipación de los excitadores se calcula como:

$$P_{D_{MAX}} = \frac{P_{C_{MAX}}(Q_1, Q_2)}{h_{FE_{MIN}}} = \frac{11.39W}{20} = 569.5mW$$

Por lo tanto, se deben seleccionar transistores con las siguientes características:

$$P_{D_{MAX}} \geq 569.5mW$$

$$V_{CEO} \geq 60.0V$$

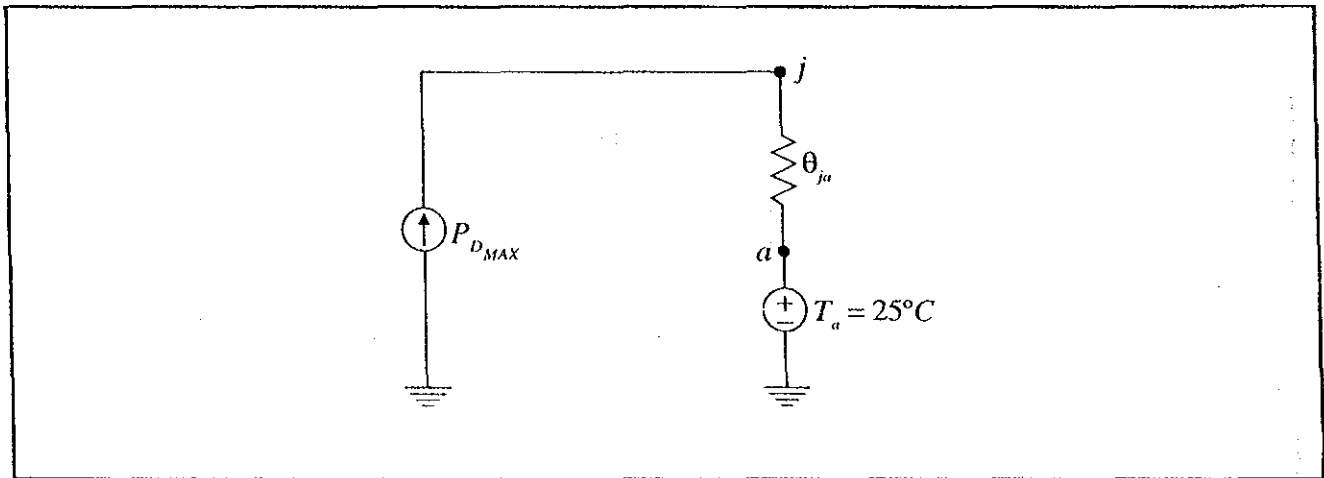
$$I_{CM} \geq 150mA$$

Consultando el Manual de Transistores de Potencia, se seleccionan los transistores siguientes:

TRANSISTOR	$V_{CEO}$	$I_{CM}$	$P_T @ T_j = 150^\circ C$	$h_{FE_{MIN}} @ I_C = 200mA$	$\theta_{jc}$ ( $^\circ C/W$ )	$\theta_{ja}$ ( $^\circ C/W$ )
TIP29A (NPN)	60V	1 A	30W	40	4.167	62.5
TIP29B (NPN)	80V	1 A	30W	40	4.167	62.5
TIP30A (PNP)	60V	1 A	30W	40	4.167	62.5
TIP30B (PNP)	80V	1 A	30W	40	4.167	62.5

Para aumentar el margen de seguridad de los transistores con respecto al  $V_{CEO}$  se selecciona el par complementario TIP29B/TIP30B, los cuales tienen un  $V_{CEO} = 80V > 60.0V$ .

Tomando la especificación de la resistencia de la juntura al ambiente dada por el fabricante  $\theta_{ja} = 62.5^\circ C/W$ , se puede calcular el potencial térmico de la unión  $T_j$  para la potencia de trabajo  $P_{D_{MAX}} = 569.5mW$ .



$$T_j = P_{D_{MAX}} \theta_{ja} + T_a = 569.5 \times 10^{-3} \times 62.5 + 25 = 60.59^\circ C$$

Como  $T_j = 60.59^\circ C < T_{j_{max}} = 150^\circ C$ , los excitadores  $Q_3$  y  $Q_4$  no requieren disipador.

$Q_3, Q_4 - TIP29B/TIP30B$

### 7) Fuente de corriente [I<sub>b</sub>]

Tomando una  $\beta_{TOT}$  igual al producto de las betas de los transistores, resulta:

$$\beta_{TOT} = h_{FE_{MIN}}(Q_1, Q_2) \cdot h_{FE_{MIN}}(Q_3, Q_4) = 20 \times 40 = 800$$

Entonces la corriente de base pico de  $Q_3$  y  $Q_4$  será:

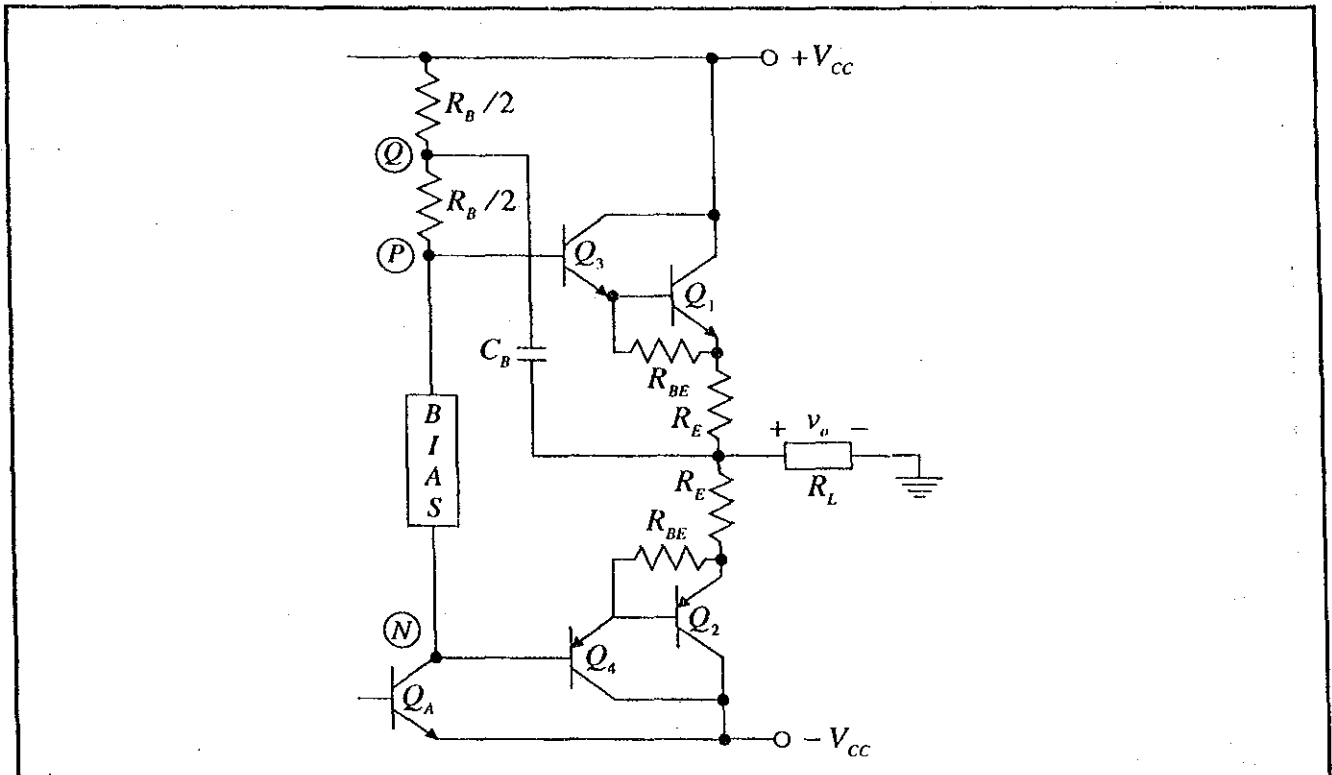
$$\hat{I}_{B_3} = \hat{I}_{B_4} = \frac{\hat{I}_o}{\beta_{TOT}} = \frac{3.00}{800} = 3.75mA (=4.0mA)$$

Se propone una  $I_s$  igual al doble del valor de  $\hat{I}_{B_3} = \hat{I}_{B_4}$ :

$$I_s = 2\hat{I}_{B_3} = 2 \times 4.0 \times 10^{-3} = 8mA$$

$$I_s = 8mA \quad (\text{Valor Inicial})$$

i) Diseño del Circuito Bootstrap



- Cálculo de  $R_B/2$

En el circuito, se tiene lo siguiente para  $v_i = 0V$  (sin aplicar señal al amplificador):

$$V_P = 2V_{BE} = 2 \times 0.6 = 1.2V$$

$$V_Q = \frac{V_{CC} + V_P}{2} = \frac{30.0 + 1.2}{2} = 15.6V$$

$$V_N = -2V_{BE} = -2 \times 0.6 = -1.2V$$

El capacitor  $C_B$  se carga con un voltaje dado por la siguiente relación:

$$V_{CB} = V_Q - V_o = 15.6 - 0 = 15.6V$$

Al aplicar al amplificador la máxima amplitud de la señal de entrada ( $v_i = \hat{V}_{i_{MAX}}$ ), se genera en la salida el máximo valor pico de la señal  $v_o = \hat{V}_{o_{MAX}} = 24.0V$ .

Bajo estas condiciones ( $v_i = \hat{V}_{i_{MAX}}$  y  $v_o = \hat{V}_{o_{MAX}}$ ), los voltajes nodales en Q y en P serían los siguientes:

$$V_{Q_{MAX}} = \hat{V}_{o_{MAX}} + V_{CB} = 24.0 + 15.6 = 39.6V$$

$$V_{P_{MAX}} = \hat{V}_{o_{MAX}} + \hat{I}_{o_{MAX}} R_E + 2V_{BE(MAX)} = 24.0 + 3.0 \times 0.5 + 2(1.5) = 28.5$$

Entonces, la resistencia  $R_{B_{INF}}/2$  se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{R_{B_{INF}}}{2} = \frac{V_{Q_{MAX}} - V_{P_{MAX}}}{I_s} = \frac{39.6 - 28.5}{8 \times 10^{-3}} = 1387.5\Omega \longrightarrow (1200\Omega)$$

Con este valor de  $R_B/2$  ( $= 1200\Omega$ ), la corriente  $I_s$  se modifica a (para  $v_i = 0$ ):

$$I_s = \frac{V_{CC} - V_P}{R_B} = \frac{30 - 1.2}{2400} = 12mA$$

La potencia disipada en  $R_B/2$  será:

$$\frac{P_{R_B}}{2} = I_s^2 \left( \frac{R_B}{2} \right) = (12 \times 10^{-3})^2 (1200) = 172.8mW$$

$R_B = 2400\Omega$ $\frac{R_B}{2} = 1200\Omega/0.5W$ $I_s = 12mA$
---

- Cálculo de  $C_B$

$C_B$  se calcula para que se comporte como una fuente de voltaje a partir de la frecuencia mínima de operación (período máximo de la señal).

$$C_B \left| \frac{R_B}{2} \cdot C_B = 10 \frac{T_{MAX}}{2} \right. \quad \text{donde } T_{MAX} = \frac{1}{f_{MIN}} \text{ con } f_{MIN} = 20Hz$$

$$\text{Entonces: } T_{MAX} = \frac{1}{20} = 50.0mseg$$

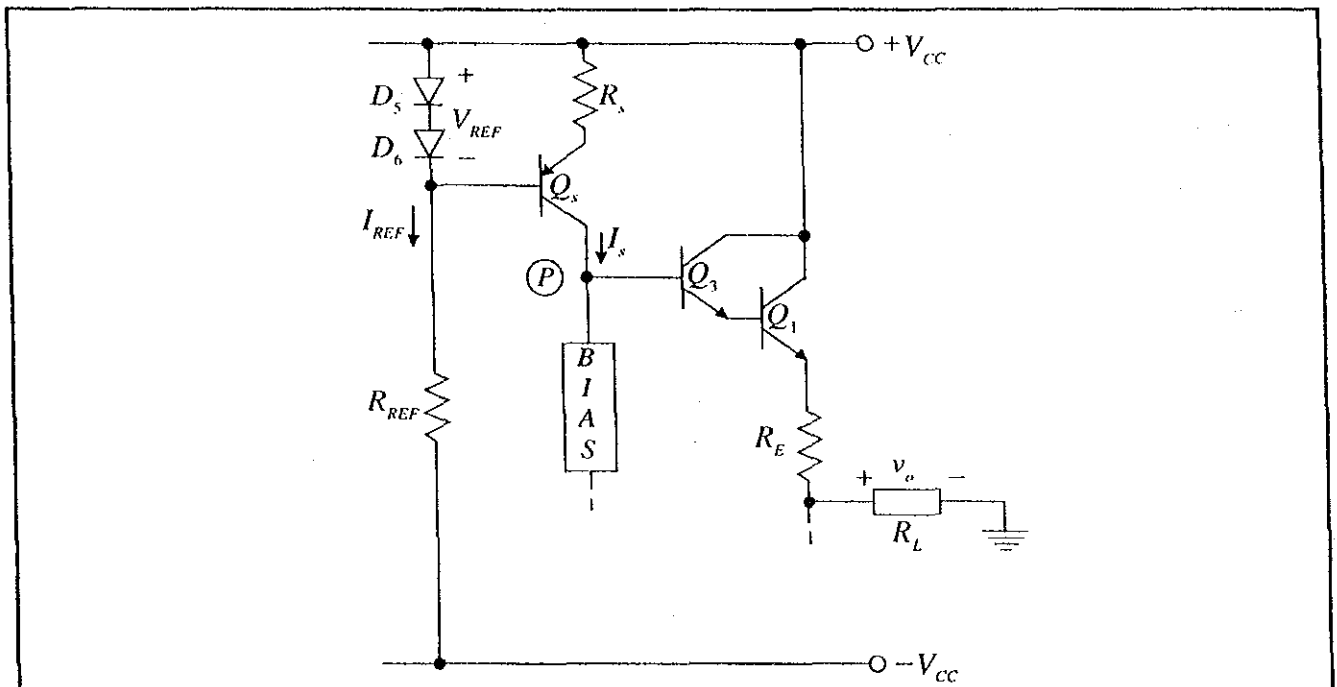
$$C_B = \frac{10T_{MAX}}{2 \left( \frac{R_B}{2} \right)} = \frac{10 \times 50.0 \times 10^{-3}}{2(1200)} = 208.3 \mu F$$

$$V_{CB} = V_Q - V_u = V_Q = 15.6V$$

Tomando los valores próximos superiores comerciales de capacitancia y voltaje, se tiene:

$$C_B = 220 \mu F / 25V$$

ii) Diseño de la Fuente de Corriente con Transistor



- Cálculo de  $R_s$

Del circuito:

$$R_s = \frac{V_{REF} - V_{BE}}{I_s} = \frac{1.2 - 0.6}{12 \times 10^{-3}} = 50 \Omega$$

$$P_{R_s} = I_s^2 R_s = (12 \times 10^{-3})^2 (50) = 7.2 mW$$

$$R_s = 50 \Omega / 0.25W$$

$R_s$  puede estar formada por el paralelo de dos resistencias de  $100 \Omega$ , o una resistencia fija de  $33 \Omega$  y un preset de  $27 \Omega$ .

- Selección de  $Q_s$

El transistor  $Q_s$  debe cumplir con:

$$V_{CE_{MAX}} \geq 2V_{CC} = 60.0V$$

$$I_{CM} \geq 2I_s = 2 \times 12 \times 10^{-3} = 24mA$$

$$P_{C_{MAX}} \geq 2V_{CC} \cdot I_s = 60 \times 12 \times 10^{-3} = 720mW$$

Con base en los cálculos anteriores, se selecciona un transistor TIP30B con las siguientes especificaciones:

TIP30B (PNP)

$$V_{CE_o} = 80V > 60.0V$$

$$I_{C_M} = 1.0A > 24mA$$

$$P_{D_{MAX}} = 30W > 720mW$$

$$P_D = 2W > 720mW$$

└─ sin emplear disipador

$Q_s$  - TIP30B

El transistor TIP30B tiene una  $h_{FE_{MIN}} = 40$ , por lo cual su  $I_B$  será:

$$I_{B_s} = \frac{I_s}{h_{FE_{MIN}}} = \frac{12 \times 10^{-3}}{40} = 300\mu A$$

Proponiendo una  $I_{REF} = 10I_{B_s} = 10 \times 300 \times 10^{-6} = 3mA$ , entonces el valor de  $R_{REF}$  será:

$$R_{REF} = \frac{V_{CC} - V_{REF} - (-V_{CC})}{I_{REF}} = \frac{30.0 - 1.2 - (-30.0)}{3 \times 10^{-3}}$$

$$R_{REF} = 19.6K\Omega \longrightarrow (18K\Omega)$$

$$P_{R_{REF}} = I_{REF}^2 R_{REF} = \left( \frac{2V_{CC} - 1.2}{R_{REF}} \right)^2 R_{REF}$$

$$P_{R_{REF}} = \left( \frac{58.8}{18 \times 10^3} \right)^2 (18 \times 10^3) = 192mW$$

$R_{REF} = 18K\Omega / 0.5W$

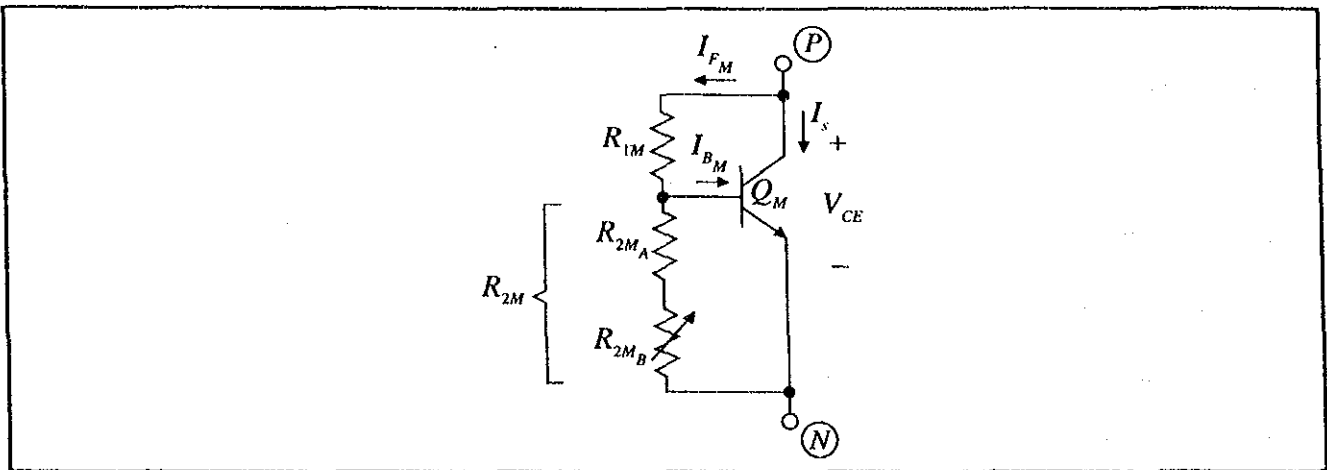


Para los diodos  $D_5$  y  $D_6$  se propone emplear los diodos de pequeña señal 1N4148 o 1N914.

DIODO	$I_{F_{MAX}}$
1N914	75mA
1N4148	75mA

$$D_5 \text{ y } D_6 - 1N4148 \text{ con } I_{F_{MAX}} (75mA) > I_{REF} (3mA)$$

8) Multiplicador de  $V_{BE}$  [ $Q_M$ ,  $R_{1M}$ ,  $R_{2M}$ ]



Como el voltaje colector-emisor de trabajo de  $Q_M$  es cercano a  $4V_{BE}$  ( $4 \times 0.6 = 2.4V$ ), se puede seleccionar un transistor BC547B o 2A237B, con las siguientes especificaciones:

$$V_{CEO} = 45V \gg 4V_{BE} = 2.4V$$

$$I_{CM} = 100mA \gg I_s = 12mA$$

$$P_{D_M} = 62.5mW > P_{C_{MAX}} = V_{CE} \cdot I_s = 2.4 \times 12 \times 10^{-3} = 28.8mW$$

sin disipador

$$Q_M - BC547B$$

Este transistor tiene una  $h_{FE_{TYP}}$  de 150. Con dicho valor se obtiene una  $I_{B_M}$  de:

$$I_{B_M} = \frac{I_s}{h_{FE_{TYP}}} = \frac{12 \times 10^{-3}}{150} = 80\mu A$$

Para determinar el valor de  $I_{F_M}$ , se propone lo siguiente:

$$I_{F_M} = \sqrt{h_{FE_{TYP}}} I_{B_M} = \sqrt{150} \times 80 \times 10^{-6} = 979.8 \mu A$$

Como  $I_{F_M} \gg I_{B_M}$ , entonces:

$$R_{2M} = \frac{V_{BE}}{I_{F_M}} = \frac{0.6}{979.8 \times 10^{-6}} = 612.4 \Omega \longrightarrow (680 \Omega)$$

Para  $n = 4$ , se tiene:

$$n = 1 + \frac{R_{1M}}{R_{2M}} \Rightarrow R_{1M} = (n - 1) R_{2M} = (4 - 1) (680)$$

$$R_{1M} = 2040 \Omega \longrightarrow (1800 \Omega)$$

Dividiendo  $R_{2M}$  en dos parte  $R_{2M_A}$  y  $R_{2M_B}$  como:

$$R_{2M_A} = 470 \Omega \text{ (fija)}$$

$$R_{2M_B} = 470 \Omega \text{ (preset)}$$

Los valores de "n" que se obtienen con los valores máximo y mínimo de  $R_{2M_B}$  son:

$$R_{2M_B_{\min}} = 0 \Omega ; R_{2M} = R_{2M_A} = 470 \Omega ; R_{1M} = 1800 \Omega$$

$$n = 1 + \frac{R_{1M}}{R_{2M}} = 1 + \frac{1800}{470} = 4.82$$

$$R_{2M_B_{\max}} = 470 \Omega ; R_{2M} = R_{2M_A} + R_{2M_B} = 470 + 470 = 940 \Omega ; R_{1M} = 1800 \Omega$$

$$n = 1 + \frac{R_{1M}}{R_{2M}} = 1 + \frac{1800}{940} = 2.91$$

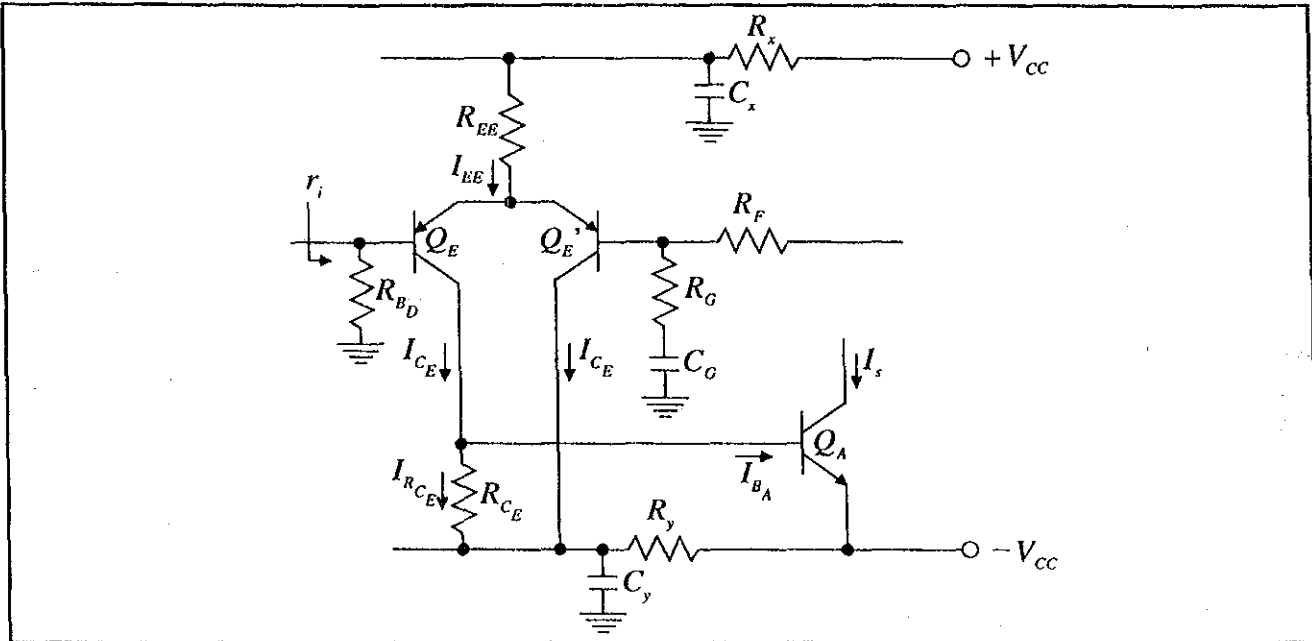
Entonces, los valores propuestos de  $R_{1M}$ ,  $R_{2M_A}$  y  $R_{2M_B}$  son:

$R_{1M} = 1800 \Omega / 0.5 W$
$R_{2M_A} = 470 \Omega / 0.5 W$
$R_{2M_B} = 470 \Omega / 0.5 W \text{ (preset)}$



$$R_{C_E} = 180\Omega / 0.5W$$

10) Par diferencial  $\{Q_E, Q_E', I_{EE}, R_{EE}\}$



Del circuito, se observa que:

$$I_{C_E} = I_{R_{C_E}} + I_{B_A} = 3.33 \times 10^{-3} + 300 \times 10^{-6} = 3.63 \text{ mA}$$

$$I_{EE} = 2I_{C_E} = 2(3.6 \times 10^{-3}) = 7.26 \text{ mA}$$

$$R_{EE} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_{EE}} = \frac{30.0 - 0.6}{7.26 \times 10^{-3}} = 4045.87\Omega$$

El valor de  $R_{EE}$  se ajusta con:

$$R_{EE} = 3900\Omega \text{ (fija)} + 470\Omega \text{ (preset)}$$

$$R_{EE} = 3900\Omega / 0.5W \text{ (fija)} + 470\Omega / 0.5W \text{ (preset)}$$

Las especificaciones para  $Q_E$  y  $Q_E'$  serán:

$$V_{CE_{MAX}} \geq 2V_{CC} = 60.0V$$

$$I_{C_{MAX}} \geq 2I_{C_E} = 2(3.63 \times 10^{-3}) = 7.26 \text{ mA}$$

Con base en los datos anteriores, se propone emplear el transistor TIP30B (2) con:

$$V_{CEO} = 80V > V_{CE_{MAX}} = 60V$$

$$I_{CM} = 1.0A > I_{C_{MAX}} = 7.26mA$$

$$Q_E, Q_E' - \text{TIP30B}$$

Como la impedancia de entrada del Par Diferencial es alta, el valor de la impedancia de entrada dada como especificación ( $r_i = 10K\Omega$ ), deberá ser igual al valor de  $R_{B_D}$  del circuito. Por esto, se propone  $R_{B_D} = 10K\Omega$ , y para que el Par Diferencial esté balanceado, se propone  $R_F = R_{B_D} = 10K\Omega$ . Obsérvese en el circuito que ambas resistencias ( $R_{B_D}$  y  $R_F$ ), están conectadas entre las bases de  $Q_E$  y  $Q_E'$  respectivamente.  $R_{B_D}$  está conectada también a tierra física, y  $R_F$  está conectada al nodo de salida, el cual presenta un potencial de cero volts (tierra virtual) cuando no hay señal aplicada. De esta manera, cada base de los transistores  $Q_E$  y  $Q_E'$  "ve" el mismo valor de resistencia conectadas al mismo potencial de cero volts.

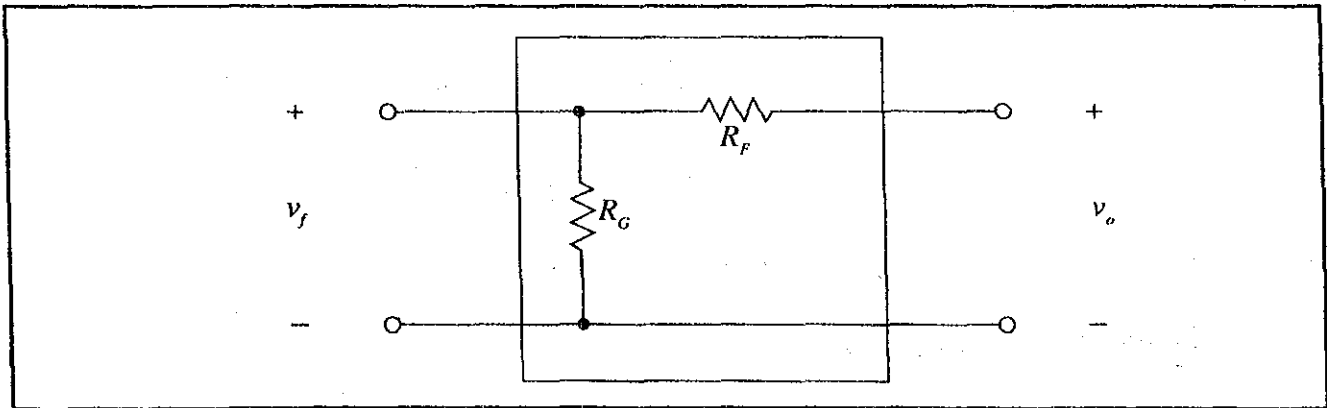
$$R_{B_D} = R_F = 10K\Omega / 0.5W$$

**11) Bloque  $\beta$  de retroalimentación [ $R_F$ ,  $R_G$ ,  $C_G$ ]**

La ganancia en voltaje ( $A_{v_f}$ ) del amplificador retroalimentado de voltaje, está determinada por la relación de  $\tilde{v}_o$  y  $\tilde{v}_i$ , y también por el bloque  $\beta$  de retroalimentación, de la siguiente forma (suponiendo una ganancia de lazo " $A_v$ " muy grande):

$$A_{v_f} \approx \frac{1}{\beta} = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_i} \dots\dots\dots(1)$$

donde el bloque  $\beta$  de retroalimentación está formado por la siguiente red:



$$\beta = \frac{v_f}{v_o} = \frac{R_G}{R_F + R_G}$$

y los valores de  $\tilde{v}_o$  y  $\tilde{v}_i$  son:

$$\tilde{v}_o = \sqrt{P_o P_L} = \sqrt{36.0 \times 8} = 16.97V \approx 17.0V$$

$$\tilde{v}_i = 1.0V_{RMS} \leftarrow \text{dato proporcionado en las especificaciones del amplificador}$$

Sustituyendo los datos anteriores en la ecuación (1), resulta:

$$\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_i} = 1 + \frac{R_F}{R_G} \rightarrow \frac{17.0}{1.0} = 1 + \frac{10K\Omega}{R_G}$$

Despejando el valor de  $R_G$ :

$$R_G = \frac{R_F}{\left(\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_i} - 1\right)} = \frac{10K\Omega}{\left(\frac{17.0}{1.0} - 1\right)} = 625\Omega \longrightarrow (560\Omega)$$

$$R_G = 560\Omega / 0.5W$$

El capacitor  $C_G$  se calcula haciendo que la resistencia  $R_G$  esté completamente conectada a tierra a la frecuencia mínima de operación, en otras palabras, la reactancia del capacitor  $C_G$  deberá ser mucho menor que el valor de  $R_G$  a la frecuencia mínima de operación.

$$C_G \left| X_{C_G} = 0.1R_G @ f_{MIN}$$

Por lo tanto:

$$X_{C_G} = \frac{1}{2\pi f_{MIN} C_G} = 0.1R_G$$

Despejando a  $C_G$ :

$$C_G = \frac{1}{2\pi f_{MIN} (0.1) R_G} = \frac{1}{2\pi (20) (0.1) (560)}$$

$$C_G = 142.1\mu F \longrightarrow (150\mu F)$$

El voltaje especificado para  $C_G$  se propone de 25V.

$$C_G = 150\mu F / 25V$$

### 12) Filtro de rizo superior [ $R_x$ , $C_x$ ]

Se propone un  $R_x \ll R_{EE}$ , por lo cual resulta un valor de  $R_x$  de:

$$R_x = \frac{R_{EE}}{100} = \frac{4045}{100} = 40.45\Omega$$

$$R_x = 39\Omega / 0.5W$$

$C_x$  se calcula haciendo que su reactancia  $X_{C_x}$  sea mucho menor que el valor de  $R_x$  a la frecuencia de rizo.

$$C_x \left| X_{C_x} = 0.1R_x @ f_r \right.$$

Por lo tanto:

$$X_{C_x} = \frac{1}{2\pi f_r C_x} = 0.1R_x$$

Despejando  $C_x$ , resulta:

$$C_x = \frac{1}{2\pi f_r (0.1) R_x} = \frac{1}{2\pi (120) (0.1) (39)}$$

$$C_x = 340.07\mu F \longrightarrow (330\mu F)$$

El voltaje especificado para  $C_x$  deberá ser mayor a  $V_{CC}$ . Se propone 50V.

$$C_x = 330\mu F / 50V$$

### 13) Filtro de rizo inferior [ $R_y$ , $C_y$ ]

Se propone una  $R_y \ll R_{CE}$ :

$$R_y = \frac{R_{CE}}{10} = \frac{180}{10} = 18\Omega$$

$$R_y = 18\Omega / 0.5W$$

El cálculo de  $C_y$  será de acuerdo al siguiente criterio:

$$C_y \Big|_{X_{C_y} = 0.1 R_y @ f_r}$$

Entonces:

$$C_y = \frac{1}{2\pi f_r (0.1) R_y} = \frac{1}{2\pi (120) (0.1)} \quad (18)$$

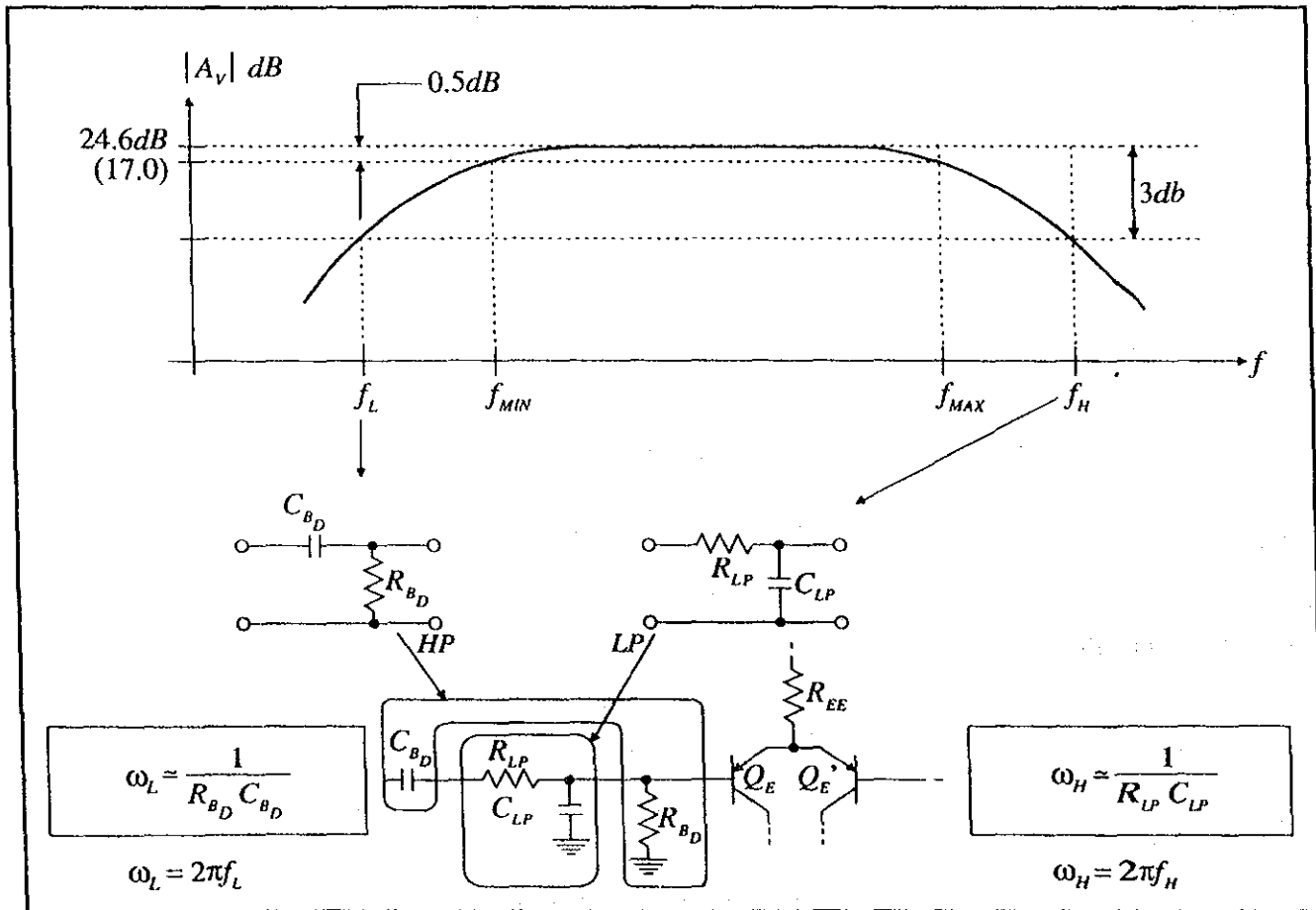
$$C_y = 736.82 \mu F \longrightarrow (1000 \mu F)$$

El voltaje especificado para  $C_y$  será mayor a  $V_{CC}$ . Se propone 50V.

$$C_y = 1000 \mu F / 50V$$

#### 14) Filtros LP y HP [ $R_{B_D}$ , $C_{B_D}$ , $R_{L_P}$ , $C_{L_P}$ ]

La red formada por las resistencias  $R_{B_D}$  y  $R_{L_P}$ , y por los capacitores  $C_{B_D}$  y  $C_{L_P}$ , forman dos filtros (aproximadamente): un filtro pasa bajas (LP) formado por  $R_{L_P}$  y  $C_{L_P}$ , y un filtro pasa altas (HP) formado por  $R_{B_D}$  y  $C_{B_D}$ . Estos filtros afectan la respuesta en frecuencia del amplificador en la siguiente forma:





La relación entre las frecuencias mínima y máxima ( $f_{MIN}$  y  $f_{MAX}$ ) con las frecuencias de corte respectivas ( $f_L$  y  $f_H$ ), son las siguientes:

a) Para  $f_{MIN}$  y  $f_L$ :

$$\left| \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_L}{f_{MIN}}\right)^2}} \right|_{dB} = -0.5dB$$

O bien:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_L}{f_{MIN}}\right)^2}} = 0.944$$

$$f_L = 0.3493 f_{MIN} ; f_L \approx \frac{1}{3} f_{MIN}$$

b) Para  $f_{MAX}$  y  $f_H$ :

$$\left| \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{MAX}}{f_H}\right)^2}} \right|_{dB} = -0.5dB$$

o bien:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{MAX}}{f_H}\right)^2}} = 0.944$$

$$f_H = 2.863 f_{MAX} ; f_H \approx 3 f_{MAX}$$

i) Diseño del filtro HP [ $R_{BD}$ ,  $C_{BD}$ ]

$$f_L \approx \frac{1}{3} f_{MIN} = \frac{1}{2\pi R_{BD} C_{BD}}$$

con:

$$f_{MIN} = 20Hz \text{ y } R_{BD} = 10K\Omega$$

Entonces, para  $C_{B_D}$  resulta:

$$C_{B_D} = \frac{1}{2\pi \left(\frac{1}{3}\right) f_{MIN} R_{B_D}} = \frac{1}{2\pi \left(\frac{1}{3}\right) (20) (10 \times 10^3)}$$

$$C_{B_D} = 2.38\mu F \longrightarrow (3.3\mu F)$$

FILTRO HP	
$R_{B_D}$	$= 10K\Omega / 0.5W$
$C_{B_D}$	$= 3.3\mu F / 10V$
$f_L$	$= 4.82Hz$
$f_{MIN}$	$= 13.8Hz$

ii) Diseño del filtro LP [ $R_{LP}$ ,  $C_{LP}$ ]

$$f_H \approx 3f_{MAX} = \frac{1}{2\pi R_{LP} C_{LP}}$$

con:

$$R_{LP} = \frac{1}{10} R_{B_D} = \frac{1}{10} \times 10 \times 10^3 = 1000\Omega$$

El valor de  $C_{LP}$  será:

$$C_{LP} = \frac{1}{2\pi (3f_{MAX}) R_{LP}} = \frac{1}{2\pi (3) (20 \times 10^3) (1000)}$$

$$C_{LP} = 2.65nF \longrightarrow (2.7nF)$$

FILTRO LP	
$R_{LP}$	$= 1K\Omega / 0.5W$
$C_{LP}$	$= 2.7nF$
$f_H$	$= 58.94KHz$
$f_{MAX}$	$= 20.59KHz$

## LISTA DE COMPONENTES

### *-- Transistores*

$Q_1, Q_2$  -- 2N3055, MJ2955

$Q_3, Q_4$  -- TIP29B, TIP30B

$Q_x$  -- TIP30B

$Q_M$  -- BC547B

$Q_A$  -- TIP29B

$Q_E, Q_E'$  -- TIP30B x 2

### *-- Diodos*

$D_1, D_2, D_3, D_4$  -- 1N4003 x 4

$D_5, D_6$  -- 1N914 x 2 o 1N4148 x 2

### *-- Resistencias*

$R_E$  --  $0.5\Omega/4.5W$  x 2

(2 de  $1\Omega/5W$  en paralelo) x 2

$R_{BE}$  --  $100\Omega/0.5W$  x 2

$\frac{R_B}{2}$  --  $1.2K\Omega/0.5W$  x 2

$R_s$  --  $50\Omega/0.25W$

(2 de  $100\Omega/0.25W$  en paralelo)

$R_{REF}$  --  $18K\Omega/0.5W$

$R_{1M}$  --  $1.8K\Omega/0.5W$

$R_{2M_A}$  --  $470\Omega/0.5W$

$R_{2M_B}$  --  $470\Omega/0.5W$  (preset)

$R_{C_E}$  --  $180\Omega/0.5W$

$R_{EE} - 4045\Omega/0.5W$

$R_{B_D} - 10K\Omega/0.5W$

$R_F - 10K\Omega/0.5W$

$R_G - 560\Omega/0.5W$

$R_x - 39\Omega/0.5W$

$R_y - 18\Omega/0.5W$

$R_{LP} - 1K\Omega/0.5W$

*- Capacitores*

$C_D - 2200\mu F/50V \times 2$

$C_B - 220\mu F/25V$

$C_G - 150\mu F/25V$

$C_x - 330\mu F/50V$

$C_y - 1000\mu F/50V$

$C_{B_D} - 3.3\mu F/10V$

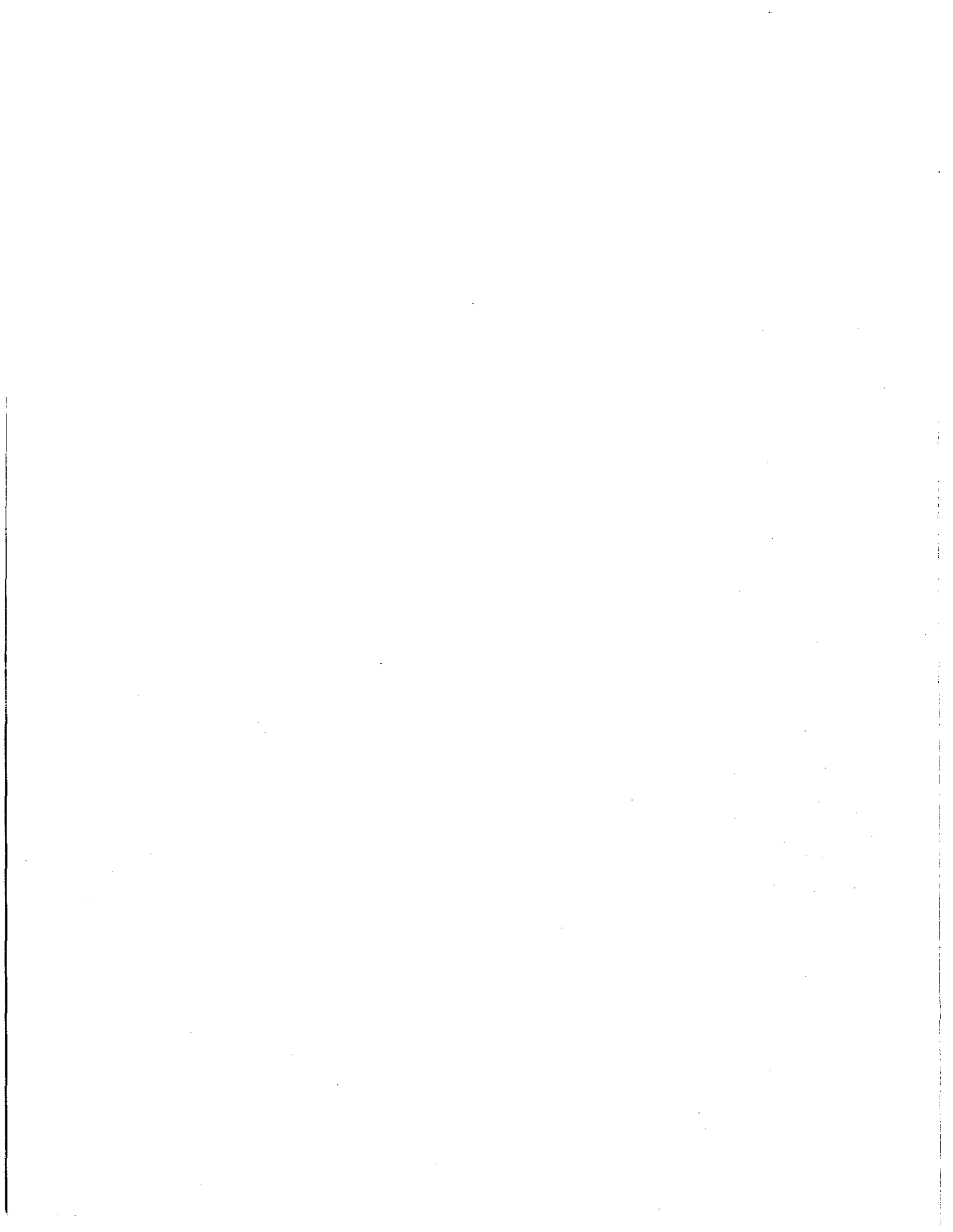
$C_{LP} - 2.7nF$

*-- Transformador*

$T_1 - 120VAC @ 44VAC \text{ C/T } (22VAC - 22VAC) @ 2.0A$

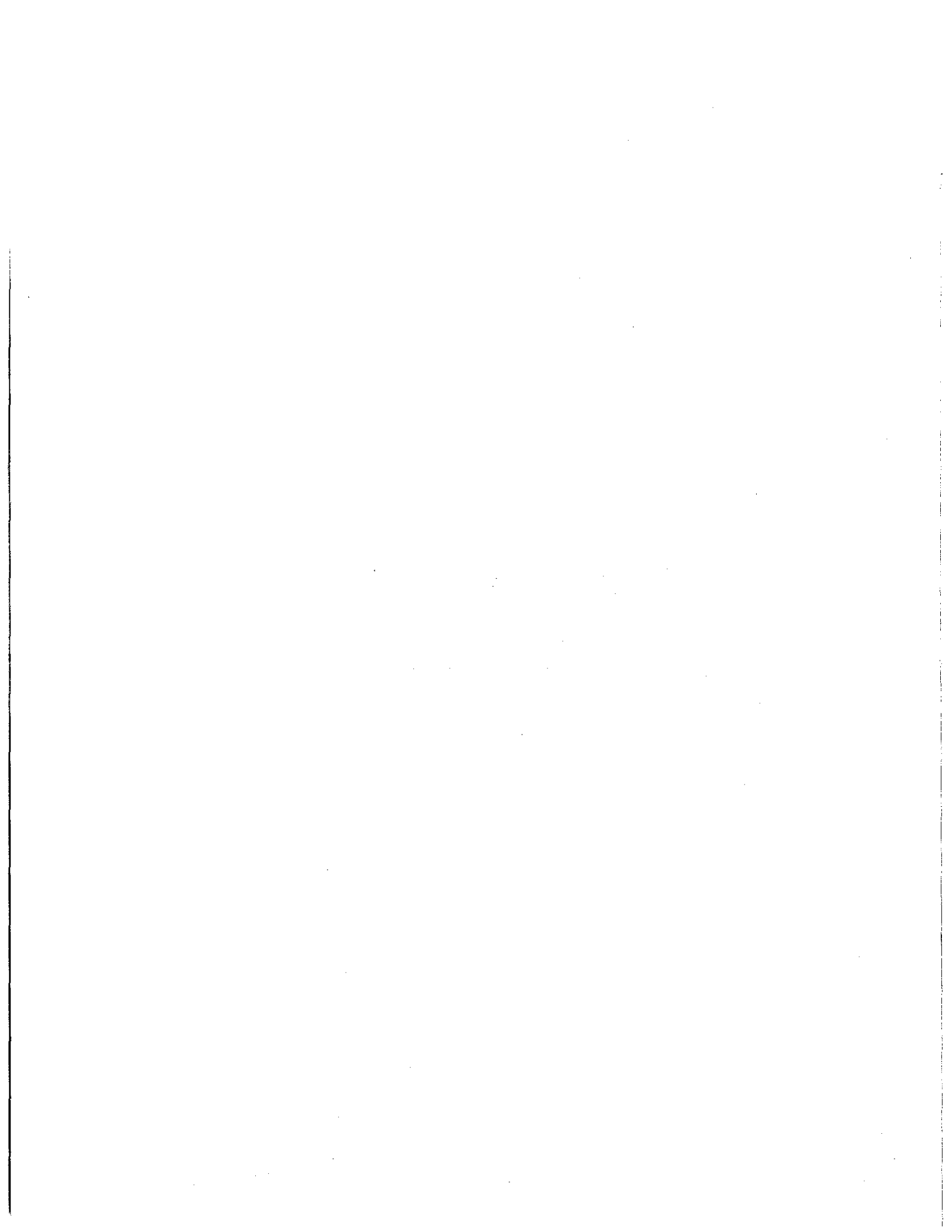
*- Fusibles*

$F_D - 120V/220V - 3.0A$



**APENDICE A**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**



## I. MODELO HIBRIDO $\pi$ PARA EL TRANSISTOR BIPOLAR DE UNION

### I.1

a) Calcular los parámetros del modelo híbrido  $\pi$  para un transistor con las siguientes características:

$$\beta_o = 200 \quad V_A = 100V$$

$$I_{CQ} = 1mA \quad V_T = 25mV$$

Calcular:  $r_\pi$ ,  $r_o$ ,  $r_\mu$  y  $g_m$ .

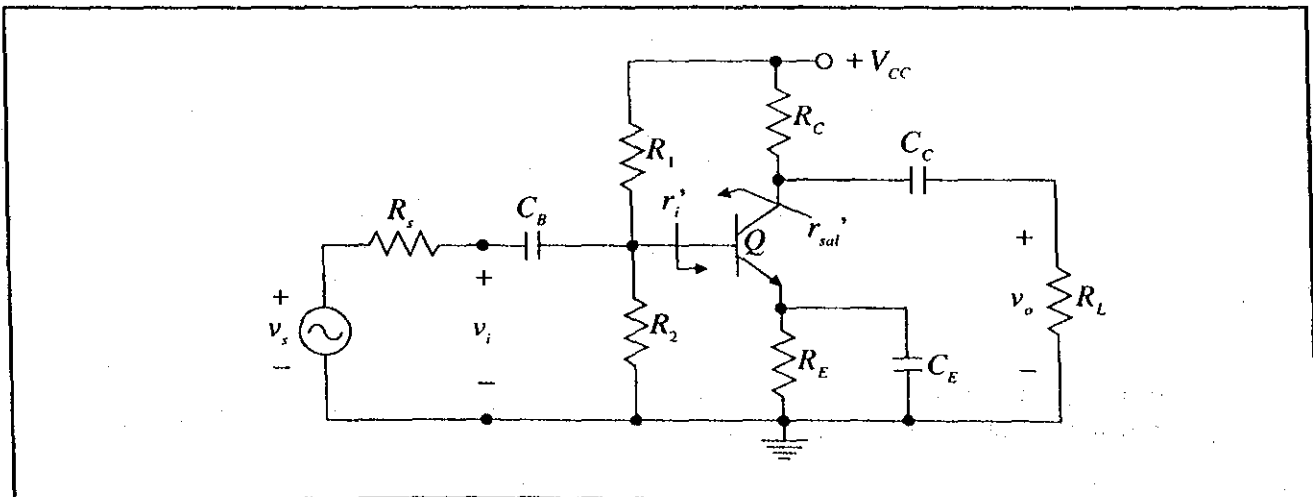
- b) Si la corriente de polarización  $I_{CQ}$  aumenta o disminuye ¿qué sucede con los valores de  $r_\pi$ ,  $r_o$ ,  $r_\mu$  y  $g_m$  (aumentan, disminuyen, no se alteran)? Justificar la respuesta con base en las curvas del transistor.
- c) Establecer una relación general entre  $r_\pi$ ,  $r_o$ ,  $r_\mu$  y  $g_m$ , y la corriente de polarización  $I_{CQ}$ .
- d) ¿Cuál es la condición para que un circuito funcione a señal pequeña? Justificar la respuesta.
- e) ¿Por qué el modelo de señal grande del BJT es no-lineal y el modelo de señal pequeña es un modelo lineal? Justificar la respuesta.
- f) ¿A qué se deben las capacitancias  $C_\pi$  y  $C_\mu$  en el BJT?
- g) ¿Son iguales los modelos de pequeña señal para un transistor NPN y un PNP? ¿Por qué?
- h) Deducir el modelo de pequeña señal para un transistor de efecto de campo JFET en **Fuente Común**.

## II. EL MÉTODO DE PARALELOS APARANTES

### II.1

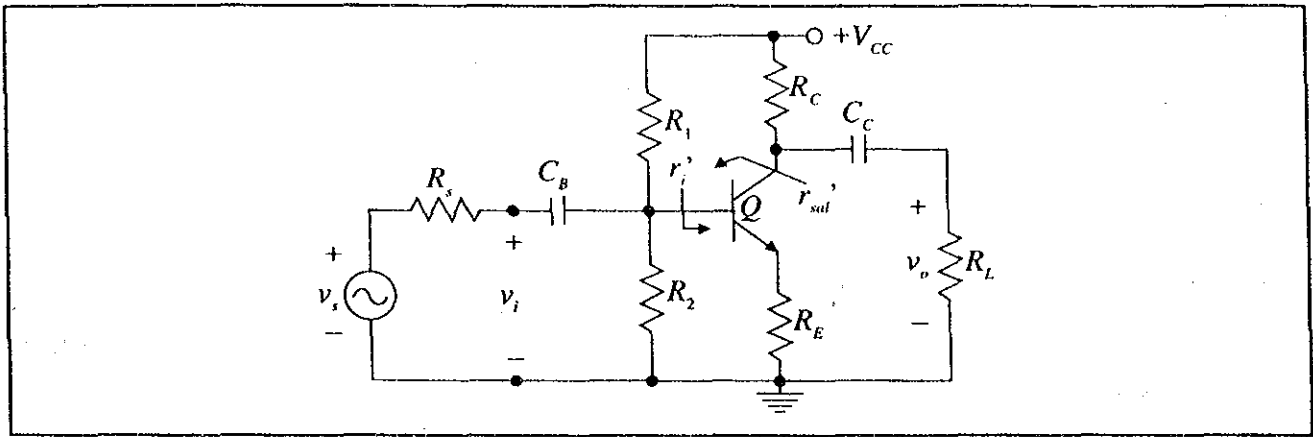
Para cada configuración que se muestra, calcular  $r_i'$ ,  $r_{sal}'$ ,  $A_v = v_o/v_i$  y  $A_v' = v_o/v_s$ .

a) Emisor Común

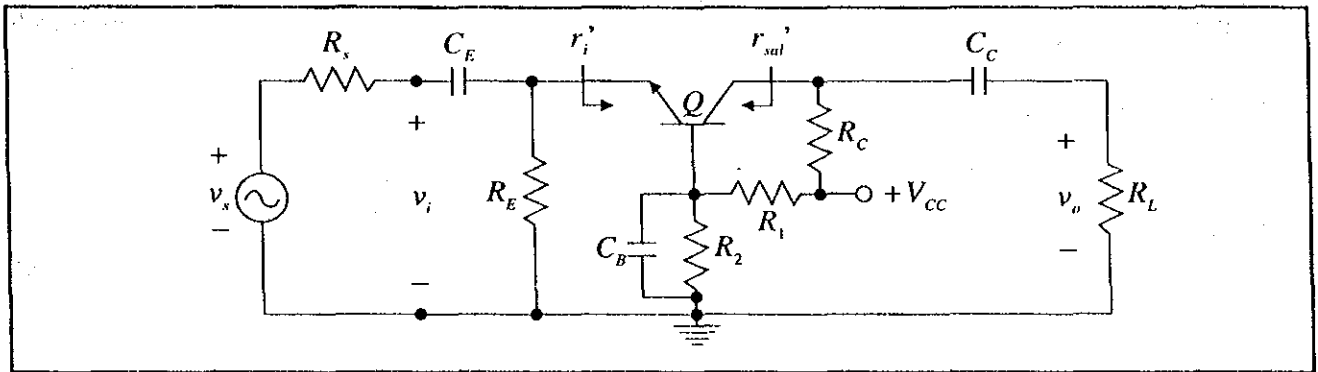




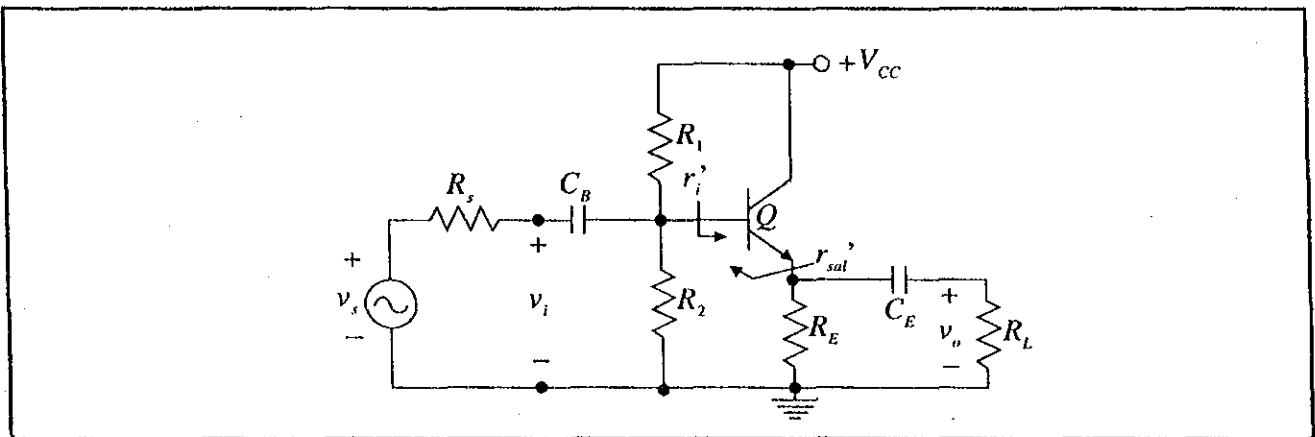
b) Emisor Degenerado



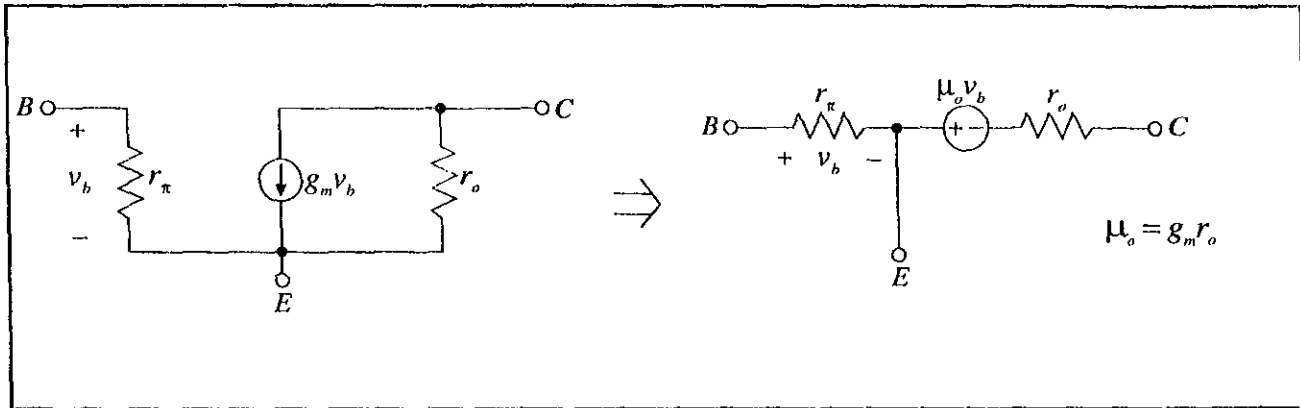
c) Base Común



d) Colector Común



**Nota:** Excepto para el Emisor Común, emplear el modelo híbrido  $\pi$  utilizando la fuente de voltaje controlada y aplicar el método de corrientes de malla.



## II.2

Repetir el análisis anterior, aplicando el **Método de Paralelos Aparentes** para determinar las expresiones de  $r_i'$  y  $r_{sa}'$ , y auxiliándose de **divisores de voltaje**, obtener las expresiones de  $A_v = v_o/v_i$  y  $A_v' = v_o/v_s$ . Comparar los resultados de esta parte (II.2) con el punto anterior (II.1).

## III. PAR DARLINGTON

### III.1

Obtener el transistor equivalente para el Par Darlington CC - CE en **Emisor Equivalente Común**. Calcular la  $\beta_o$  equivalente y el modelo de pequeña señal equivalente ( $r_{\pi EQ}$ ,  $r_{o EQ}$ , y  $g_{m EQ}$ ). ¿Cuál es su característica principal?

### III.2

Obtener el transistor equivalente (NPN) para el Par Darlington CE - CE en **Emisor Equivalente Común**. Calcular la  $\beta_o$  equivalente y el modelo de pequeña señal equivalente ( $r_{\pi EQ}$ ,  $r_{o EQ}$  y  $g_{m EQ}$ ). ¿Cuál es su característica principal?

### III.3

¿Qué aplicaciones puede tener el Par Darlington CC - CE y CE - CE?

## IV. PAR CASCODO

### IV.1

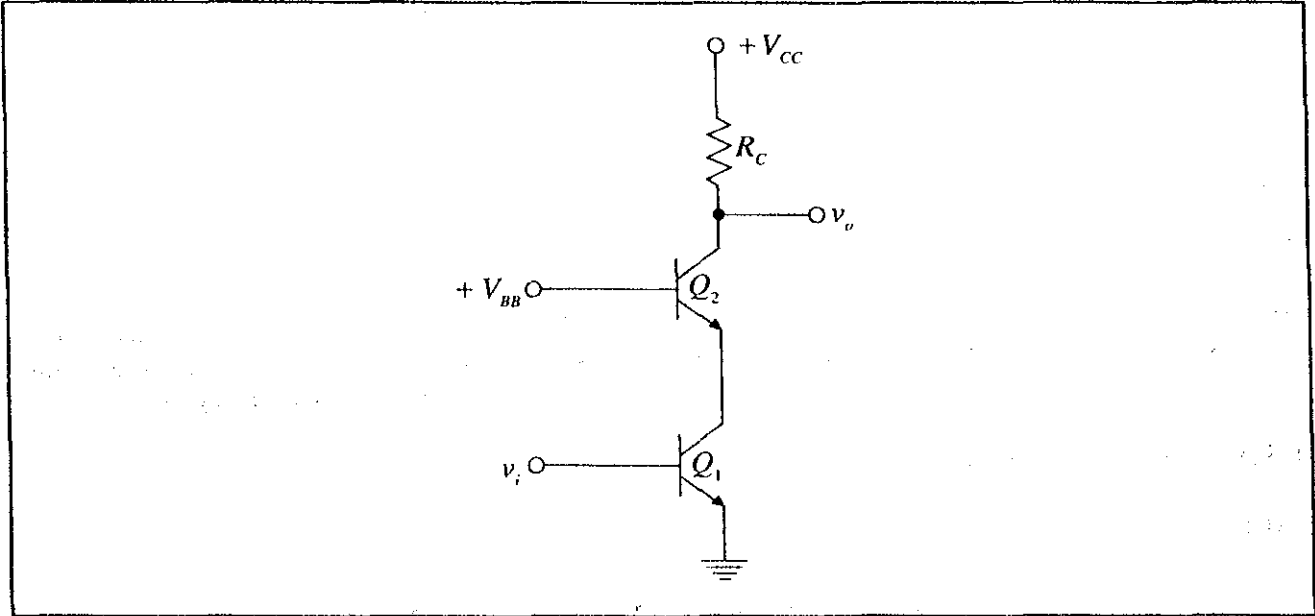
¿A qué se debe que el Par Cascodo presente un **ancho de banda** más grande que un Emisor Común con idéntica ganancia en voltaje  $A_v' = v_o/v_s$ ? Explicar.

### IV.2

Deducir el circuito equivalente a **pequeña señal** para el Par Cascodo.

IV.3

¿Qué criterios se aplican para polarizar al transistor  $Q_1$  (EC) y cuáles para el transistor  $Q_2$  (BC)? Justificar la respuesta.



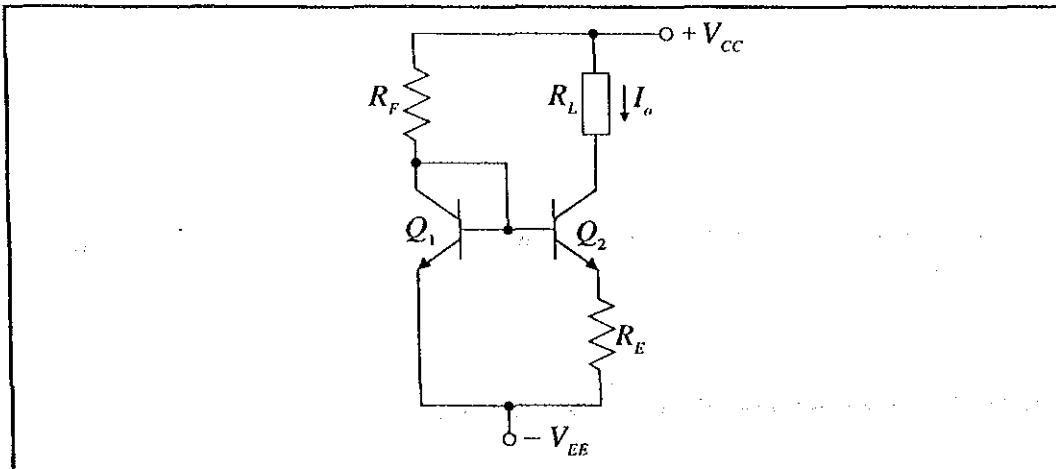
V. CIRCUITOS DE CORRIENTE CONSTANTE

V.1

Para un espejo de corriente, explicar que significan los siguientes conceptos: regulación, compliancia y rango de operación.

V.2

Para la fuente de corriente Widlar que se muestra, ¿cuánto debe valer  $R_E$  para obtener una figura de mérito de  $10V_A$ ?



- $I_o = 1mA$
- $\beta_o = 200$
- $V_A = 100$
- $V_{BE} = 0.6V$
- $V_{CEsat} = 0.6V$
- $V_T = 25mV$
- $r_{\mu} \gg \beta_o r_o$

## VI. PAR DIFERENCIAL

### VI.1

¿Qué aplicaciones tiene el Par Diferencial? ¿Por qué?

### VI.2

Explicar conceptualmente cómo es posible que el Par Diferencial puede amplificar señales en **modo diferencial** y rechazar señales en **modo común**.

### VI.3

¿Para qué valor de  $v_{id}$  se produce la conmutación de corriente de una rama hacia la otra del Par Diferencial? ¿En qué familia lógica se emplea y qué ventajas tiene sobre las demás familias lógicas?

### VI.4

¿Qué es el **Rango de Rechazo a Señales en Modo Común**? Explicar.

### VI.5

¿Por qué  $A_{v, m-dm} = A_{v, dm, m} = 0$ ? ¿Qué condiciones debe cumplir el circuito para que sea válida esta relación?

### VI.6

¿Qué es la **Razón de Rechazo a Señales en Modo Común**? Explicar conceptualmente.

## VII. RESPUESTA EN FRECUENCIA

### VII.1

Al analizar un circuito electrónico, ¿por qué se trabaja en el dominio de "s" en vez de trabajar en el dominio del tiempo?

### VII.2

¿Por qué si los polos tienen una componente real e imaginaria, presentan una respuesta oscilatoria amortiguada como respuesta transitoria a una entrada escalón, y un pico resonante en la respuesta en frecuencia?

### VII.3

¿Qué es la Respuesta en Frecuencia de una función de transferencia? ¿Cuál es su origen (de dónde proviene)?

VII.4

¿Qué son  $\omega_p$  y  $\omega_r$ ? ¿Cómo se puede calcular  $C_\pi$  en función de  $I_{CQ}$ ,  $C_\mu$  y  $f_T$ ?

VII.5

¿Cómo son, comparativamente, los diagramas de Bode de Magnitud de  $\beta_o(j\omega)$  y  $\alpha_o(j\omega)$ ? ¿Con qué configuración del transistor están relacionados?

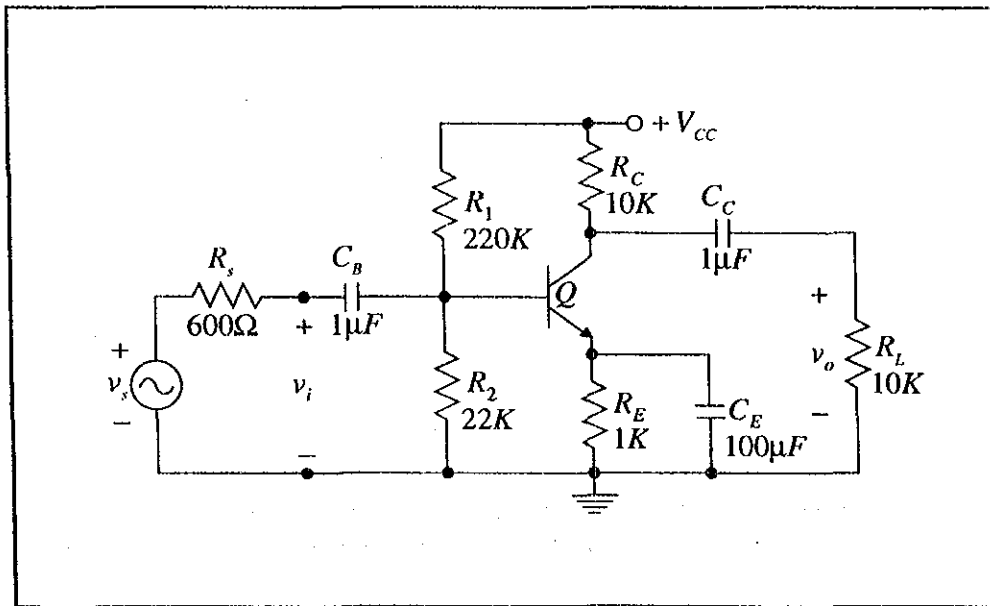
VII.6

¿Por qué es válido separar el análisis en frecuencia de un Amplificador con transistor en tres partes: Frecuencias Bajas, Medias y Altas?

VII.7

Mediante el Método de las Constantes de Tiempo, calcular las frecuencias de corte  $f_L$  y  $f_H$  para  $A_v = \frac{v_o}{v_i}$  y  $f_L^*$  y  $f_H^*$  para  $A_v' = \frac{v_o}{v_s}$ , para los siguientes circuitos:

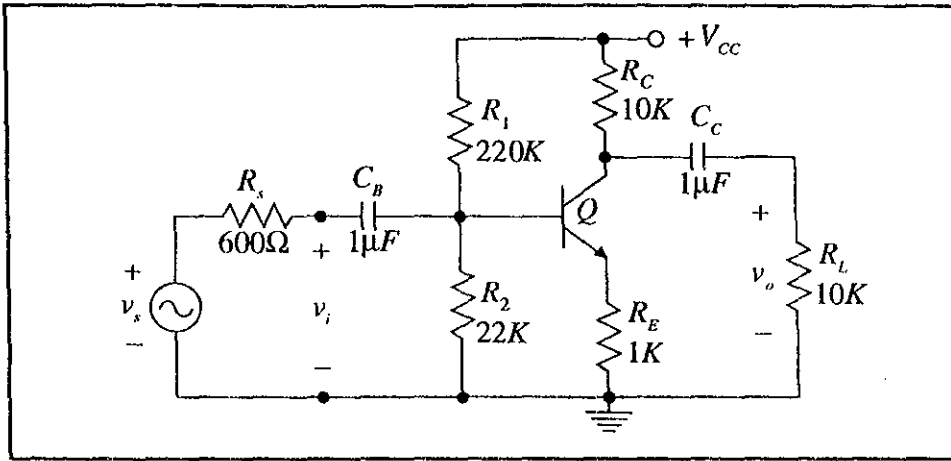
a) Emisor Común



$$I_{CQ} = 1mA$$

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 20K\Omega$$

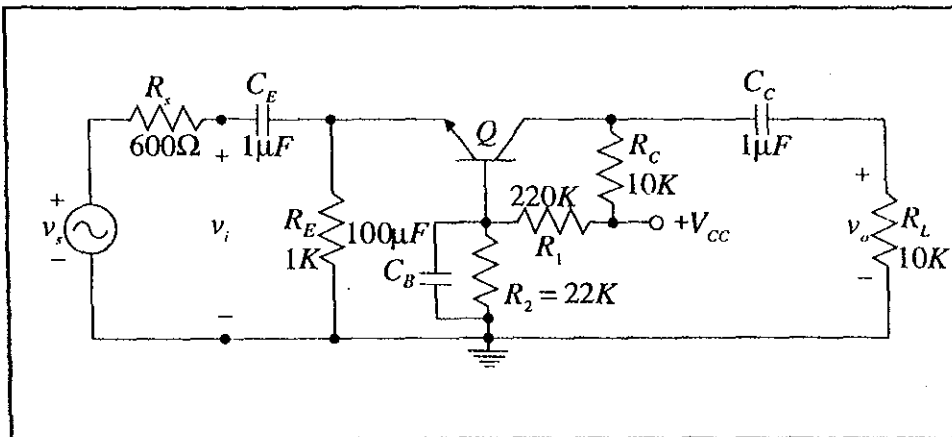
b) Emisor Degenerado



$$I_{CQ} = 1mA$$

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 20K\Omega$$

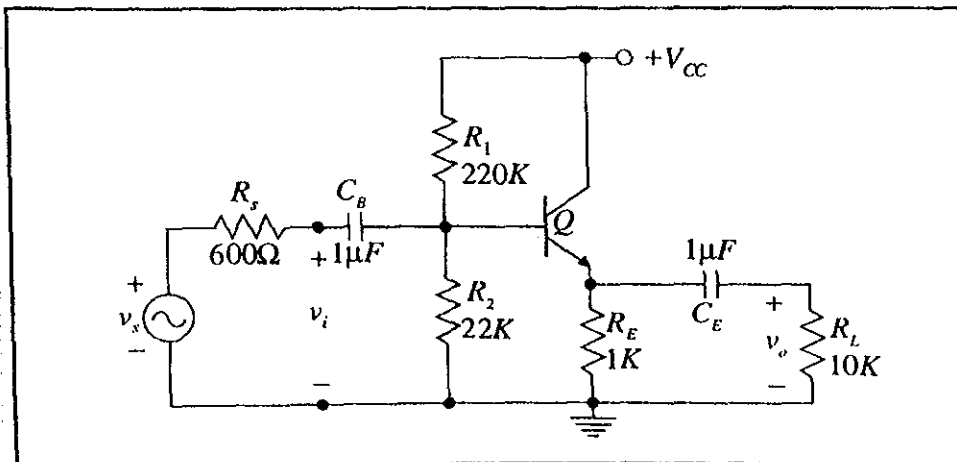
c) Base Común



$$I_{CQ} = 1mA$$

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 20K\Omega$$

d) Colector Común



$$I_{CQ} = 1mA$$

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 20K\Omega$$

## VIII. RETROALIMENTACION

### VIII.1

Menciona 5 ventajas que proporciona el empleo de la **retroalimentación** negativa en los sistemas electrónicos.

### VIII.2

Explicar (se puede emplear dibujos) cómo es el efecto de carga del bloque A al  $\beta$  y del bloque  $\beta$  al A, para los dos tipos de muestreo y los dos tipos de comparación.

### VIII.3

Indicar los pasos a seguir para analizar un circuito retroalimentado, explicando cada uno de ellos.

### VIII.4

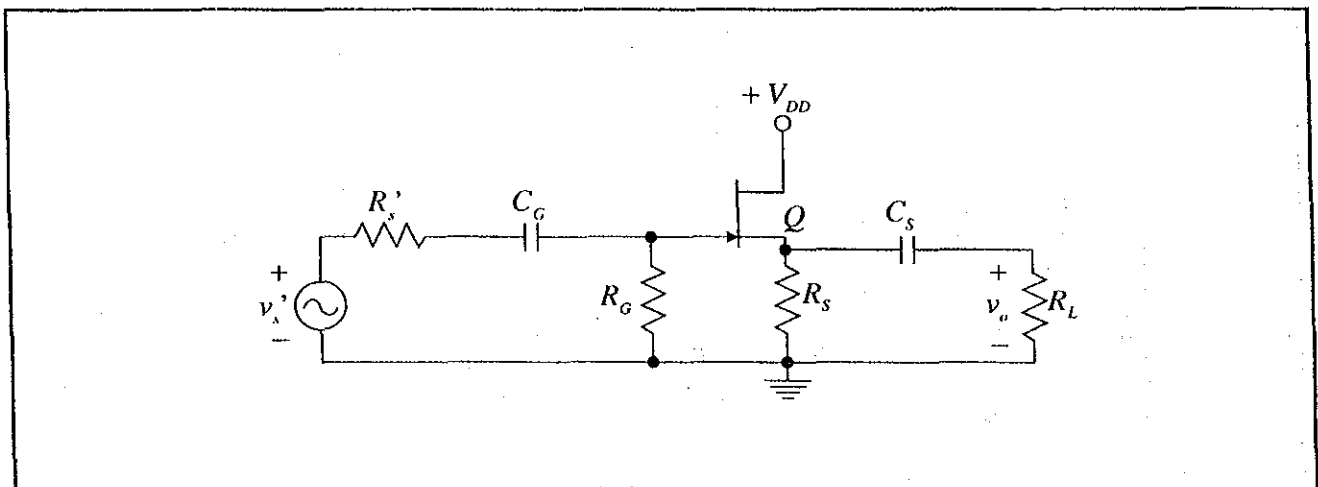
¿Qué tipo de muestreo y comparación tienen los siguientes amplificadores?:

VOLTAGE-SERIES FEEDBACK,  
VOLTAGE-SHUNT FEEDBACK,  
CURRENT-SERIES FEEDBACK y  
CURRENT-SHUNT FEEDBACK?

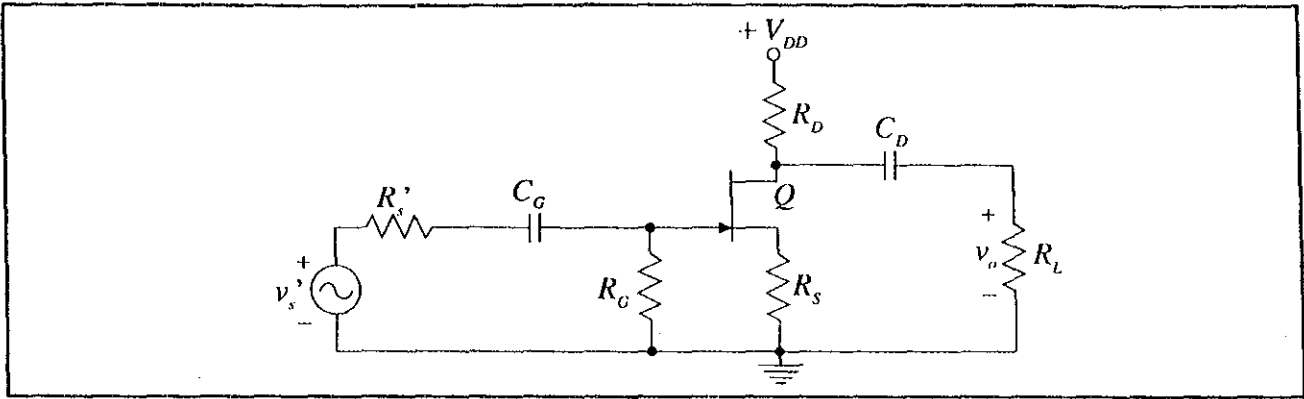
### VIII.5

Calcular  $A_f$ ,  $A_f'$ ,  $r_{if}$ ,  $r_{if}'$ ,  $r_{sulf}$  y  $r_{sulf}'$  para los siguientes circuitos. Dibujar la **topología** del circuito y el **circuito auxiliar con los efectos de carga de la red de retroalimentación**.

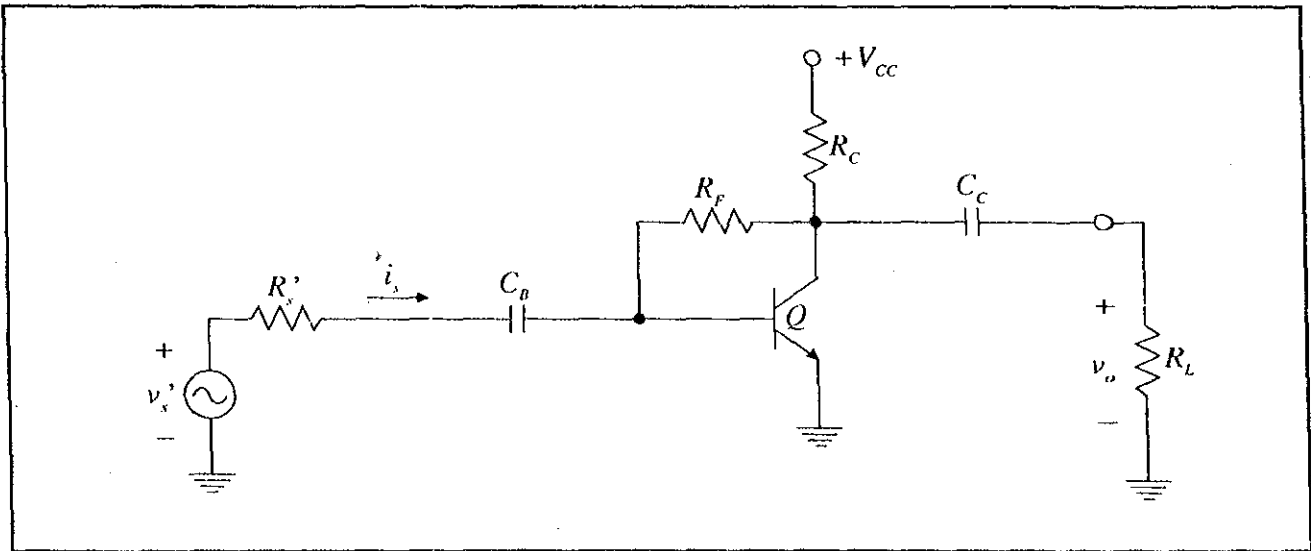
a) Circuito I



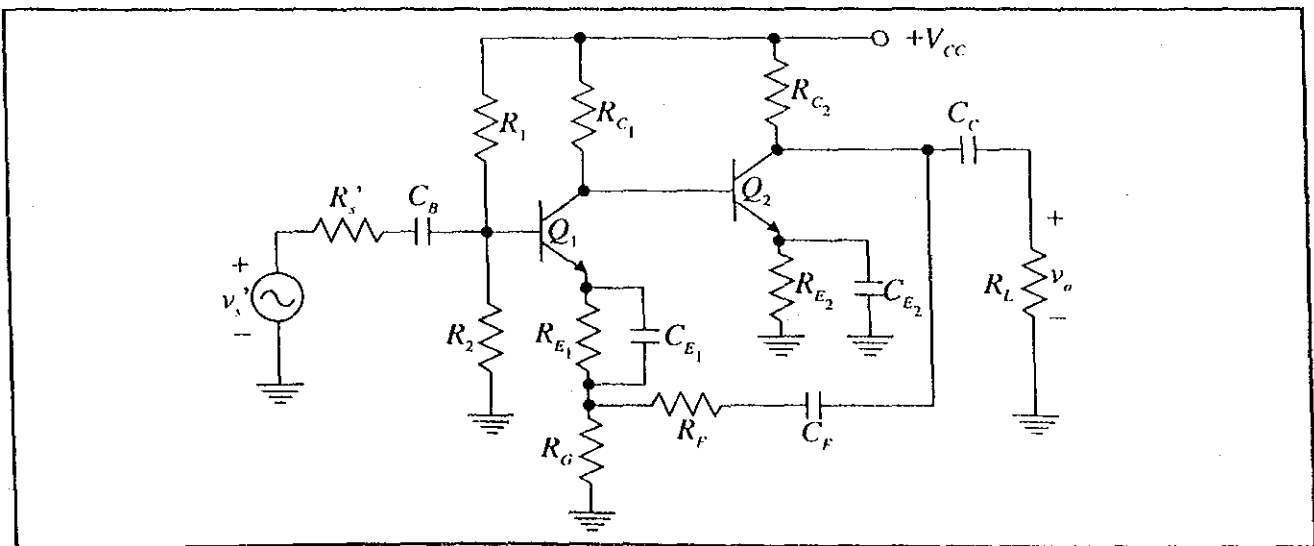
b) Circuito 2



c) Circuito 3

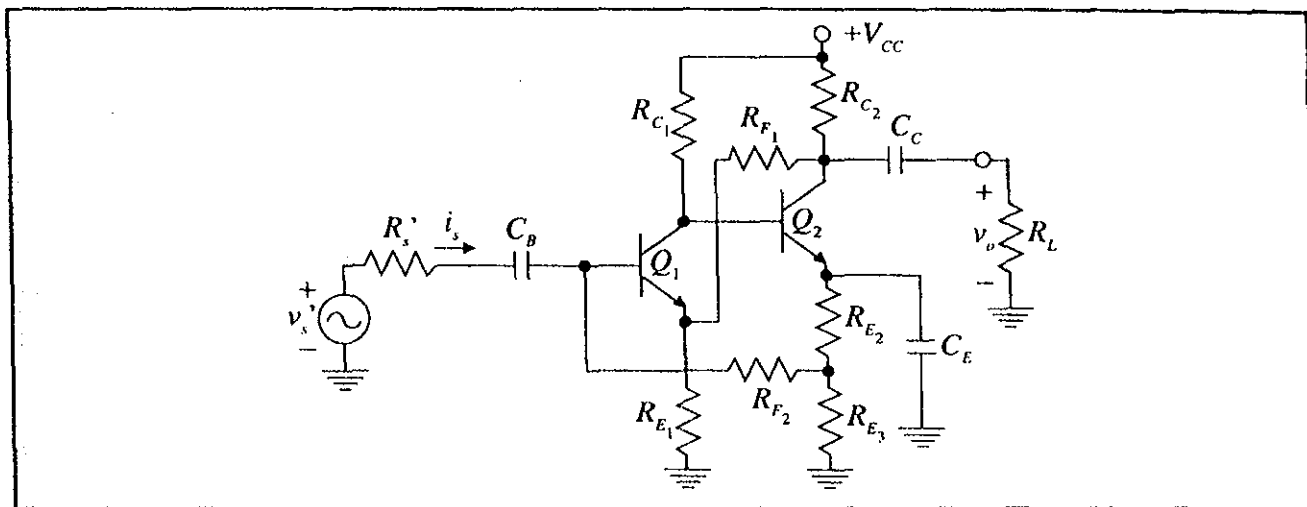


d) Circuito 4

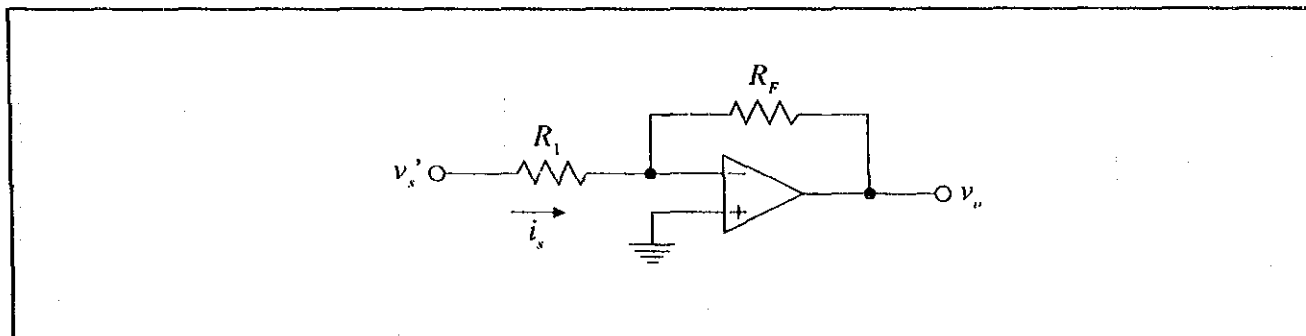




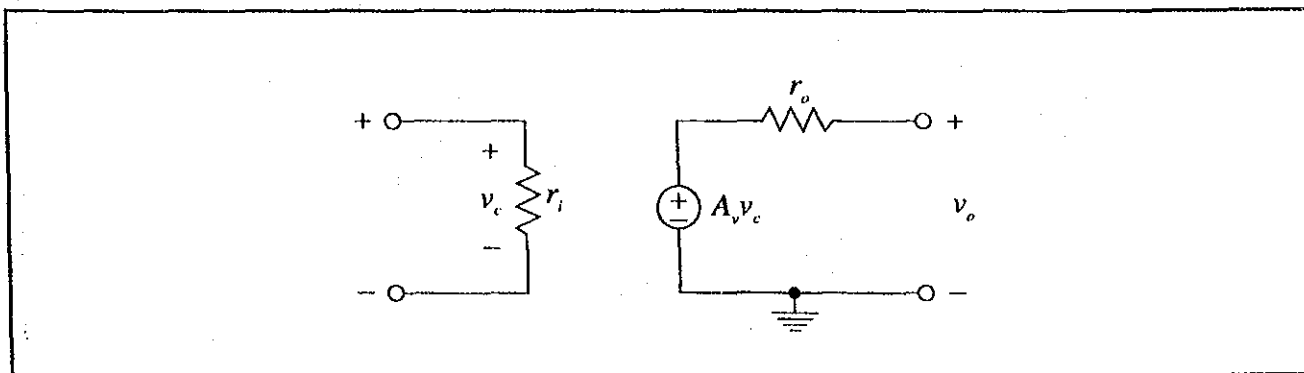
e) Circuito 5



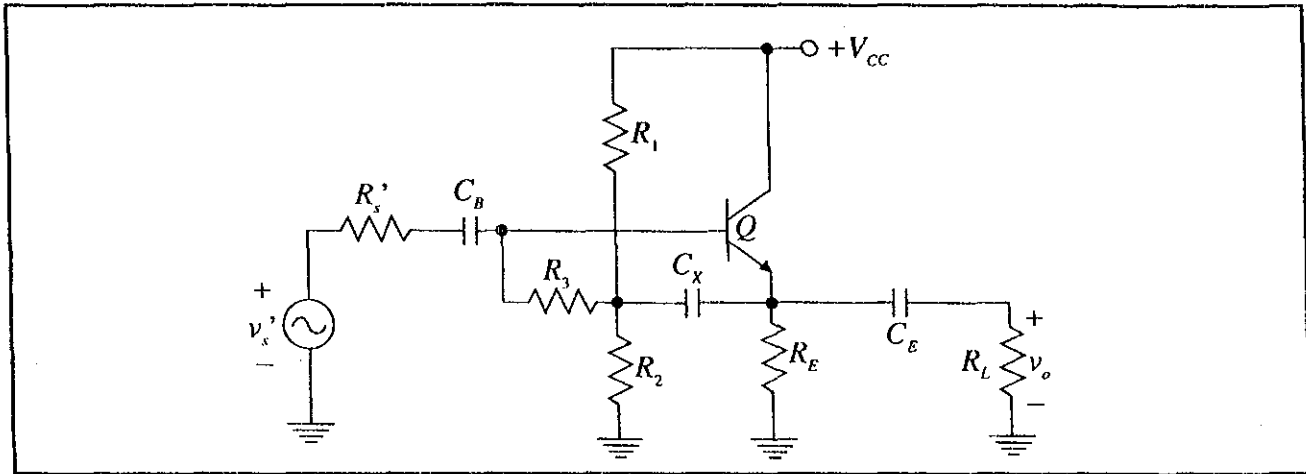
f) Circuito 6



Emplear el siguiente modelo para el Amplificador Operacional:



g) Circuito 7



IX. AMPLIFICACION DE POTENCIA

IX.1

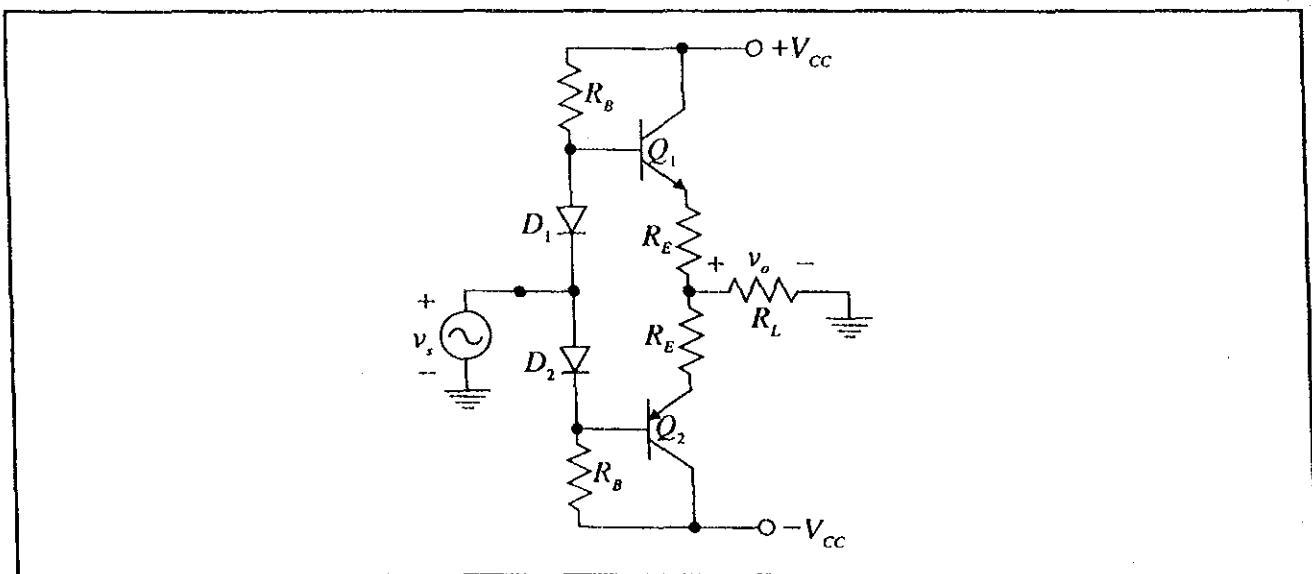
Definir la eficiencia  $\eta$  para un amplificador de potencia y explicar su significado.

IX.2

Calcular la **eficiencia máxima**  $\eta_{MAX}$  para un amplificador *clase "A"* con acoplamiento **directo** y con acoplamiento por **transformador**. ¿Cuánta potencia manejan el transistor y la carga?

IX.3

¿Para qué se emplea la red de **prepolarización** en el circuito que se muestra? ¿Por qué se emplean diodos en dicha red? ¿Qué nuevo problema introduce esta red? Explicar.



IX.4

¿Qué es un circuito **Bootstrap**? ¿Para qué se emplea y cómo funciona? Explicar.

IX.5

¿Para qué se emplean los **Pares Darlington** en los amplificadores de potencia?

IX.6

Explicar cómo funciona el **pre-excitador clase "A"** de un amplificador de potencia, indicando las trayectorias de las corrientes para cada semiciclo de la señal de entrada.

IX.7

¿Por qué se prefiere alimentar el amplificador con dos **fuentes simétricas** en vez de utilizar sólo una **fente de voltaje**?

IX.8

Diseñar un amplificador de potencia que cumpla con las siguientes especificaciones:

$$P_o = 100 \text{ Watts}$$

$$\text{SENSIBILIDAD} = 1.0 \text{ volt (RMS)}$$

$$R_L = 8\Omega$$

$$r_i = 20K\Omega$$

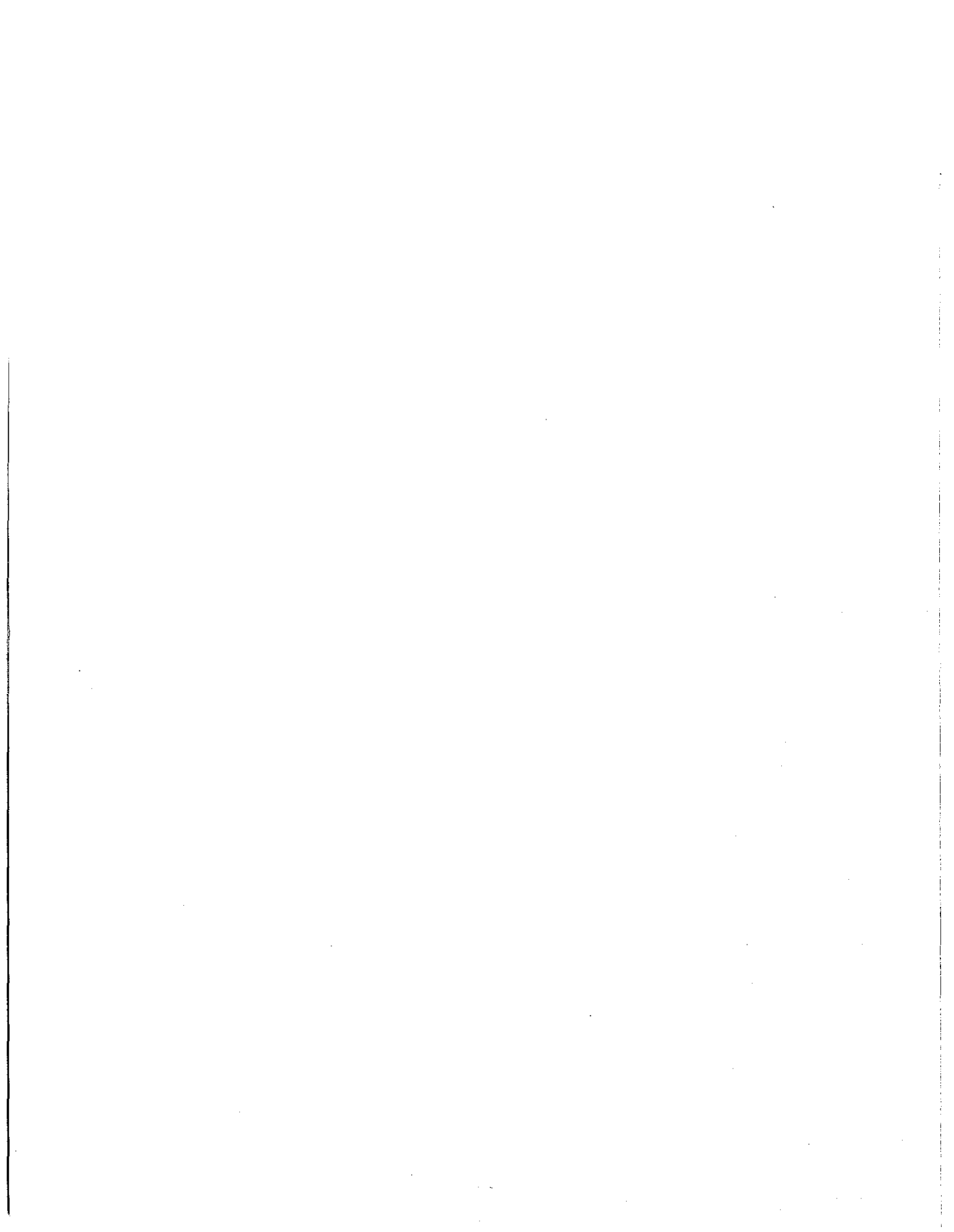
$$f_{MIN} = 10\text{Hz}$$

$$f_{MAX} = 60\text{KHz}$$

Proponer valores comerciales para todos los componentes.

## **APENDICE B**

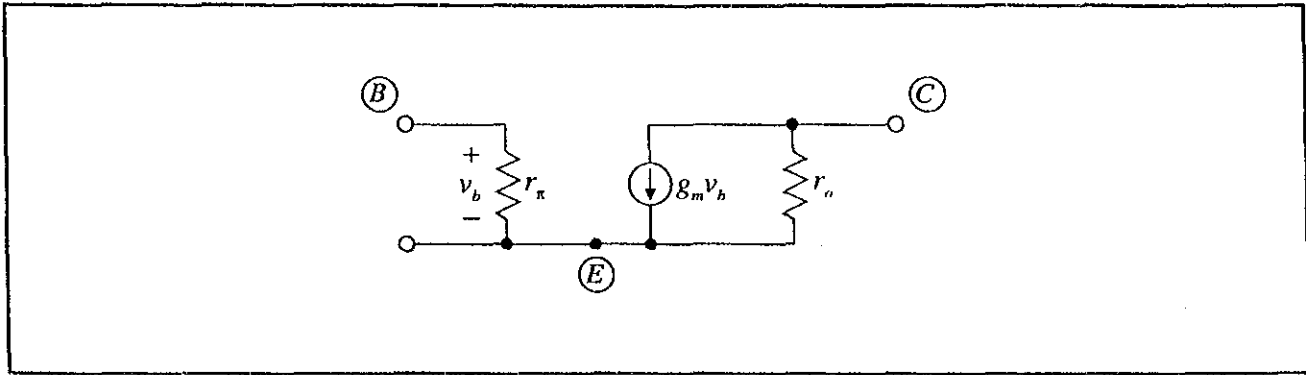
# **OBTENCION DEL MODELO HIBRIDO $\pi$ EN BASE COMUN**



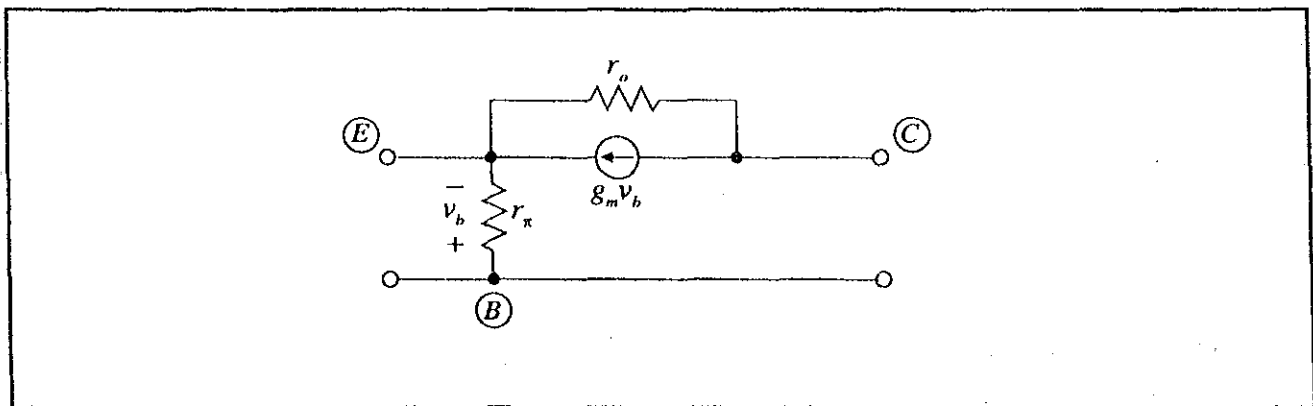
**OBTENCION DE MODELO HIBRIDO  $\pi$  EN BASE COMUN A PARTIR DEL MODELO HIBRIDO  $\pi$  EN EMISOR COMUN**

Partiendo del modelo híbrido  $\pi$  en emisor común, se obtiene la siguiente secuencia de transformaciones:

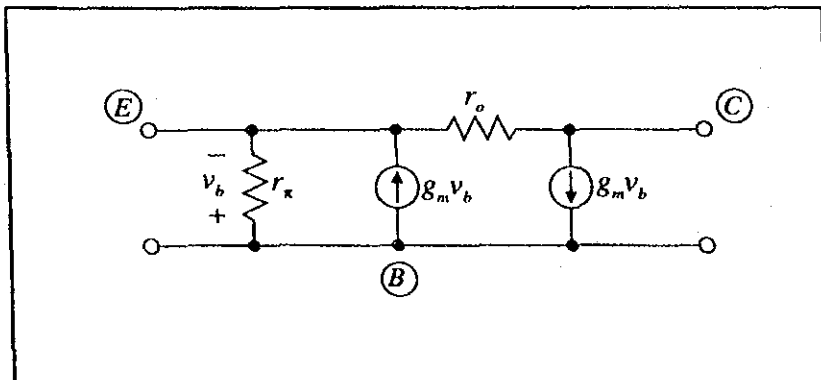
Modelo Híbrido  $\pi$  en emisor común:



Redibujar el circuito anterior:

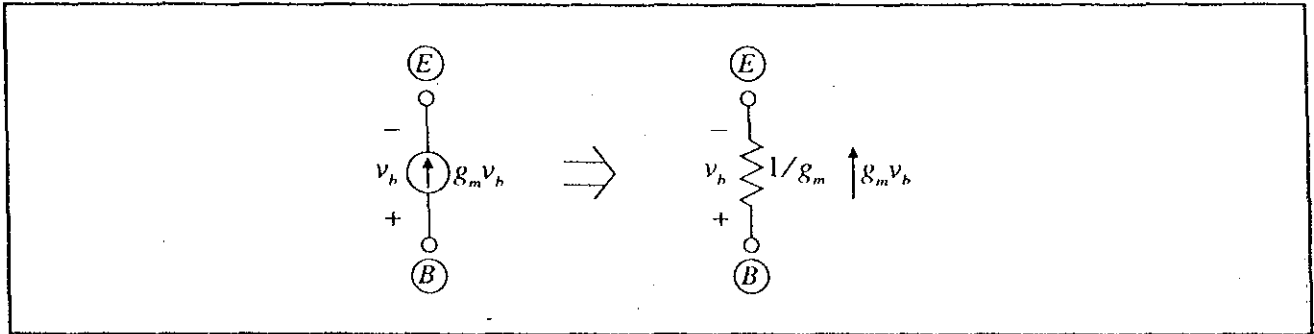


Dividiendo la fuente de corriente controlada en dos partes, resulta:

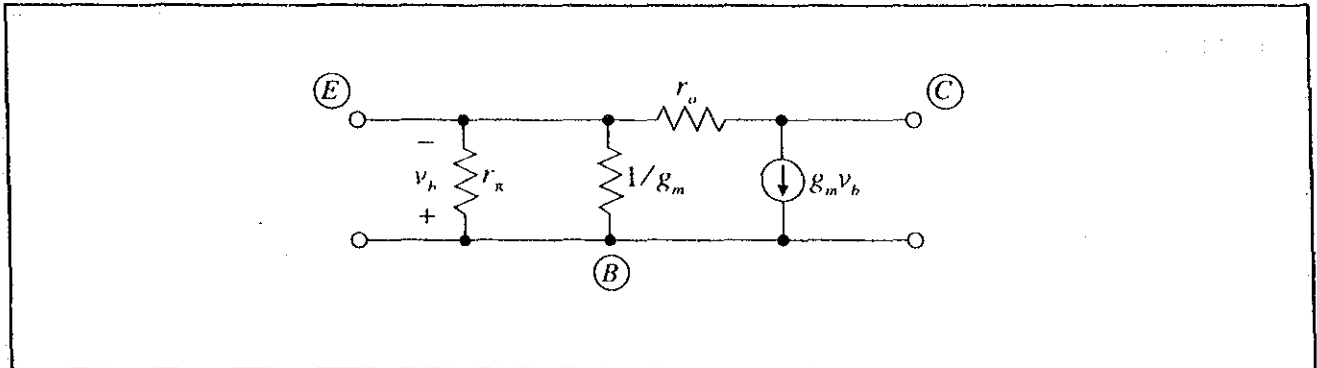


Obsérvese que la suma de corrientes en cada nodo del circuito no se ha alterado con respecto al circuito original.

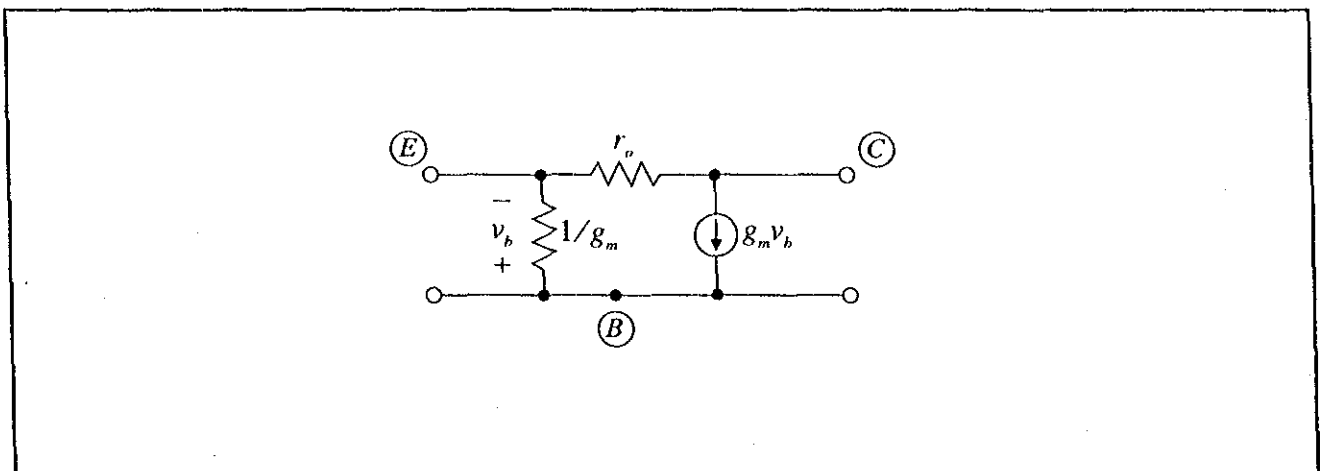
La fuente de corriente que ha quedado en paralelo con  $r_\pi$ , tiene también el voltaje de control  $v_b$  en sus mismas terminales, por lo cual se comporta como una resistencia de valor  $1/g_m$ . Esto sucede así porque al aplicar un voltaje  $v_b$  a dicha fuente, ésta responde con una corriente proporcional al voltaje aplicado y a la constante  $1/g_m$ .



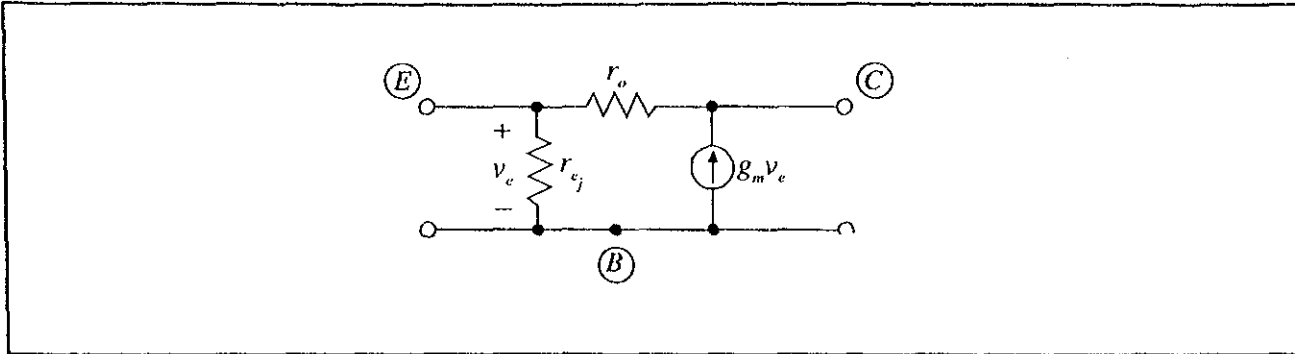
Tomando en cuenta lo anterior, el circuito resultante queda como sigue:



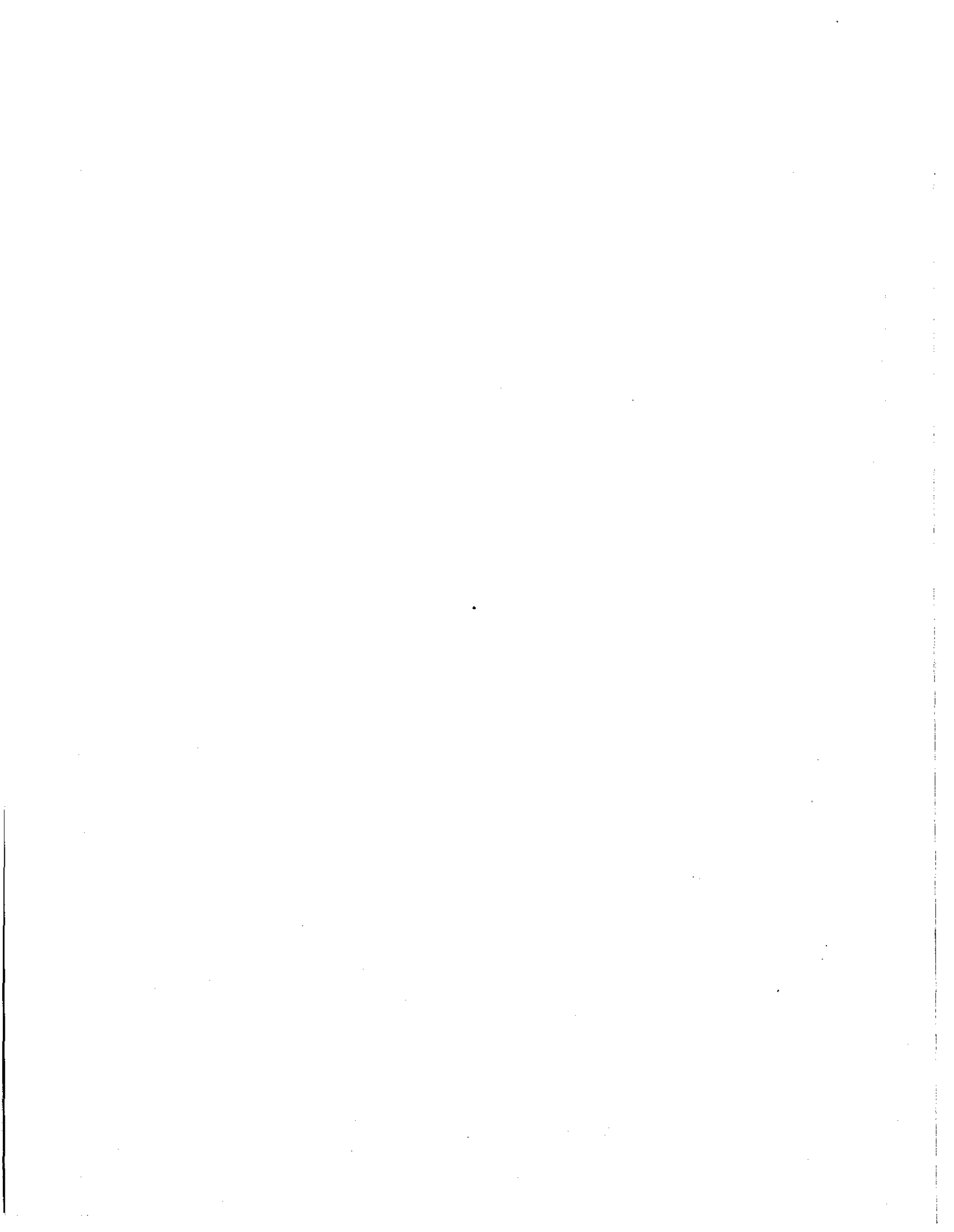
Como  $r_\pi = \frac{\beta}{g_m}$ , entonces el paralelo de las resistencias  $r_\pi$  y  $1/g_m$  lo domina la resistencia  $1/g_m$  y el circuito se puede simplificar:



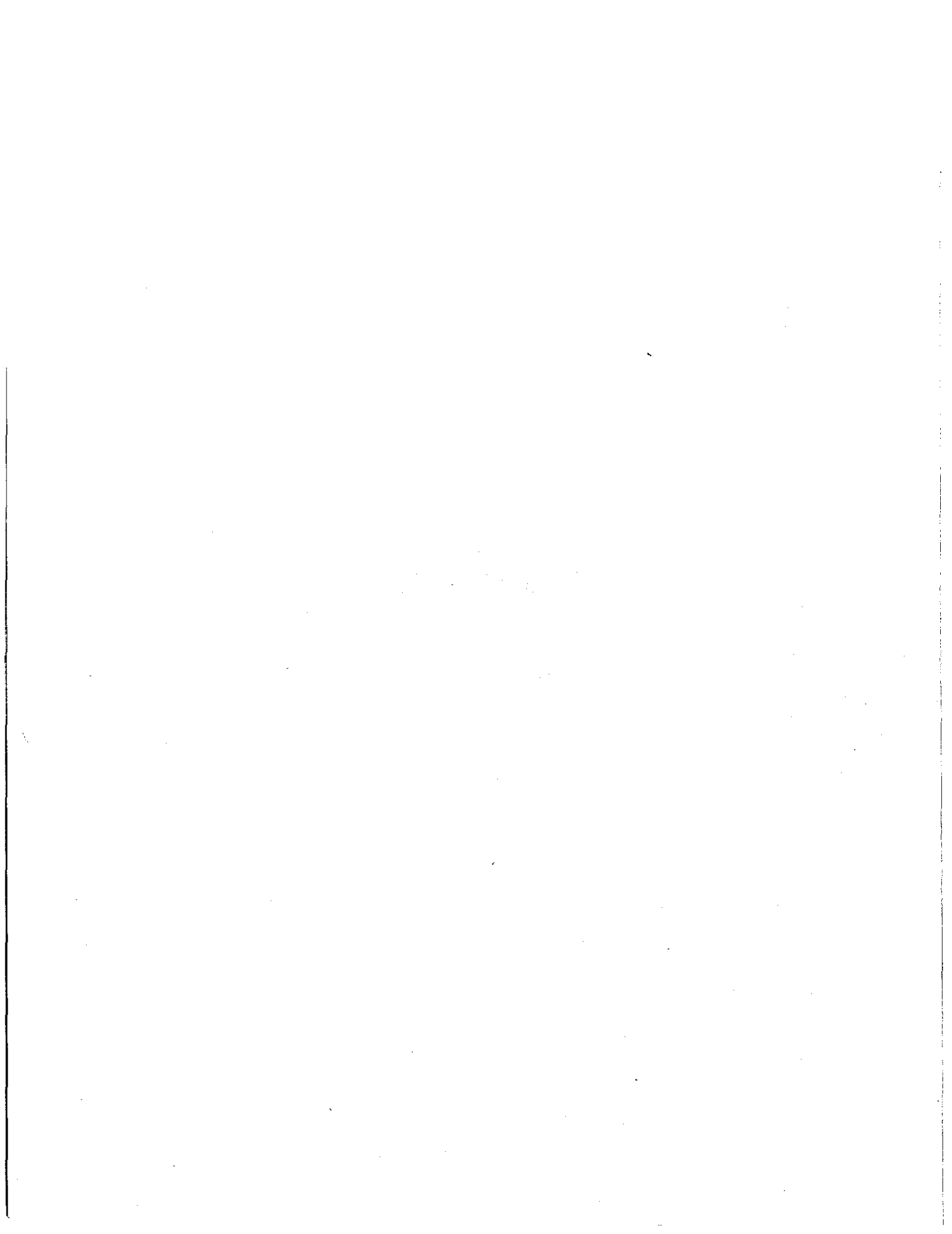
La resistencia  $1/g_m$  corresponde a la resistencia base-emisor vista desde el emisor, y se le llama resistencia de juntura del emisor  $r_{e_j}$ . Cambiando la polaridad del voltaje de control  $v_b (= -v_c)$  se obtiene el circuito final del Modelo Híbrido  $\pi$  en Base Común:







**APENDICE C**  
**PAR CASCODO**



## PAR CASCODO

### ANALISIS DE LA GANANCIA EN VOLTAJE PARA VARIOS CASOS RESPECTO DE LA RELACION DE $r_o$ Y $R_{LAC}$

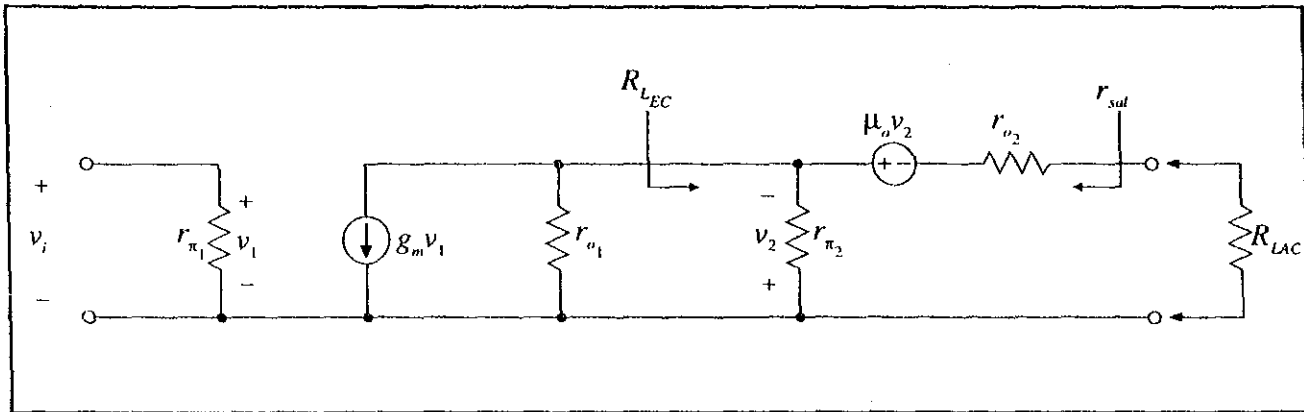
Se definen los siguientes términos:

$A_{v_{EC}}$  - Ganancia en voltaje de la primera etapa del Par Cascodo: *emisor común*.

$A_{v_{BC}}$  - Ganancia en voltaje de la segunda etapa del Par Cascodo: *base común*.

$R_{L_{EC}}$  - Resistencia de carga que presenta la etapa en Base Común a la etapa Emisor Común.

$A_v$  - Ganancia en voltaje del Par Cascodo  $v_o/v_i$ .



$$1) \text{ Si } R_{LAC} \ll r_o \Rightarrow A_{v_{EC}} = -1 ; R_{L_{EC}} = r_{e1}$$

$$A_{v_{BC}} = g_m R_{LAC}$$

$$A_v = -g_m R_{LAC}$$

$$2) \text{ Si } R_{LAC} = r_o \Rightarrow A_{v_{EC}} = -2 ; R_{L_{EC}} = 2r_{e1}$$

$$A_{v_{BC}} = \frac{1}{2} g_m R_{LAC}$$

$$A_v = -g_m R_{LAC}$$

$$3) \text{ Si } R_{LAC} \gg r_o \Rightarrow R_{LAC} = \beta_o r_o$$

$$A_{v_{EC}} = -\frac{\beta_o}{2} ; R_{L_{EC}} = \frac{r_o}{2}$$

$$A_{v_{BC}} = g_m r_o$$

$$A_v = -\frac{g_m \beta_o r_o}{2}$$

Las ecuaciones correspondientes para  $A_{V_{EC}}$ ,  $R_{L_{EC}}$ ,  $A_{V_{BC}}$  y  $A_V$  son:

$$A_{V_{EC}} = -g_m(r_o \parallel R_{L_{EC}})$$

$$R_{L_{EC}} = \frac{r_o(r_o + R_{LAC})}{r_o(1 + \mu_o) + r_o + R_{LAC}}$$

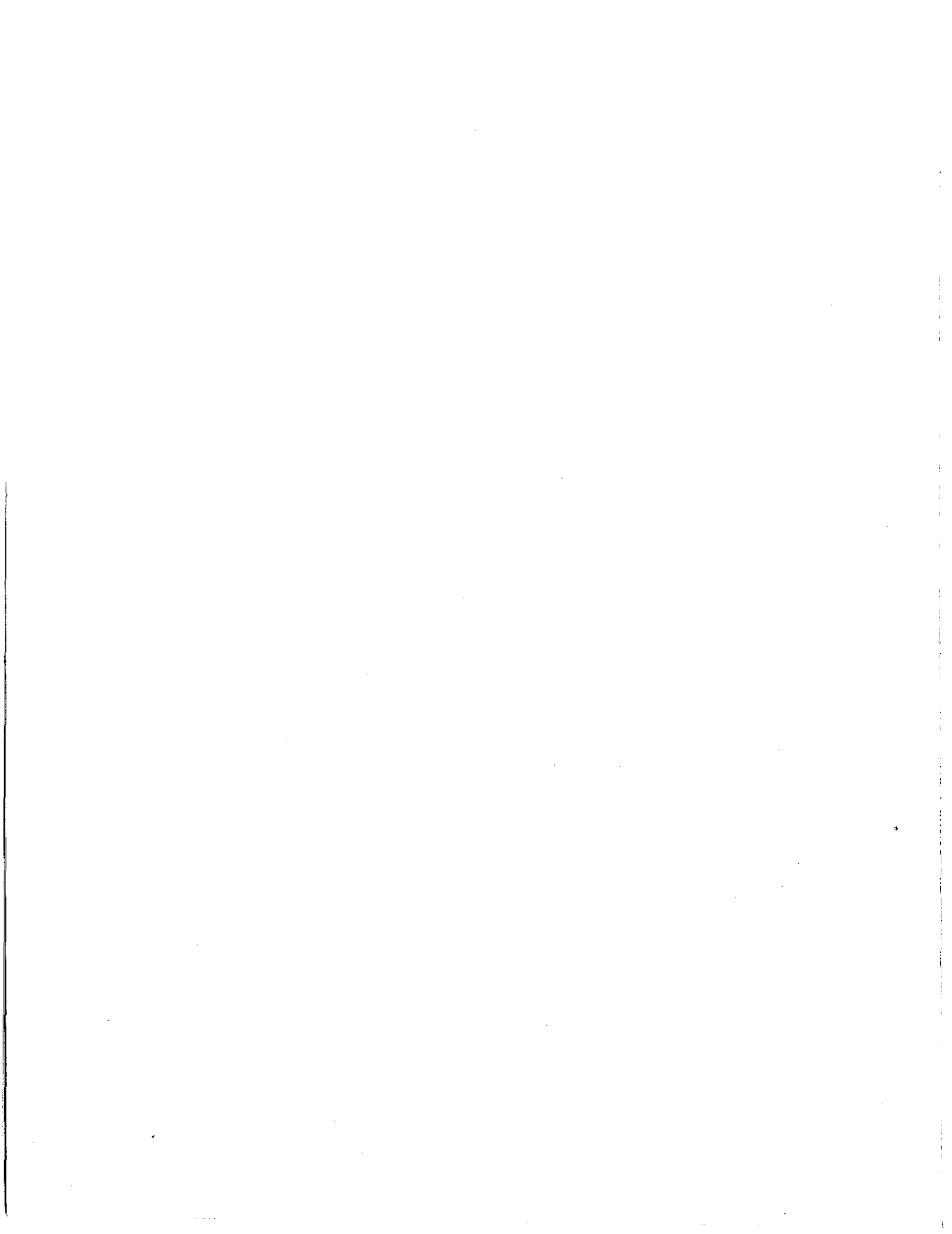
$$A_{V_{BC}} = \frac{R_{LAC}}{r_o + R_{LAC}} (1 + \mu_o)$$

$$A_V = A_{V_{EC}} \cdot A_{V_{BC}}$$

Como se puede observar, los valores de las ganancias en voltaje dependen de la relación entre  $r_o$  y  $R_{LAC}$ .

## BIBLIOGRAFIA

1. Paul R. Gray and Robert G. Meyer. *Análisis y Diseño de Circuitos Integrados Analógicos*. Prentice Hall.
2. Jacob Millman and Arvin Grabel. *Microelectronics*. Mc Graw Hill.
3. M.S. Ghausi. *Circuitos Electrónicos Discretos e Integrados*. Interamericana.
4. Adel S. Sedra and Kenneth C. Smith. *Dispositivos Electrónicos y Amplificación de Señales*. Interamericana.
5. C.J. Savant, Martin S. Roden and Gordon L. Carpenter. *Diseño Electrónico*. Addison-Wesley Iberoamericana.
6. Robert Boylestad and Louis Nashelsky. *Electrónica Teoría de Circuitos*. Prentice Hall.
7. David Báez López. *Análisis de Circuitos por Computadora usando SPICE*. Alfaomega.



**ELECTRÓNICA ANALÓGICA** La edición  
Se terminó de imprimir en estuvo a cargo de  
el mes de septiembre del año 2005 la Sección de Producción  
en los talleres de la Sección y Distribución Editoriales  
de Impresión y Reproducción de la Se imprimieron  
Universidad Autónoma Metropolitana 200 ejemplares más sobrantes  
*Unidad Azcapotzalco* para reposición.

ISBN: 970-620-301-X



978-97062-03014

ELECTRONICA ANALOGICA

RAMIREZ ROJAS

\* SECCION DE IMPRESION

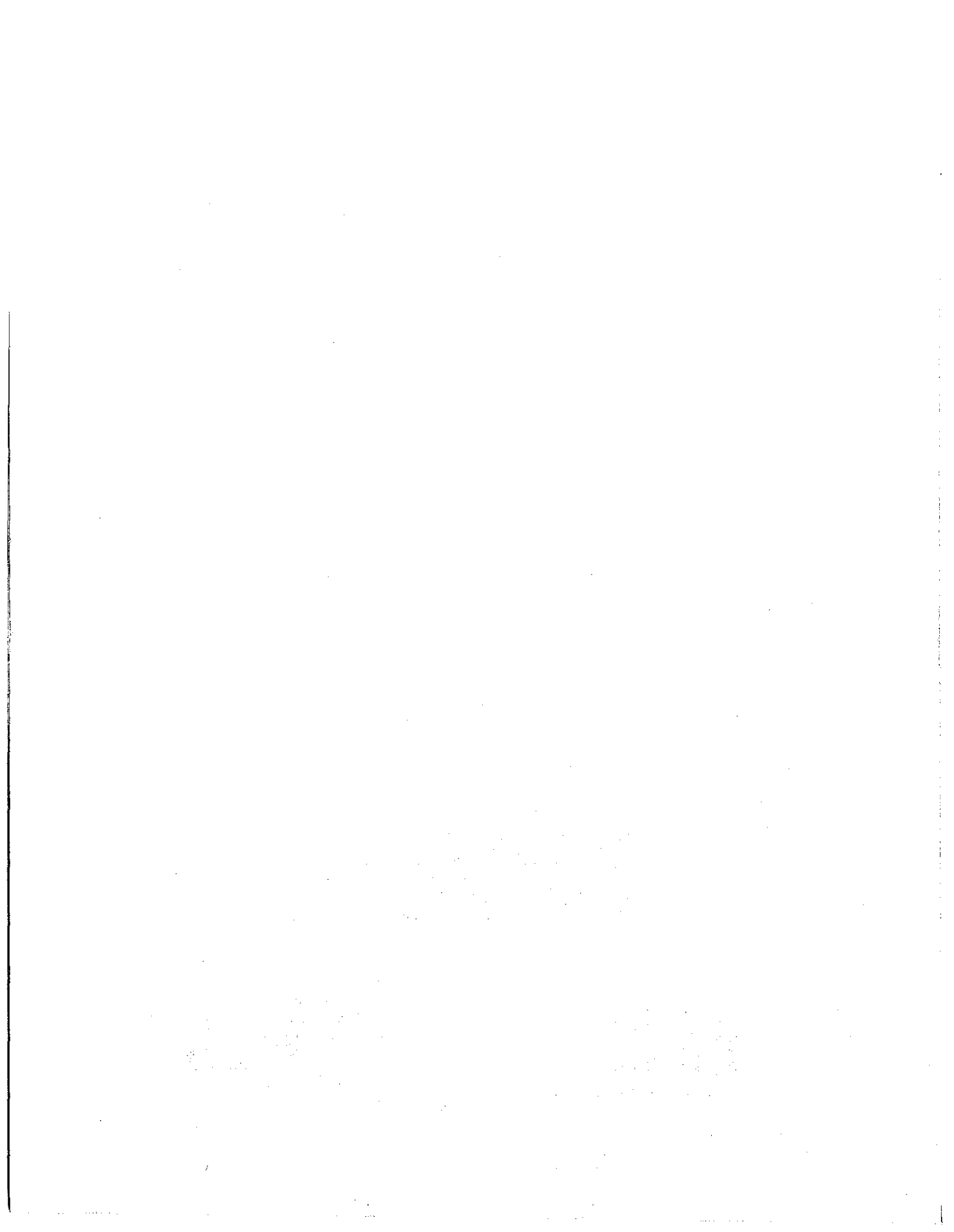
.14240



\$ 40.00

40-ANTOLOGIAS CBI





## ELECTRÓNICA ANALÓGICA

El estudio de la **Electrónica Analógica** comprende desde el comportamiento de los semiconductores y a la unión "pn", hasta los modernos circuitos integrados lineales, que pueden procesar señales muy complejas.

El objetivo de estos apuntes es mostrar cómo funcionan los circuitos básicos que conforman a los Amplificadores Operacionales y a los Amplificadores de Potencia, es decir, solo cubren una parte de lo que constituye la Electrónica Analógica.

Estos Apuntes se encuentran divididos en nueve capítulos, los cuales se estructuran de la siguiente forma:

- **Capítulo 1-** Se establecen las convenciones y el modelo electrónico del transistor que se utilizan en el resto de los capítulos.
- **Capítulo 2-** Presenta un método de análisis de circuitos desarrollado en la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco desde el año de 1984, el cual se ha venido enriqueciendo gracias a la contribución de profesores y alumnos de la Licenciatura en Ingeniería Electrónica. Esta es la primera publicación de dicho método de análisis y se emplea mucho en la mayoría de los capítulos.
- **Capítulos 3, 4, 5 y 6-** Se presentan y analizan los cuatro circuitos básicos de acoplamiento directo: Par Darlington, Par Cascodo, Reguladores de Corriente y Par Diferencial.
- **Capítulo 7-** Muestra el análisis de circuitos electrónicos desde el punto de vista de su respuesta en frecuencia, presentando dos métodos de análisis: por circuitos eléctricos a través del análisis de su Función de Transferencia y mediante el Método de las Constantes de Tiempo.
- **Capítulo 8-** Se presenta la Teoría de Retroalimentación aplicada a circuitos electrónicos, mostrando detalladamente las técnicas de análisis empleadas.
- **Capítulo 9-** Se estudian los amplificadores de potencia, principalmente el Amplificador en Simetría Complementaria. Se incluye también un Método Simplificado de diseño de Amplificadores de Potencia en Simetría Complementaria.
- **Apéndices-** Se incluyen tres apéndices que contienen el desarrollo del Modelo Híbrido " $\pi$ " en base común, un análisis del circuito de acoplamiento directo "Par Cascodo" y una serie de ejercicios propuestos sobre los nueve capítulos anteriores.

LIBRO DE TEXTO

ELECTRONICA ANALOGICA

RAMIREZ

\* SECCION EDITORIAL/CE

14240



\$ 35.00

R. 46

\$ 35.00

20-UAM-AZCAPOTZALCO

\* 07-LIBROS DE TEXTO